정답 및 해설

정답 및 해설

I. 삼각비

1 삼각비

STEP 1 유형 익히기
:: 006쪽 ~ 009쪽

01 $\sin C=\frac{3\sqrt{10}}{10}$, $\cos C=\frac{\sqrt{10}}{10}$, $\tan C=3$ **02** $\frac{3}{5}$

03 $\frac{5}{12}$, $\frac{5}{13}$ **04** ④ **05** $\frac{\sqrt{2}}{3}$ **06** $\frac{7}{5}$

07 ⑤ **08** ④ **09** $\sin A=\frac{3\sqrt{10}}{10}$, $\cos A=\frac{\sqrt{10}}{10}$

10 (1) $2\sqrt{3}$ cm (2) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ **11** ③ **12** $\frac{3}{4}$

13 (1) $\frac{1}{2}$ (2) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (3) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

14 (1) $\frac{2+\sqrt{2}}{2}$ (2) $\frac{3\sqrt{2}-2\sqrt{3}}{6}$

15 (1) 1 (2) $\frac{\sqrt{3}+2}{2}$ **16** (1) 45° (2) 3 (3) $3\sqrt{2}$

17 130 cm **18** $2\sqrt{6}$ **19** ㄱ, ㄷ, ㅁ **20** 0.82

21 (1) 0.3584 (2) 0.9205 (3) 0.4040

22 (1) 0.9998 (2) 0.0523 (3) 57.2900

01

$\sin C=\frac{3}{\sqrt{10}}=\frac{3\sqrt{10}}{10}$

$\cos C=\frac{1}{\sqrt{10}}=\frac{\sqrt{10}}{10}$

$\tan C=\frac{3}{1}=3$

02

$\overline{AB}=\sqrt{6^2+8^2}=\sqrt{100}=10$

따라서 $\sin B=\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$

03

$\tan A=\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}=\frac{5}{12}$

$\cos B=\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}=\frac{5}{13}$

04

④ $a\sin(90^\circ-B)=a\sin A=a\times\frac{a}{c}=\frac{a^2}{c}\neq c$

05

$\overline{BC}=\sqrt{9^2-(3\sqrt{6})^2}=3\sqrt{3}$이므로

$\sin A=\frac{3\sqrt{3}}{9}=\frac{\sqrt{3}}{3}$, $\cos A=\frac{3\sqrt{6}}{9}=\frac{\sqrt{6}}{3}$

따라서 $\sin A\times\cos A=\frac{\sqrt{3}}{3}\times\frac{\sqrt{6}}{3}=\frac{\sqrt{2}}{3}$

06

피타고라스의 정리에 따라

$\overline{AB}=\sqrt{10^2-6^2}=8$이므로

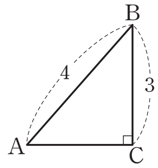
$\sin A=\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$

$\cos A=\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}=\frac{8}{10}=\frac{4}{5}$

따라서 $\sin A+\cos A=\frac{3}{5}+\frac{4}{5}=\frac{7}{5}$

07

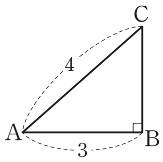
$\sin A=\frac{3}{4}$을 만족하므로 그림에 나타내면 다음과 같다.



따라서 $\cos B=\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}=\frac{3}{4}$

08

$\cos A=\frac{3}{4}$을 만족하므로 그림에 나타내면 다음과 같다.



피타고라스의 정리에 따라

$\overline{CB}=\sqrt{4^2-3^2}=\sqrt{16-9}=\sqrt{7}$

따라서 $\sin A=\frac{\overline{CB}}{\overline{AC}}=\frac{\sqrt{7}}{4}$

09

$\tan A=\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}=3$이므로 $\overline{AC}=1$이라 하면 $\overline{BC}=3$

피타고라스의 정리에 따라

$\overline{AB}=\sqrt{3^2+1^2}=\sqrt{10}$

따라서 $\sin A=\frac{3}{\sqrt{10}}=\frac{3\sqrt{10}}{10}$

또한 $\cos A=\frac{1}{\sqrt{10}}=\frac{\sqrt{10}}{10}$

10

(1) $\triangle ABC$는 직각삼각형이므로 피타고라스의 정리에 따라

$\overline{AC}=\sqrt{\overline{AB}^2-\overline{BC}^2}$

$=\sqrt{4^2-2^2}=2\sqrt{3}(\text{cm})$

(2) $\frac{\overline{AC_1}}{\overline{AB_1}}=\cos A=\frac{2\sqrt{3}}{4}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

11

$\triangle ABC\backsim\triangle HAC$ (AA 닮음)이므로

$\angle CAH=\angle CBA=\angle x$

따라서 $\triangle HAC$에서 $\frac{\overline{CH}}{\overline{AH}}=\tan x$

12

$\triangle ABC \backsim \triangle HAC$이므로 $\angle x = \angle B$

피타고라스의 정리에 따라 $\overline{AC}=3$

따라서 $\tan x = \tan B = \frac{3}{4}$

13

(1) $\sin 30^\circ = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

(2) $\cos 30^\circ = \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \frac{2\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

(3) $\tan 30^\circ = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \frac{2}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

14

(1) $\tan 45^\circ + \sin 45^\circ = 1 + \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{2+\sqrt{2}}{2}$

(2) $\cos 45^\circ - \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{3\sqrt{2}-2\sqrt{3}}{6}$

15

(1) $\sin 30^\circ + \cos 60^\circ = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$

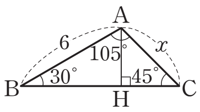
(2) $\cos 30^\circ + \tan 45^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} + 1 = \frac{\sqrt{3}+2}{2}$

16

(1) $\angle C = 180^\circ - (30^\circ + 105^\circ) = 45^\circ$

(2) $\overline{AH} = 6 \sin 30^\circ = 3$

(3) $\sin 45^\circ = \frac{3}{x}$에서 $x = \frac{3}{\sin 45^\circ} = 3\sqrt{2}$



17

$\overline{BH} = 100 \cos 60^\circ = 100 \times \frac{1}{2} = 50(\text{cm})$

따라서 $\overline{HC} = 180 - 50 = 130(\text{cm})$

18

$\triangle ABD$에서 $\sin 45^\circ = \frac{\overline{AD}}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

그러므로 $\overline{AD} = 2\sqrt{2}$

$\triangle ADC$에서 $\tan 60^\circ = \frac{x}{2\sqrt{2}} = \sqrt{3}$

따라서 $x = 2\sqrt{6}$

19

ㄱ. $\tan x = \frac{\overline{CD}}{\overline{OD}} = \overline{CD}$ (○)　ㄴ. $\sin y = \frac{\overline{OB}}{\overline{OA}} = \overline{OB}$ (×)

ㄷ. $\cos y = \frac{\overline{AB}}{\overline{OA}} = \overline{AB}$ (○)　ㄹ. $\overline{AB} /\!/ \overline{CD}$이므로 $\angle z = \angle y$

따라서 $\sin z = \sin y = \overline{OB}$ (×)

ㅁ. $\cos z = \cos y = \overline{AB}$ (○)

20

$\triangle OAB$에서 $\sin 55^\circ = \frac{\overline{AB}}{\overline{OA}} = \frac{0.82}{1} = 0.82$

21

(1) $\sin 21^\circ$는 세로줄에 21°와 가로줄에 sin과 만나는 수

따라서 $\sin 21^\circ = 0.3584$

(2) $\cos 23^\circ$는 세로줄에 23°와 가로줄에 cos과 만나는 수

따라서 $\cos 23^\circ = 0.9205$

(3) $\tan 22^\circ$는 세로줄에 22°와 가로줄에 tan와 만나는 수

따라서 $\tan 22^\circ = 0.4040$

22

(1) $\sin 89^\circ = 0.9998$

(2) $\cos 87^\circ = 0.0523$

(3) $\tan 89^\circ = 57.2900$

STEP 2 유형 다지기

:: 010쪽 ~ 021쪽

01 7　**02** $\frac{1}{5}$　**03** $\frac{25}{12}$

04 $\overline{AB}=9$, $\overline{BC}=3\sqrt{7}$　**05** $4\sqrt{2}$　**06** $4\sqrt{10}$

07 $\cos A = \frac{3}{5}$, $\tan A = \frac{4}{3}$　**08** ④　**09** ①

10 ②　**11** $\sin a = \frac{2\sqrt{5}}{5}$, $\cos a = \frac{\sqrt{5}}{5}$, $\tan a = 2$

12 $\frac{\sqrt{10}}{10}$　**13** (1) $4\sqrt{2}$ cm　(2) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$　(3) $\frac{1}{3}$

14 $\frac{89}{255}$　**15** (1) 10　(2) $\frac{3}{5}$　(3) $\frac{3}{5}$

16 $\frac{4}{5}$　**17** $\frac{15}{17}$　**18** $\frac{5}{13}$　**19** $\frac{15}{17}$　**20** $\frac{17}{13}$

21 $\frac{4}{5}$　**22** $\frac{3}{5}$　**23** $\frac{12}{25}$　**24** $\frac{\sqrt{6}}{3}$　**25** 1

26 $\sqrt{2}$　**27** 2　**28** $\frac{2}{3}\sqrt{2}$　**29** $\frac{\sqrt{3}}{3}$

30 (1) 1　(2) $\frac{4\sqrt{3}}{3}$　**31** 2　**32** ⑤　**33** 8

34 8　**35** $10(2-\sqrt{3})$

36 (1) 0°　(2) 35°　(3) 17°　**37** $\sqrt{3}$　**38** 0

39 $\frac{1}{2}$　**40** $\frac{1+\sqrt{5}}{4}$　**41** 36 cm^2　**42** $27\sqrt{3}\text{ cm}^2$

43 $8+\sqrt{3}$　**44** $2-\sqrt{3}$　**45** $2+\sqrt{3}$　**46** $\frac{1}{3}$

47 (1) 1　(2) 1　(3) 45°　**48** $\sqrt{3}x+y-3\sqrt{3}=0$　**49** ①

50 ④　**51** $1-\cos 63^\circ$　**52** ④

53 ㄴ, ㄹ　**54** $\sin 0^\circ < \sin 30^\circ < \cos 30^\circ < \cos 0^\circ$

55 ①, ④　**56** ⑤　**57** ④　**58** ④

59 ⑤　**60** $2\sin A$　**61** 60

62 (1) 0.2419　(2) 0.9659　(3) 0.2867　**63** 0.7060

64 115　**65** 13.779　**66** 1.478 cm

67 0.8387　**68** 11.756 cm

01

피타고라스의 정리에 따라 $\overline{AB}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{AC}^2$이므로

$\overline{AB}^2=8^2+15^2=289$에서 $\overline{AB}=17$

따라서 $\sin B=\frac{15}{17}$, $\cos B=\frac{8}{17}$이므로

$17(\sin B-\cos B)=17\times\frac{7}{17}=7$

02

피타고라스의 정리에 따라

$\overline{BC}=\sqrt{10^2-6^2}=8$

$\sin B=\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$

$\cos B=\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}=\frac{8}{10}=\frac{4}{5}$

따라서 $\cos B-\sin B=\frac{4}{5}-\frac{3}{5}=\frac{1}{5}$

03

$\tan x=\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}=\frac{4}{3}$, $\tan y=\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}=\frac{3}{4}$

$\frac{4}{3}+\frac{3}{4}=\frac{25}{12}$

04

$\cos A=\frac{\overline{AB}}{12}=\frac{3}{4}$이므로

$4\overline{AB}=36$에서 $\overline{AB}=9$

한편 피타고라스의 정리에 따라

$\overline{BC}=\sqrt{12^2-9^2}$

$=\sqrt{63}=3\sqrt{7}$

05

$\sin A=\frac{1}{3}=\frac{\overline{BC}}{6}$이므로 $\overline{BC}=2$

$\overline{AB}=\sqrt{6^2-2^2}=\sqrt{32}=4\sqrt{2}$

따라서 $\triangle ABC$의 넓이 S는

$S=\frac{1}{2}\times 2\times 4\sqrt{2}=4\sqrt{2}$

06

$\cos A=\frac{2\sqrt{3}}{x}=\frac{\sqrt{15}}{5}$이므로

$\sqrt{15}x=10\sqrt{3}$에서

$x=2\sqrt{5}$

한편 피타고라스의 정리에 따라

$y=\sqrt{(2\sqrt{5})^2-(2\sqrt{3})^2}=2\sqrt{2}$

따라서 $xy=2\sqrt{5}\times 2\sqrt{2}=4\sqrt{10}$

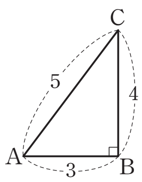
07

$\sin A=\frac{4}{5}$이므로 그림과 같은

직각삼각형ABC에서

$\overline{AB}=\sqrt{5^2-4^2}=3$이다.

따라서 $\cos A=\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}=\frac{3}{5}$, $\tan A=\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}=\frac{4}{3}$



08

$\sin A=\frac{4}{5}$이므로 그림과 같은

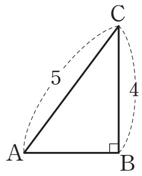
직각삼각형

ABC에서

$\overline{AB}=\sqrt{5^2-4^2}=\sqrt{9}=3$이므로

$\tan A=\frac{4}{3}$, $\cos A=\frac{3}{5}$

따라서 $\tan A\times\cos A=\frac{4}{3}\times\frac{3}{5}=\frac{4}{5}$



09

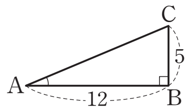
$\tan A=\frac{5}{12}$이므로 그림과 같은

직각삼각형 ABC에서

$\overline{AC}=\sqrt{12^2+5^2}=13$이므로

$\sin A=\frac{5}{13}$, $\cos A=\frac{12}{13}$

따라서 $\sin A+\cos A=\frac{5}{13}+\frac{12}{13}=\frac{17}{13}$



10

직선 $3x+4y-12=0$의 그래프를 그리면

그림과 같다.

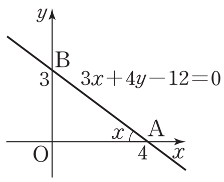
그림에서 $\overline{OA}=4$, $\overline{OB}=3$

피타고라스의 정리에 따라

$\overline{AB}^2=\overline{OA}^2+\overline{OB}^2=16+9=25$이므로

$\overline{AB}=5$ ($\because$ $\overline{AB}>0$)

따라서 $\sin x=\frac{\overline{OB}}{\overline{AB}}=\frac{3}{5}$



11

$2x-y+4=0$에서

$y=0$일 때 $x=-2$이므로 $A(-2, 0)$

$x=0$일 때 $y=4$이므로 $B(0, 4)$

$\triangle ABO$에서 $\overline{AB}=\sqrt{2^2+4^2}=2\sqrt{5}$

따라서 $\sin a=\frac{4}{2\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$, $\cos a=\frac{2}{2\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{5}$,

$\tan a=\frac{4}{2}=2$

12

그림에서 점 A의 좌표가 $(-2, 0)$,

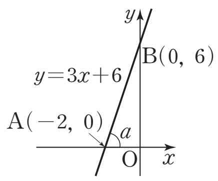
점 B의 좌표가 $(0, 6)$이므로

$\overline{OA}=2$, $\overline{OB}=6$

$\triangle AOB$에서 피타고라스 정리에 따라

$\overline{AB}=\sqrt{2^2+6^2}=2\sqrt{10}$

따라서 $\cos a=\frac{2}{2\sqrt{10}}=\frac{\sqrt{10}}{10}$



다른 풀이

(기울기)$=\tan a$이므로 $\tan a=3$

따라서 $\triangle AOB$의 세 변의 길이의 비는

(밑변) : (높이) : (빗변)$=1:3:\sqrt{10}$

따라서 $\cos a=\frac{1}{\sqrt{10}}=\frac{\sqrt{10}}{10}$

13

(1) $\triangle$ABC는 직각삼각형이므로 피타고라스의 정리에서

$\overline{AC}=\sqrt{\overline{AB}^2-\overline{BC}^2}$

$=\sqrt{6^2-2^2}=4\sqrt{2}(\text{cm})$

(2) $\frac{\overline{AC_1}}{\overline{AB_1}}=\cos A=\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}=\frac{4\sqrt{2}}{6}=\frac{2\sqrt{2}}{3}$

(3) $\frac{\overline{B_2C_2}}{\overline{AB_2}}=\sin A=\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$

14

피타고라스의 정리에 따라

$\overline{AB}=\sqrt{17^2-8^2}=15$이므로

$\frac{\overline{AB'}}{\overline{AC'}}=\cos \text{A}=\frac{15}{17}$, $\frac{\overline{B'C'}}{\overline{AB'}}=\tan \text{A}=\frac{8}{15}$

따라서 $\frac{\overline{AB'}}{\overline{AC'}}-\frac{\overline{B'C'}}{\overline{AB'}}$의 값은

$\frac{15}{17}-\frac{8}{15}=\frac{15\times15-8\times17}{17\times15}=\frac{89}{255}$

15

(1) $\overline{BC}=\sqrt{\overline{AB}^2+\overline{AC}^2}=\sqrt{6^2+8^2}$

$=\sqrt{100}=10$

(2) $\triangle ABC \backsim \triangle DBA$이므로 $\angle x=\angle$C

따라서 $\sin x=\sin C=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$

(3) $\triangle ABC \backsim \triangle DAC$이므로 $\angle y=\angle$B

따라서 $\cos y=\cos B=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$

16

$\triangle ABC \backsim \triangle HAC$이므로 $\angle CAH=\angle CBA$

따라서 $\cos x=\frac{\overline{BA}}{\overline{BC}}=\frac{4}{5}$

17

$\triangle$ABC와 $\triangle$DBA에서

$\angle$B는 공통, $\angle BAC=\angle BDA=90^\circ$이므로

$\triangle ABC \backsim \triangle DBA$ (AA 닮음)

그러므로 $\angle BCA=\angle BAD=\angle x$

따라서 $\sin x=\sin C=\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}}=\frac{15}{17}$

18

$\triangle$BDE와 $\triangle$BAC는 $\angle$ABC가 공통인 직각삼각형이므로

$\triangle BDE \backsim \triangle BAC$(AA닮음)

$\therefore \angle ACB=\angle DEB=\angle x$

$\triangle$ABC에서

$\overline{BC}=\sqrt{\overline{AB}^2+\overline{AC}^2}=\sqrt{12^2+5^2}=13(\text{cm})$

따라서 $\cos x=\frac{\overline{AC}}{\overline{BC}}=\frac{5}{13}$

19

직각삼각형 ABC에서

$\overline{BC}^2=15^2+8^2=289$이므로 $\overline{BC}=17$

따라서 $\angle BFE=\angle BCA=\angle x$이므로

$\sin x=\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}}=\frac{15}{17}$

20

$\overline{DE}=\sqrt{13^2-12^2}=5$이고,

$\triangle EBD \backsim \triangle ABC$(AA 닮음)이므로

$\angle EDB=\angle ACB=\angle x$

그러므로 $\sin x=\frac{12}{13}$, $\cos x=\frac{5}{13}$

따라서 $\sin x+\cos x=\frac{12}{13}+\frac{5}{13}=\frac{17}{13}$

21

$\overline{BD}=\sqrt{12^2+16^2}=\sqrt{400}=20$

$\angle BAH=\angle ADH=\angle DBC=\angle x$

$\angle DAH=\angle ABH=\angle BDC=\angle y$

$\sin x=\frac{\overline{DC}}{\overline{BD}}=\frac{12}{20}=\frac{3}{5}$

$\tan y=\frac{\overline{BC}}{\overline{CD}}=\frac{16}{12}=\frac{4}{3}$이므로

따라서 $\sin x\times\tan y=\frac{3}{5}\times\frac{4}{3}=\frac{4}{5}$

22

$\triangle$ABD와 $\triangle$HAD에서

$\angle$D는 공통, $\angle BAD=\angle AHD=90^\circ$이므로

$\triangle ABD \backsim \triangle HAD$(AA 닮음)

$\therefore \angle ABD=\angle HAD=\angle x$

$\triangle$ABD에서 $\overline{BD}=\sqrt{8^2+6^2}=\sqrt{100}=10$

따라서 $\cos x=\frac{\overline{AB}}{\overline{BD}}=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$

23

$\triangle$ABD에서 $\overline{BD}=\sqrt{9^2+12^2}=15$

$\triangle ABD \backsim \triangle HBA$이므로

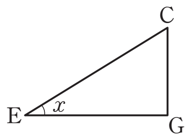
$\sin x=\frac{\overline{BH}}{\overline{AB}}=\frac{\overline{AB}}{\overline{BD}}=\frac{9}{15}=\frac{3}{5}$이고

$\cos x=\frac{4}{5}$

따라서 $\sin x\cos x=\frac{3}{5}\cdot\frac{4}{5}=\frac{12}{25}$

24

$\triangle$CEG가 직각삼각형이므로



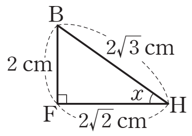
$\overline{GE}=\sqrt{2}a$

$\overline{CE}=\sqrt{a^2+2a^2}=\sqrt{3}a$

따라서 $\cos x=\frac{\overline{GE}}{\overline{CE}}=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{6}}{3}$

25

$\triangle$BHF가 직각삼각형이므로



$\overline{FH}=\sqrt{2}\times2=2\sqrt{2}(cm)$

$\overline{BH}=\sqrt{3}\times2=2\sqrt{3}(cm)$

따라서 $\sqrt{3}\sin x=\sqrt{3}\times\dfrac{2}{2\sqrt{3}}=1$

26

$\triangle$GFH에서 피타고라스의 정리에 따라

$\overline{FH}=\sqrt{3^2+4^2}=5$

한편 $\triangle$DFH에서 피타고라스의 정리에 따라

$\overline{DF}=\sqrt{5^2+5^2}=5\sqrt{2}$

따라서 $\sin x+\cos x=\dfrac{\overline{DH}}{\overline{DF}}+\dfrac{\overline{FH}}{\overline{DF}}$이므로

$\sin x+\cos x$의 값은 $\dfrac{5}{5\sqrt{2}}+\dfrac{5}{5\sqrt{2}}=\sqrt{2}$

27

$\overline{BC}$의 중점이 M이므로 $\angle BAM=\angle BDM=30^\circ$

정사면체의 한 모서리의 길이를 a라 하면

$\cos 30^\circ=\dfrac{\overline{AM}}{a}$이므로 $\overline{AM}=\overline{DM}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}a$

$\overline{AD}$의 중점을 N이라 하면 $\overline{MN}=\sqrt{\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}a\right)^2-\left(\dfrac{1}{2}a\right)^2}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}a$

$\therefore\ \tan x=\dfrac{\overline{MN}}{\overline{DN}}=\dfrac{\dfrac{\sqrt{2}}{2}a}{\dfrac{1}{2}a}=\sqrt{2}$

따라서 $\tan^2 x=(\sqrt{2})^2=2$

28

$\overline{AE}=\overline{DE}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times4=2\sqrt{3}$

점 A에서 밑면에 내린 수선의 발을 H라고 하면

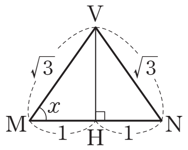
$\overline{EH}=\dfrac{1}{3}\times\overline{DE}=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$

$\triangle$AEH에서 $\overline{AH}=\sqrt{(2\sqrt{3})^2-\left(\dfrac{2\sqrt{3}}{3}\right)^2}=\dfrac{4\sqrt{6}}{3}$

따라서 $\sin x=\dfrac{4\sqrt{6}}{3}\times\dfrac{1}{2\sqrt{3}}=\dfrac{2}{3}\sqrt{2}$

29

$\triangle$VAB, $\triangle$VDC는 한 변의 길이가 2인 정삼각형이므로



$\overline{VM}=\overline{VN}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times2=\sqrt{3}$

즉 $\triangle$VMN은 $\overline{VM}=\overline{VN}$인 이등변삼각형이므로

그림과 같이 점 V에서 $\overline{MN}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면

$\overline{MH}=\overline{NH}=\dfrac{1}{2}\overline{MN}=1$

따라서 $\cos x=\dfrac{\overline{MH}}{\overline{VM}}=\dfrac{1}{\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

30

(1) $\sin^2 30^\circ+\cos^2 30^\circ$

$=\left(\dfrac{1}{2}\right)^2+\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)^2=1$

(2) $\dfrac{\tan 60^\circ-\tan 30^\circ}{(1+\sin 45^\circ)(1-\cos 45^\circ)}$

$=\dfrac{\sqrt{3}-\dfrac{\sqrt{3}}{3}}{\left(1+\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)\left(1-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)}=\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$

31

$\sin 30^\circ=\dfrac{1}{2}$, $\tan 30^\circ=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$,

$\tan 60^\circ=\sqrt{3}$, $\sin 60^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$이므로

$\sin^2 30^\circ+\tan 30^\circ\times\tan 60^\circ+\sin^2 60^\circ$

$=\left(\dfrac{1}{2}\right)^2+\dfrac{1}{\sqrt{3}}\times\sqrt{3}+\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$

$=\dfrac{1}{4}+1+\dfrac{3}{4}=2$

32

$\triangle$ABC는 이등변삼각형이므로 $\overline{BC}=1$

따라서 $\tan B=\dfrac{\overline{AC}}{\overline{BC}}=\dfrac{1}{1}=1$

33

$\triangle$ABD에서 $\sin 45^\circ=\dfrac{\overline{AD}}{4\sqrt{6}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$이므로 $\overline{AD}=4\sqrt{3}$

따라서 $\triangle$ADC에서 $\sin 60^\circ=\dfrac{4\sqrt{3}}{\overline{AC}}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$이므로 $\overline{AC}=8$

34

$\triangle$ABH에서 $\tan 60^\circ=\dfrac{\overline{AH}}{\overline{BH}}$

$\sqrt{3}=\dfrac{2\sqrt{3}}{\overline{BH}}$이므로 $\overline{BH}=2$

$\triangle$AHC에서 $\tan 30^\circ=\dfrac{\overline{AH}}{\overline{CH}}$

$\dfrac{\sqrt{3}}{3}=\dfrac{2\sqrt{3}}{\overline{CH}}$이므로 $\overline{CH}=6$

따라서 $\overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}=8$

35

$\triangle$ACH에서 $\overline{CH}=x$라 하면

$\overline{AC}=2x$, $\overline{AH}=\sqrt{3}x$

$\triangle$ABH에서 $\overline{BH}=\sqrt{3}x$

$\overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}$이므로 $\sqrt{3}x+x=20$

$\therefore\ x=10(\sqrt{3}-1)$

또한, $\overline{CM}=\overline{MH}+\overline{CH}=\overline{MH}+10(\sqrt{3}-1)=10$

$\therefore\ \overline{MH}=20-10\sqrt{3}=10(2-\sqrt{3})$

36

(1) $\sin 60^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$이므로 $x+60^\circ=60^\circ$에서 $x=0^\circ$

(2) $\cos 60^\circ=\frac{1}{2}$이므로 $2x-10^\circ=60^\circ$에서 $x=35^\circ$

(3) $\tan 45^\circ=1$이므로 $3x-6^\circ=45^\circ$에서 $x=17^\circ$

37

$\sin 30^\circ\times\cos\frac{x}{2}=\frac{\sqrt{3}}{4}$에서

$\frac{1}{2}\times\cos\frac{x}{2}=\frac{\sqrt{3}}{4}$, $\cos\frac{x}{2}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

$0^\circ<\frac{x}{2}<45^\circ$이므로

$\frac{x}{2}=30^\circ$에서 $x=60^\circ$

따라서 $\tan 60^\circ=\sqrt{3}$

38

$\tan(x+30^\circ)=1=\tan 45^\circ$에서

$x+30^\circ=45^\circ$이므로 $x=15^\circ$

따라서 $\sin(x-15^\circ)=\sin(15^\circ-15^\circ)=\sin 0^\circ=0$

39

$\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{DC}=2:1$이므로

$\angle BAC=60^\circ$이고 $\angle DAC=30^\circ$이다.

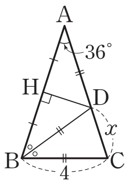
따라서 $\sin\frac{A}{2}=\sin 30^\circ=\frac{1}{2}$

40

$\angle B=\angle C=72^\circ$이므로 $\angle ABD=\angle DBC=36^\circ$

점 D에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면

$\overline{AD}=\overline{BD}$이므로 $\overline{AH}=\overline{BH}$



한편 $\triangle BCD\backsim\triangle ABC$이므로

$\overline{BC}:\overline{AB}=\overline{CD}:\overline{BC}$에서

$\overline{BC}^2=\overline{AB}\cdot\overline{CD}=\overline{AC}\cdot\overline{CD}$

이때, $\overline{CD}=x$라고 하면 $4^2=(4+x)x$

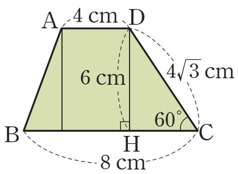
$x^2+4x-16=0$에서 $x=-2+2\sqrt{5}\,(\because\ x>0)$

그러므로 $\overline{AB}=\overline{AC}=2+2\sqrt{5}$

따라서 $\cos 36^\circ=\frac{\overline{AH}}{\overline{AD}}=\frac{1}{2}\cdot\frac{\overline{AB}}{\overline{AD}}=\frac{1+\sqrt{5}}{4}$

41

그림과 같이 점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{DH}=4\sqrt{3}\times\sin 60^\circ=6(\text{cm})$

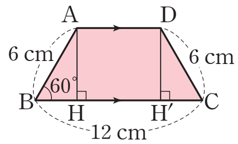
따라서 □ABCD의 넓이 S는

$S=\frac{1}{2}\times(\overline{AD}+\overline{BC})\times\overline{DH}$

$=\frac{1}{2}\times(4+8)\times 6=36(\text{cm}^2)$

42

점 A, D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 각각 H, H′이라 하면



△ABH에서

$\overline{AH}=6\sin 60^\circ=3\sqrt{3}(\text{cm})$

$\overline{BH}=6\cos 60^\circ=3(\text{cm})$

$\overline{CH'}=\overline{BH}=3(\text{cm})$이므로

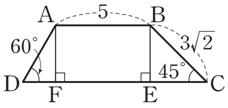
$\overline{AD}=\overline{HH'}=12-6=6(\text{cm})$

따라서 등변사다리꼴 ABCD의 넓이 S는

$S=\frac{1}{2}\times(6+12)\times 3\sqrt{3}=27\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

43

그림과 같이 두 꼭짓점 A, B에서 변 DC에 내린 수선의 발을 각각 F, E라고 하면



$\overline{BE}=\overline{EC}=3\sqrt{2}\times\sin 45^\circ=3$,

$\overline{EF}=5$, $\overline{AF}=\overline{BE}=3$

$\overline{DF}=\frac{1}{\tan 60^\circ}\times\overline{AF}=\frac{1}{\sqrt{3}}\overline{AF}=\sqrt{3}$

따라서 $\overline{DC}=\overline{DF}+\overline{EF}+\overline{EC}=8+\sqrt{3}$

44

$\angle ACH=30^\circ$이므로 $\angle ABC=15^\circ$ 이고

$\triangle ACH$에서 $\overline{AC}=2$, $\overline{CH}=\sqrt{3}$

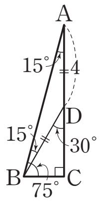
한편 $\overline{BC}=\overline{AC}=2$이므로

$\tan 15^\circ=\frac{\overline{AH}}{\overline{BH}}=\frac{1}{2+\sqrt{3}}$

$=2-\sqrt{3}$

45

$\triangle ABD$에서 $\angle ABD=30^\circ-15^\circ=15^\circ$이므로



$\overline{BD}=\overline{AD}=4$

$\triangle BCD$에서

$\sin 30^\circ=\frac{\overline{BC}}{\overline{BD}}=\frac{\overline{BC}}{4}=\frac{1}{2}$이므로

$\overline{BC}=2$

$\cos 30^\circ=\frac{\overline{CD}}{\overline{BD}}=\frac{\overline{CD}}{4}=\frac{\sqrt{3}}{2}$이므로

$\overline{CD}=2\sqrt{3}$

$\triangle ABC$에서

$\angle ABC=180^\circ-(90^\circ+15^\circ)=75^\circ$이므로

$\tan 75^\circ=\frac{\overline{AC}}{\overline{BC}}=\frac{4+2\sqrt{3}}{2}=2+\sqrt{3}$

46

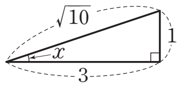
$\overline{AD}=\sqrt{2}$이므로 $\overline{AB}=\overline{BD}=\overline{CD}=1$

$\overline{AC}=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$

삼각형 ACD의 넓이는 $\frac{1}{2}\times1\times1=\frac{1}{2}\times\sqrt{5}\times\sqrt{2}\times\sin x$

$\sin x=\frac{\sqrt{10}}{10}$

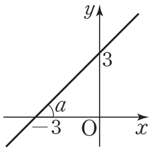
이를 만족하는 직각삼각형을 그림으로 나타내면 다음과 같다.



따라서 $\tan x=\frac{1}{3}$

47

$x-y+3=0$의 그래프에서 절편을 나타내면 그림과 같다.



(1) $x-y+3=0$에서

$y=x+3$이므로 기울기는 1

(2) $x-y+3=0$의 x절편은 -3, y절편은 3이므로

$\tan a=\frac{3}{3}=1$

(3) $\tan a=1$이므로 $a=45°$

48

$\tan 60°=\sqrt{3}$에서 직선의 x절편은 3이다.

따라서 x절편이 3, y절편이 $3\sqrt{3}$인 직선의 방정식은

$\frac{x}{3}+\frac{y}{3\sqrt{3}}=1$에서 $\sqrt{3}x+y-3\sqrt{3}=0$

49

x절편 : ($y=0$ 대입) $x-\sqrt{3}\times 0+3=0$, $x=-3$

y절편 : ($x=0$ 대입) $0-\sqrt{3}y+3=0$

$\sqrt{3}y=3$, $y=\sqrt{3}$

$\tan\theta=$기울기$=\frac{\sqrt{3}}{3}$

따라서 $\frac{\sqrt{3}}{3}=\tan 30°$에서 $\theta=30°$

50

④ $\overline{FC}=\overline{OC}-\overline{OF}=1-\cos x$

51

$\overline{OA}=1$, $\overline{OB}=1$

$\overline{OH}=\cos 63°$

따라서 $\overline{BH}=\overline{OB}-\overline{OH}=1-\cos 63°$

52

① $\sin 53°=0.80$ ② $\cos 53°=0.60$

③ $\tan 53°=1.33$ ④ $\cos 37°=0.80$

⑤ $\tan 37°=\frac{1}{1.33}$

53

ㄱ. $\sin 0°=0$ ㄴ. $\cos 0°=1$

ㄷ. $\tan 0°=0$ ㄹ. $\sin 90°=1$

ㅁ. $\cos 90°=0$ ㅂ. $\tan 90°$: 정할 수 없다.

54

$\sin 0°=0$, $\cos 0°=1$,

$\sin 30°=\frac{1}{2}$, $\cos 30°=\frac{\sqrt{3}}{2}$

따라서 $\sin 0°<\sin 30°<\cos 30°<\cos 0°$

55

① $\sin 90°\times\cos 0°+\sin 0°\times\cos 90°=1\times 1+0\times 0=1$

② $(\sin 60°+\cos 60°)(\cos 30°-\sin 30°)$

$=\left(\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}\right)\left(\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}\right)=\frac{3}{4}-\frac{1}{4}=\frac{1}{2}$

③ $\sin 30°+\cos 45°=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}$

④ $\sin 60°+\cos 45°\times\tan 0°=\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}\times 0=\frac{\sqrt{3}}{2}$

⑤ $\tan 45°\times\cos 45°=1\times\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

56

⑤ $\tan A$의 최솟값은 0이고 최댓값은 없다.

57

④ x의 값이 커지면 $\cos x$의 값은 작아진다.

58

① $0°<A<45°$일 때, $\sin A<\cos A$

② $A=45°$일 때, $\sin 45°=\cos 45°=\frac{\sqrt{2}}{2}$

③ $45°<A<90°$일 때, $\cos A<\sin A<\tan A$

⑤ $0°\le A\le 90°$일 때, $0\le\cos A\le 1$

59

$0°\le x\le 90°$에서 $0\le\sin x\le 1$이므로

$\sin x+1\ge 1$, $\sin x-1\le 0$

$\therefore \sqrt{(\sin x+1)^2}+\sqrt{(\sin x-1)^2}$

$=(\sin x+1)-(\sin x-1)=2$

60

$45°<\angle A<90°$일 때, $\sin A>\cos A$

따라서 $\sqrt{(\sin A+\cos A)^2}+\sqrt{(\cos A-\sin A)^2}$

$=\sin A+\cos A-(\cos A-\sin A)$

$=2\sin A$

61

$45°<x<90°$일 때, $0<\cos x<\sin x<1$이므로

$1-\sin x>0$, $\cos x-\sin x<0$

$\therefore \sqrt{(1-\sin x)^2}+\sqrt{(\cos x-\sin x)^2}$

$=(1-\sin x)-(\cos x-\sin x)$

$=1-\cos x$

즉 $1-\cos x=\frac{1}{2}$이므로 $\cos x=\frac{1}{2}$

$\therefore x=60°$ $\therefore a=60$

62

(1) $\sin 14°=0.2419$ (2) $\cos 15°=0.9659$

(3) $\tan 16°=0.2867$

63

$\sin 80°-\cos 50°+\tan 20°=0.9848-0.6428+0.3640$

$=0.7060$

64

$\cos 57°=0.5446$이므로 $x=57$

$\tan 58^\circ=1.6003$이므로 $y=58$

따라서 $x+y=57+58=115$

65

$\sin 32^\circ=\frac{x}{10}=0.5299$이므로 $x=5.299$

$\cos 32^\circ=\frac{y}{10}=0.8480$이므로 $y=8.480$

따라서 $x+y=13.779$

66

$\cos 51^\circ=\frac{\overline{AB}}{10}=0.6293$에서 $\overline{AB}=6.293(\text{cm})$

$\sin 51^\circ=\frac{\overline{AC}}{10}=0.7771$에서 $\overline{AC}=7.771(\text{cm})$

따라서 $\overline{AC}-\overline{AB}=7.771-6.293=1.478(\text{cm})$

67

$\overline{OC}=1$이고 $\overline{BC}=0.4554$이므로

$\overline{OB}=\overline{OC}-\overline{BC}=1-0.4554=0.5446$

$\triangle AOB$에서

$\cos(\angle AOB)=\frac{\overline{OB}}{\overline{OA}}=\frac{0.5446}{1}=0.5446$이므로

$\cos 57^\circ=0.5446 \quad \therefore \angle AOB=57^\circ$

$\triangle AOB$에서

$\sin(\angle AOB)=\sin 57^\circ=\frac{\overline{AB}}{\overline{OA}}=\frac{\overline{AB}}{1}=0.8387$

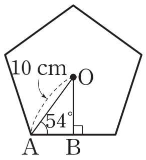
따라서 $\overline{AB}=0.8387$

68

정오각형의 한 내각의 크기는

$\frac{180^\circ\times(5-2)}{5}=108^\circ$이므로

다음 그림에서 $\angle OAB=54^\circ$



따라서 $\frac{\overline{AB}}{\overline{OA}}=\cos 54^\circ$이므로

$\overline{AB}=10\cos 54^\circ$

$=10\times0.5878=5.878$

따라서 정오각형의 한 변의 길이는

$2\times5.878=11.756(\text{m})$

STEP 3 단원 마무리 :: 022쪽 ~ 023쪽

01 ③	02 ①	03 ⑤	04 $\frac{3}{29}\sqrt{10}$	
05 ①	06 ⑤	07 ①	08 ①	09 ④
10 ②	11 13820	12 7		

01

피타고라스 정리에 따라

$\overline{AB}=\sqrt{6^2+8^2}=\sqrt{100}=10$

① $\sin A=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$

② $\sin B=\frac{8}{10}=\frac{4}{5}$

④ $\cos B=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$

⑤ $\tan A=\frac{6}{8}=\frac{3}{4}$

02

$\tan A=\frac{\overline{BC}}{3}=\sqrt{3}$에서 $\overline{BC}=3\sqrt{3}$

$\overline{AC}=\sqrt{3^2+(3\sqrt{3})^2}=6$이므로

$\cos A=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$

03

$\cos A+\tan A=\frac{4}{5}+\frac{3}{4}=\frac{31}{20}$

04

$\triangle BDE$와 $\triangle ACE$는 닮음이므로

$\angle EBD=y$, $\overline{BE}=\overline{CE}=a$라고 하면

$\triangle ACE$에서 $\sin y=\frac{a}{\overline{AE}}$이므로 $\overline{AE}=\frac{7}{3}a$

$\triangle BDE$에서 $\sin y=\frac{\overline{DE}}{a}$이므로 $\overline{DE}=\frac{3}{7}a$

피타고라스의 정리에 따라 $\overline{BD}=\frac{2\sqrt{10}}{7}a$

따라서 $\tan x=\frac{\overline{BD}}{\overline{AD}}=\frac{\frac{2\sqrt{10}}{7}a}{\frac{7}{3}a+\frac{3}{7}a}=\frac{3}{29}\sqrt{10}$

05

$\overline{FH}=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$

$\overline{DF}=\sqrt{1^2+1^2+1^2}=\sqrt{3}$이고

따라서 $\angle DHF=90^\circ$이므로 직각삼각형 DFH에서

$\cos x=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{6}}{3}$

06

① $\sin 30^\circ+\cos 60^\circ=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=1$

② $\tan 30^\circ\times\cos 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{1}{2}$

③ $\tan 45^\circ-\sin 30^\circ=1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$

④ $\sin 60^\circ\div\tan 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}\div\frac{\sqrt{3}}{3}=\frac{3}{2}$

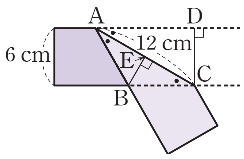
⑤ $\cos 45^\circ\times\sin 45^\circ=\frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{1}{2}$

07

$\tan A=\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}}=\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$이므로

$\angle A=30^\circ$

08



삼각형 ACD에서

$\overline{AC}=12$ cm, $\overline{CD}=6$ cm이므로

$\angle CAD=30^\circ$

$\angle CAD=\angle BAC=30^\circ$ (접은 각)

$\angle CAD=\angle ACB=30^\circ$ (엇각)

따라서 삼각형 ABC는 이등변삼각형이다.

삼각형 BCE에서 $\overline{CE}=6$ cm이고

$\cos 30^\circ=\frac{6}{\overline{BC}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$이므로 $\overline{BC}=4\sqrt{3}$(cm)

09

$\triangle AOH$에서

$\cos 48^\circ=\frac{\overline{OH}}{\overline{OA}}=\frac{\overline{OH}}{1}=\overline{OH}$

따라서 $\overline{BH}=\overline{OB}-\overline{OH}=1-\cos 48^\circ$

10

$45^\circ<A<90^\circ$일 때, $0<\cos A<\sin A<1$이므로

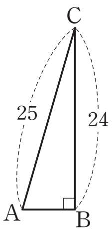
$\cos A-1<0$, $\sin A-\cos A>0$

$\therefore \sqrt{(\cos A-1)^2}-\sqrt{(\sin A-\cos A)^2}$

$=-(\cos A-1)-(\sin A-\cos A)$

$=1-\sin A$

그러므로 $1-\sin A=\frac{1}{25}$에서 $\sin A=\frac{24}{25}$



$\triangle ABC$는 그림과 같으므로

$\overline{AB}=\sqrt{25^2-24^2}=7$

따라서 $\tan A=\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}=\frac{24}{7}$

11

$\sin 56^\circ=0.8290$이므로

$\sin x^\circ=0.8290$에서 $x=56$

$\tan 54^\circ=1.3764$이므로 $y=1.3764$

따라서 $x+10000y$의 값은

$56+10000\times 1.3764=56+13764=13820$

12

$\sin A=\frac{6.82}{10}=0.682$에서 $A=43^\circ$

따라서 $\cos 43^\circ=\frac{x}{10}=0.7314$에서 $x=7.314≒7$

2 삼각비의 활용

STEP 1 유형 익히기 :: 024쪽 ~ 025쪽

01 3.84 **02** $x=7\cos 32^\circ$, $y=7\sin 32^\circ$

03 $x=16$, $y=12$ **04** (1) $2\sqrt{3}$ (2) 5 (3) $\sqrt{37}$

05 (1) 3 (2) 4 (3) 5

06 (가) $\tan 45^\circ$, (나) $\tan 60^\circ$, (다) 10, (라) $5(\sqrt{3}-1)$

07 (1) $h\tan 32^\circ$ (2) $h\tan 43^\circ$ (3) $h=\frac{10}{\tan 32^\circ+\tan 43^\circ}$

08 (가) $\frac{h}{c}$ (나) $c\sin B$, (다) $\frac{1}{2}ac\sin B$

09 $5\sqrt{2}$ cm^2

01

$\overline{AC}=\overline{AB}\sin 40^\circ=6\sin 40^\circ=6\times 0.64$

$=3.84$

02

$\triangle ABC$에서

$\cos 32^\circ=\frac{x}{7}$이므로, $x=7\cos 32^\circ$

$\sin 32^\circ=\frac{y}{7}$이므로, $y=7\sin 32^\circ$

03

$\angle C=55^\circ$이므로

$\sin 55^\circ=\frac{x}{20}=0.8$이므로 $x=16$

$\cos 55^\circ=\frac{y}{20}=0.6$이므로 $y=12$

04

(1) $\overline{AH}=4\sin 60^\circ=2\sqrt{3}$

(2) $\overline{BH}=4\cos 60^\circ=2$이므로 $\overline{CH}=7-2=5$

(3) $x=\sqrt{(2\sqrt{3})^2+5^2}=\sqrt{37}$

05

(1) $\overline{AH}=3\sqrt{2}\sin 45^\circ=3$

(2) $\overline{BH}=3\sqrt{2}\cos 45^\circ=3$이므로 $\overline{CH}=7-3=4$

(3) $x=\sqrt{3^2+4^2}=5$

06

$\triangle ABH$에서 $\overline{BH}=h\times\tan 45^\circ=h$,

$\triangle ACH$에서 $\angle CAH=60^\circ$이므로

$\overline{CH}=h\times\tan 60^\circ=\sqrt{3}h$

$\overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}$이므로

$h+\sqrt{3}h=10$에서 $h=\frac{10}{1+\sqrt{3}}=5(\sqrt{3}-1)$

07

(1) △ABH에서 $\angle BAH=90^\circ-58^\circ=32^\circ$

$\tan 32^\circ=\frac{\overline{BH}}{h}$ 이므로 $\overline{BH}=h\tan 32^\circ$

(2) △AHC에서 $\angle CAH=90^\circ-47^\circ=43^\circ$

$\tan 43^\circ=\frac{\overline{CH}}{h}$ 이므로 $\overline{CH}=h\tan 43^\circ$

(3) △ABC에서 $\overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}$이므로,

$10=h(\tan 32^\circ+\tan 43^\circ)$

따라서 $h=\frac{10}{\tan 32^\circ+\tan 43^\circ}$

08

△ABH에서 $\sin B=\frac{h}{c}$, $h=c\sin B$

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times\overline{BC}\times\overline{AH}=\frac{1}{2}\times a\times h$

$=\frac{1}{2}\times a\times c\sin B=\frac{1}{2}ac\sin B$

09

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\ \overline{AC}\cdot\overline{AB}\cdot\sin 45^\circ$

따라서 △ABC의 넓이 S는

$S=\frac{1}{2}\times5\times4\times\sin 45^\circ=5\sqrt{2}(\text{cm}^2)$

STEP 2 유형 다지기 :: 026쪽 ~ 035쪽

01 (1) 5.7 (2) 8.2 **02** 6 cm **03** 11.2
04 $\frac{5\sqrt{29}}{29}$ **05** $175\sqrt{3}\text{ cm}^3$ **06** $12\sqrt{2}\text{ cm}^3$
07 $72\sqrt{3}\pi\text{ cm}^3$ **08** $27\pi\sqrt{3}\text{ cm}^3$
09 $27\pi\text{ cm}^3$ **10** (1) 6.2 m (2) 4.8 m **11** $2\sqrt{3}$ m
12 9.325 m **13** (가) : 100 m (나) : $\left(100+\frac{100\sqrt{3}}{3}\right)$ m
14 6 m **15** $10(3+\sqrt{3})$ m
16 (1) $\sqrt{3}$ (2) 1 (3) 2 (4) $\sqrt{7}$ **17** $2\sqrt{5}$
18 6 cm **19** $4\sqrt{7}$ **20** $4\sqrt{5}$ **21** $2\sqrt{7}$ **22** 7
23 $2\sqrt{39}$ **24** $2\sqrt{13}$ cm **25** $10\sqrt{13}$ m
26 $5\sqrt{7}$ m **27** $2\sqrt{7}$ km
28 (1) $6\sqrt{3}$ (2) 6 (3) $12\sqrt{3}$ (4) 18 **29** $4\sqrt{2}$
30 $4\sqrt{6}$ cm **31** (1) 60° (2) $3\sqrt{3}$ (3) 6
32 81.91 **33** $\frac{8\sqrt{6}}{3}$ **34** $(60+60\sqrt{3})$ m
35 $59\sqrt{2}$ m **36** $(20\sqrt{2}+20\sqrt{6})$ m
37 $h=\frac{10}{\tan 62^\circ+\tan 17^\circ}$ **38** $2(3-\sqrt{3})$
39 19.3 m **40** (1) h, $\frac{\sqrt{3}}{3}h$ (2) $2(3+\sqrt{3})$
41 $10(\sqrt{3}+1)$ **42** $5\sqrt{3}+6.5$ m
43 $\frac{9}{2}(\sqrt{3}+1)$ **44** $24\sqrt{2}$ **45** 3
46 (1) $2\sqrt{3}$ (2) $6\sqrt{3}$ **47** $18\sqrt{3}\text{ cm}^2$ **48** 150
49 $\frac{12\sqrt{3}}{5}$ **50** $\frac{24\sqrt{3}}{5}$ cm **51** 16 cm^2
52 $\frac{2+5\sqrt{3}}{2}\text{ cm}^2$ **53** $4\sqrt{3}$ **54** $56\sqrt{3}$
55 $85\sqrt{2}$ **56** $6\sqrt{3}$ **57** 180
58 (1) $3\sqrt{2}$ (2) $18\sqrt{2}$ **59** $24\sqrt{3}\text{ cm}^3$
60 $32\sqrt{2}\text{ cm}^2$

01

(1) $\sin 35^\circ=\frac{\overline{BC}}{10}$

따라서 $\overline{BC}=10\sin 35^\circ=10\times0.57=5.7$

(2) $\cos 35^\circ=\frac{\overline{AC}}{10}$

따라서 $\overline{AC}=10\cos 35^\circ=10\times0.82=8.2$

02

$\tan A=\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}=\frac{\overline{BC}}{4}$

$\frac{\overline{BC}}{4}=\frac{3}{2}$, $2\overline{BC}=12$

따라서 $\overline{BC}=6$ (cm)

03

$\angle B=(90-53)^\circ=37^\circ$

$y=8\sin 37^\circ=8\times0.60=4.80$

$x=8\cos 37^\circ=8\times0.80=6.40$

따라서 $x+y=11.2$

04

$\overline{AG}=\sqrt{4^2+6^2+8^2}=\sqrt{116}=2\sqrt{29}$

$\overline{EG}=\sqrt{6^2+8^2}=\sqrt{100}=10$

따라서 $\cos x=\frac{10}{2\sqrt{29}}=\frac{5\sqrt{29}}{29}$

05

$\overline{FG}=10\cos 30^\circ=10\times\frac{\sqrt{3}}{2}=5\sqrt{3}(\text{cm})$

$\overline{CG}=10\sin 30^\circ=10\times\frac{1}{2}=5(\text{cm})$

따라서 직육면체의 부피는

$5\sqrt{3}\times7\times5=175\sqrt{3}(\text{cm}^3)$

06

$\overline{AB}=4\cos 60^\circ=4\times\frac{1}{2}=2(\text{cm})$

$\overline{AC}=4\sin 60^\circ=4\times\frac{\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{3}(\text{cm})$

따라서 구하는 부피는

$\left(\frac{1}{2}\times2\times2\sqrt{3}\right)\times2\sqrt{6}=12\sqrt{2}(\text{cm}^3)$

07

$\overline{AH}=12\sin 60^\circ=12\times\frac{\sqrt{3}}{2}=6\sqrt{3}(\text{cm})$

$\overline{BH}=12\cos 60^\circ=12\times\frac{1}{2}=6(\text{cm})$

따라서 원뿔의 부피 V는

$V=\frac{1}{3}\times\pi\times6^2\times6\sqrt{3}=72\sqrt{3}\pi(\text{cm}^3)$

08

$\overline{OH}=6\sin 60^\circ=6\times\sqrt{3}=6\sqrt{3}(\text{cm})$

$\therefore V=\frac{1}{3}\times\pi\times6^2\times6\sqrt{3}$

$=72\sqrt{3}\pi$

09

$\overline{AO}=6\sin 30^\circ=6\times\frac{1}{2}=3(\text{cm})$

$\overline{BO}=6\cos 30^\circ=6\times\frac{\sqrt{3}}{2}=3\sqrt{3}(\text{cm})$

따라서 원뿔의 부피는

$\frac{1}{3}\times\pi\times(3\sqrt{3})^2\times3=27\pi(\text{cm}^3)$

10

(1) 사다리의 길이를 x m라고 하면

$\cos 50^\circ=\frac{4}{x}$에서 $x=\frac{4}{0.6428}=6.223\cdots(\text{cm})$

따라서 반올림하면 6.2(m)

(2) 성벽의 높이를 y m라고 하면

$\tan 50^\circ=\frac{y}{4}$에서

$y=4\times1.1918=4.7672$

따라서 반올림하면 4.8(m)

11

$\triangle ABC$에서 $\tan 30^\circ=\frac{\overline{AC}}{\overline{BC}}$

따라서 나무의 높이 $\overline{AC}$의 길이는

$\overline{AC}=\overline{BC}\tan 30^\circ$

$=6\times\frac{\sqrt{3}}{3}=2\sqrt{3}(\text{m})$

12

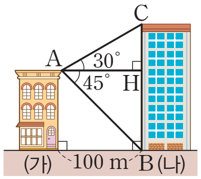
$\overline{BC}=10\times\tan 43^\circ$

$=10\times0.9325=9.325(\text{m})$

따라서 건물의 높이 h는

$h=9.325(\text{m})$

13



$\triangle ABH$에서 $\angle BAH=45^\circ$이므로

$\therefore\ \overline{BH}=\overline{AH}=100(\text{m})$

$\triangle ACH$에서 $\angle CAH=30^\circ$이므로

$\overline{CH}=\overline{AH}\tan 30^\circ$

$=100\times\frac{\sqrt{3}}{3}=\frac{100\sqrt{3}}{3}(\text{m})$

따라서 (가) 건물의 높이는 $\overline{BH}=100(\text{m})$,

(나) 건물의 높이는 $\overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}=100+\frac{100\sqrt{3}}{3}(\text{m})$

14

눈높이가 1.5 m이므로 $\overline{CD}=\frac{3}{2}(\text{m})$

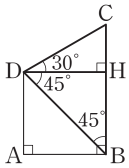
$\triangle BDC$에서 $\overline{BD}=\frac{\overline{CD}}{\tan 30^\circ}=\frac{3\sqrt{3}}{2}(\text{m})$

$\triangle ABD$에서 $\overline{AD}=\overline{BD}\tan 60^\circ$

$=\frac{3\sqrt{3}}{2}\cdot\sqrt{3}=\frac{9}{2}(\text{m})$

따라서 $\overline{AC}=\overline{AD}+\overline{CD}=\frac{9}{2}+\frac{3}{2}=6(\text{m})$

15



각도를 그림에 나타내면 다음과 같다.

$\overline{DH}=\overline{BH}=\overline{AB}=30$이므로

$\overline{CH}=\overline{DH}\times\tan 30^\circ=30\times\frac{\sqrt{3}}{3}=10\sqrt{3}$

따라서 $\overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}=30+10\sqrt{3}$

$=10(3+\sqrt{3})(\text{m})$

16

(1) $\overline{AH}=2\times\sin 60^\circ=2\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$

(2) $\overline{BH}=2\times\cos 60^\circ=2\times\frac{1}{2}=1$

(3) $\overline{CH}=\overline{BC}-\overline{BH}=3-1=2$

(4) $\overline{AC}^2=\overline{AH}^2+\overline{CH}^2=(\sqrt{3})^2+2^2=7$

$\overline{AC}=\sqrt{7}$

17

점 A에서 $\overline{BC}$에 수선의 발 H를 내리면

$\overline{AH}=\overline{BH}=2\sqrt{2}\cos 45^\circ=2$

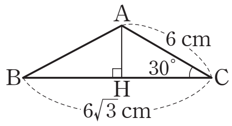
$\overline{CH}=6-2=4$

따라서 $x=\sqrt{2^2+4^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$

18

점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라고 하자.

$\triangle ACH$에서



$\overline{CH}=6\cos 30^\circ=6\times\frac{\sqrt{3}}{2}=3\sqrt{3}(\text{cm})$

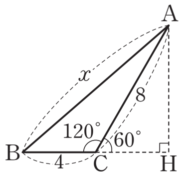
$\overline{BH}=6\sqrt{3}-3\sqrt{3}=3\sqrt{3}(\text{cm})$

즉, $\overline{BH}=\overline{CH}$이고 $\overline{BC}\perp\overline{AH}$이므로

$\triangle ABC$는 이등변삼각형이다.
따라서 $\overline{AB}=6(\text{cm})$

19

점 A에서 $\overline{BC}$의 연장선에 내린 수선의 발을 H라고 하자.



$\triangle ACH=180^\circ-120^\circ=60^\circ$이므로
$\angle ACH$에서

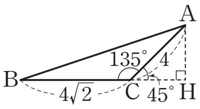
$\overline{AH}=\overline{AC}\sin 60^\circ=8\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=4\sqrt{3}$

$\overline{CH}=\overline{AC}\cos 60^\circ=8\times\dfrac{1}{2}=4$

즉, $\overline{BH}=\overline{BC}+\overline{CH}=4+4=8$
따라서 $\triangle ABH$에서 피타고라스의 정리에 따라
$x=\sqrt{8^2+(4\sqrt{3})^2}=\sqrt{112}=4\sqrt{7}$

20

그림과 같이 점 A에서 $\overline{BC}$의 연장선에 내린 수선의 발을 H라 하면



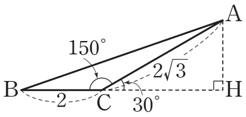
$\angle ACH=180^\circ-135^\circ=45^\circ$
$\triangle ACH$에서

$\overline{CH}=\overline{AH}=4\sin 45^\circ=4\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=2\sqrt{2}$

따라서 $\overline{BH}=4\sqrt{2}+2\sqrt{2}=6\sqrt{2}$이므로
$\triangle ABH$에서
$\overline{AB}=\sqrt{(6\sqrt{2})^2+(2\sqrt{2})^2}=4\sqrt{5}$

21

그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$의 연장선에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\angle ACH=180^\circ-150^\circ=30^\circ$

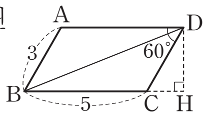
$\therefore\ \overline{AH}=2\sqrt{3}\sin 30^\circ=2\sqrt{3}\times\dfrac{1}{2}=\sqrt{3}$

$\overline{CH}=2\sqrt{3}\cos 30^\circ=2\sqrt{3}\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=3$

즉 $\overline{BH}=2+3=5$이므로
$\overline{AB}=\sqrt{5^2+(\sqrt{3})^2}=2\sqrt{7}$

22

그림과 같이 점 D에서 $\overline{BC}$의 연장선에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로



$\angle DCH=\angle ADC=60^\circ$

$\triangle DCH$에서 $\overline{DH}=\overline{CD}\sin 60^\circ=3\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$

$\overline{CH}=\text{CD}\cos 60^\circ=3\times\dfrac{1}{2}=\dfrac{3}{2}$

이때, $\overline{BH}=\overline{BC}+\overline{CH}=5+\dfrac{3}{2}=\dfrac{13}{2}$

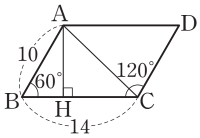
따라서 $\triangle BDH$에서 피타고라스의 정리에 따라

$\overline{BD}=\sqrt{\overline{BH}^2+\overline{DH}^2}=\sqrt{\left(\dfrac{13}{2}\right)^2+\left(\dfrac{3\sqrt{3}}{2}\right)^2}=\sqrt{\dfrac{169}{4}+\dfrac{27}{4}}$

$=\sqrt{49}=7$

23

$\angle B=180^\circ-120^\circ=60^\circ$
그림과 같이 점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



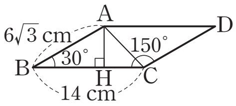
$\overline{AH}=10\sin 60^\circ=10\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=5\sqrt{3}$

$\overline{BH}=10\cos 60^\circ=10\times\dfrac{1}{2}=5$

그러므로 $\overline{CH}=14-5=9$
따라서 $\overline{AC}=\sqrt{(5\sqrt{3})^2+9^2}=2\sqrt{39}$

24

$\square ABCD$가 평행사변형이므로
$\angle B=180^\circ-150^\circ=30^\circ$
그림과 같이 점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\triangle ABH$에서

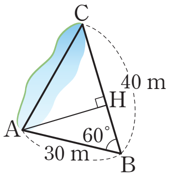
$\overline{AH}=6\sqrt{3}\sin 30^\circ=6\sqrt{3}\times\dfrac{1}{2}=3\sqrt{3}(\text{cm})$,

$\overline{BH}=6\sqrt{3}\cos 30^\circ=6\sqrt{3}\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=9(\text{cm})$

이므로 $\overline{CH}=14-9=5(\text{cm})$
따라서 $\triangle ACH$에서
$\overline{AC}=\sqrt{5^2+(3\sqrt{3})^2}=2\sqrt{13}(\text{cm})$

25

그림과 같이 점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\triangle ABH$에서 $\overline{AH}=30\sin 60^\circ$

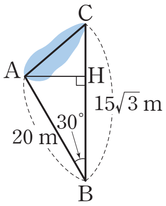
$=30\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=15\sqrt{3}(\text{m})$

$\overline{BH}=30\cos 60^\circ=30\times\dfrac{1}{2}=15(\text{m})$

이므로 $\overline{CH}=40-15=25(\text{m})$
따라서 $\triangle ACH$에서
$\overline{AC}=\sqrt{25^2+(15\sqrt{3})^2}=10\sqrt{13}(\text{m})$

26

그림과 같이 점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\triangle ABH$에서



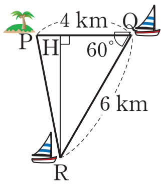
$\overline{AH}=20\sin 30^\circ=20\times\dfrac{1}{2}=10(\text{m})$

$\overline{BH}=20\cos 30^\circ=20\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=10\sqrt{3}(\text{m})$

이므로 $\overline{CH}=15\sqrt{3}-10\sqrt{3}=5\sqrt{3}(\text{m})$
따라서 $\triangle ACH$에서
$\overline{AC}=\sqrt{10^2+(5\sqrt{3})^2}=5\sqrt{7}(\text{m})$

27

그림과 같이 점 R에서 $\overline{PQ}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



삼각형 HQR에서

$\cos 60^\circ=\dfrac{\overline{HQ}}{6}=\dfrac{1}{2}$이므로 $\overline{HQ}=3(\text{km})$

$\sin 60^\circ=\dfrac{\overline{HR}}{6}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$이므로 $\overline{HR}=3\sqrt{3}(\text{km})$

$\overline{HQ}=3\text{ km}$이므로 $\overline{PH}=4-3=1(\text{km})$

삼각형 PHR에서

$\overline{PR}=\sqrt{1^2+(3\sqrt{3})^2}=\sqrt{28}=2\sqrt{7}(\text{km})$

따라서 배가 섬의 P 지점으로부터 떨어진 거리는 $2\sqrt{7}(\text{km})$이다.

28

(1) $\overline{AH}=12\sin 60^\circ=6\sqrt{3}$

(2) $\overline{CH}=12\cos 60^\circ=6$

(3) $\overline{AB}=\dfrac{6\sqrt{3}}{\sin 30^\circ}=12\sqrt{3}$

(4) $\overline{BH}=\dfrac{6\sqrt{3}}{\tan 30^\circ}=18$

29

$\angle B=180^\circ-(30^\circ+45^\circ)=105^\circ=105^\circ$

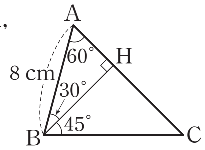
점 B에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\overline{BH}=\overline{BC}\cos 45^\circ=2\sqrt{2}$

따라서 $\overline{AB}=\dfrac{\overline{BH}}{\sin 30^\circ}=\dfrac{2\sqrt{2}}{\frac{1}{2}}=4\sqrt{2}$

30

점 B에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면,



△ABH에서 $\overline{BH}=8\cos 30^\circ=4\sqrt{3}(\text{cm})$

△BCH에서 $\overline{BC}=\dfrac{\overline{BH}}{\cos 45^\circ}=4\sqrt{6}(\text{cm})$

31

(1) $\angle A=180^\circ-(75^\circ+45^\circ)=60^\circ$

(2) △CHB에서 $\overline{BH}=3\sqrt{6}\sin 45^\circ=3\sqrt{3}$

(3) △ABH에서 $\dfrac{\overline{BH}}{x}=\sin 60^\circ$

따라서 $x=\dfrac{\overline{BH}}{\sin 60^\circ}=3\sqrt{3}\div\dfrac{\sqrt{3}}{2}=6$

32

점 B에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 H라하면

$\overline{BH}=100\sin 50^\circ=100\times 0.77=77$

△ABH에서 $\overline{BH}=\overline{AB}\sin 70^\circ$이므로

$\overline{AB}=\dfrac{\overline{BH}}{\sin 70^\circ}=\dfrac{77}{0.94}=81.914\cdots$

따라서 반올림하여 소수 둘째 자리까지 구하면 81.91

33

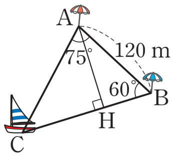
$\angle C=180^\circ-(45^\circ+75^\circ)=60^\circ$

점 B에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\overline{BH}=\overline{AH}=8\cos 45^\circ=4\sqrt{2}$

$\overline{BC}=\dfrac{\overline{BH}}{\sin 60^\circ}=\dfrac{8\sqrt{6}}{3}$

34



$\sin 30^\circ=\dfrac{\overline{BH}}{120}=\dfrac{1}{2}$이므로 $\overline{BH}=60(\text{m})$

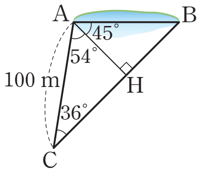
삼각형 ACH에서 $\angle CAH=75^\circ-30^\circ=45^\circ$

$\tan 45^\circ=\dfrac{\overline{CH}}{60\sqrt{3}}=1$이므로 $\overline{CH}=60\sqrt{3}(\text{m})$

따라서 $\overline{BC}=60+60\sqrt{3}(\text{m})$

35

그림과 같이 점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



△ACH에서 $\sin 36^\circ=0.59$이므로

$\overline{AH}=100\sin 36^\circ=59(\text{m})$

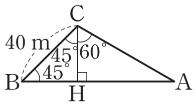
$\angle CAH=180^\circ-90^\circ-36^\circ=54^\circ$

따라서 $\angle BAH=99^\circ-54^\circ=45^\circ$

따라서 $\overline{AB}=\dfrac{\overline{AH}}{\cos 45^\circ}=59\div\dfrac{\sqrt{2}}{2}=59\sqrt{2}(\text{m})$

36

그림과 같이 점 C에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{BH}=40\cos 45^\circ=40\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=20\sqrt{2}(\text{m})$

$\angle ACH=105^\circ-45^\circ=60^\circ$이고

$\overline{CH}=\overline{BH}=20\sqrt{2}\text{ m}$이므로

$\overline{AH}=20\sqrt{2}\tan 60^\circ=20\sqrt{2}\times\sqrt{3}=20\sqrt{6}(\text{m})$

따라서 $\overline{AB}=20\sqrt{2}+20\sqrt{6}(\text{m})$

37

△ABH에서, $\overline{BH}=h\tan(90^\circ-28^\circ)=h\tan 62^\circ$

△ACH에서, $\overline{CH}=h\tan(90^\circ-73^\circ)=h\tan 17^\circ$

$\overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}$에서 $10=h(\tan 62^\circ+\tan 17^\circ)$

따라서 $h=\dfrac{10}{\tan 62^\circ+\tan 17^\circ}$

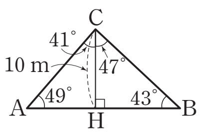
38

$$\overline{BH}=\frac{4}{\tan 30^\circ+\tan 45^\circ}=\frac{4}{\frac{1}{\sqrt{3}}+1}$$

$$=\frac{4}{\frac{\sqrt{3}+3}{3}}=\frac{12}{3+\sqrt{3}}=2(3-\sqrt{3})$$

39

그림과 같이 점 C에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\angle ACH=41^\circ$, $\angle BCH=47^\circ$이므로

$\overline{AH}=10\tan 41^\circ$

$=10\times0.86=8.6(\text{m})$

$\overline{BH}=10\tan 47^\circ=10\times1.07=10.7(\text{m})$

따라서 $\overline{AB}=\overline{AH}+\overline{BH}=8.6+10.7=19.3(\text{m})$

40

(1) △ABH에서 $\overline{BH}=h$

△ACH에서 $\overline{CH}=\frac{\sqrt{3}}{3}h$

(2) $4=h-\frac{\sqrt{3}}{3}h$

따라서 $h=4\times\frac{3}{3-\sqrt{3}}=2(3+\sqrt{3})$

41

△ACH에서 $\angle CAH=180^\circ-(45^\circ+90^\circ)=45^\circ$

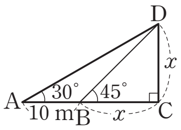
$\overline{AH}=x$라 하면 $\overline{CH}=x$

따라서, $\tan 30^\circ=\frac{\overline{AH}}{\overline{BH}}$이므로 $\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{x}{20+x}$

$\sqrt{3}x=20+x$에서 $(\sqrt{3}-1)x=20$

따라서 $x=\frac{20}{\sqrt{3}-1}=\frac{20(\sqrt{3}+1)}{3-1}=10(\sqrt{3}+1)$

42



그림에서

$\overline{AC}=x\tan 60^\circ=\sqrt{3}x$

$\overline{AB}=\overline{AC}-\overline{BC}$에서

$10=\sqrt{3}x-x$에서 $x=5(\sqrt{3}+1)$

따라서 나무의 높이 h는

$h=5\sqrt{3}+5+1.5=5\sqrt{3}+6.5(\text{m})$

43

점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\overline{BH}=3\sqrt{3}$, $\overline{AH}=\overline{CH}=3$이므로

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times6\times(3\sqrt{3}+3)\times\sin 30^\circ$

$=\frac{9}{2}(\sqrt{3}+1)$

44

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times8\times12\times\sin 45^\circ$

$=\frac{1}{2}\times8\times12\times\frac{\sqrt{2}}{2}=24\sqrt{2}$

45

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times2\sqrt{3}\times6\times\sin 60^\circ$

$=\frac{1}{2}\times2\sqrt{3}\times6\times\frac{\sqrt{3}}{2}=9$

따라서 $\triangle ABG=\frac{1}{3}\triangle ABC=\frac{1}{3}\times9=3$

46

(1) $\angle ABH=60^\circ$이므로 $h=4\sin 60^\circ=2\sqrt{3}$

(2) $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times6\times2\sqrt{3}=6\sqrt{3}$

47

$S=\frac{1}{2}\times6\times12\times\sin(180^\circ-120^\circ)$

$=\frac{1}{2}\times6\times12\times\sin 60^\circ$

$=\frac{1}{2}\times6\times12\times\frac{\sqrt{3}}{2}$

$=\frac{72\sqrt{3}}{4}=18\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

48

$\overline{ED}=20\sin 60^\circ=20\times\frac{\sqrt{3}}{2}=10\sqrt{3}$

△ECD에서 $\angle EDC=30^\circ+90^\circ=120^\circ$

따라서 △ECD의 넓이 S는

$S=\frac{1}{2}\times20\times10\sqrt{3}\times\sin(180^\circ-120^\circ)$

$=\frac{1}{2}\times20\times10\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=150$

49

△ABC=△ABD+△ACD이므로

$\frac{1}{2}\cdot4\cdot6\cdot\sin 60^\circ$

$=\frac{1}{2}\cdot4\cdot\overline{AD}\cdot\sin 30^\circ+\frac{1}{2}\cdot\overline{AD}\cdot6\cdot\sin 30^\circ$

$12\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=2\cdot\overline{AD}\cdot\frac{1}{2}+3\cdot\overline{AD}\cdot\frac{1}{2}$에서

$12\sqrt{3}=5\overline{AD}$

따라서 $\overline{AD}=\frac{12\sqrt{3}}{5}$

50

$\overline{AD}=x$라고 하면

△ABC=△ABD+△ACD이므로

$\frac{1}{2}\times12\times8\times\sin 60^\circ$

$=\frac{1}{2}\times12\times x\times\sin 30^\circ+\frac{1}{2}\times8\times x\times\sin 30^\circ$

따라서 $24\sqrt{3}=3x+2x$에서 $x=\frac{24\sqrt{3}}{5}(\text{cm})$

51

$\triangle ABC=16(\text{cm}^2)$이므로

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times\overline{BC}\times\overline{AB}\times\sin 70^\circ$

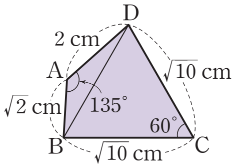
$=\frac{1}{2}\times\overline{BC}\times5\times\sin 70^\circ=16(\text{cm}^2)$

$\triangle DBC=\frac{1}{2}\times\overline{BC}\times\overline{DC}\times\sin(180^\circ-110^\circ)$

$=\frac{1}{2}\times\overline{BC}\times5\times\sin 70^\circ=16(\text{cm}^2)$

52

그림과 같이 보조선 $\overline{BD}$를 그으면



$\square ABCD=\triangle ABD+\triangle BCD$

$=\frac{1}{2}\times 2\times\sqrt{2}\times\sin(180^\circ-135^\circ)$

$+\frac{1}{2}\times\sqrt{10}\times\sqrt{10}\times\sin 60^\circ$

$=\sqrt{2}\sin 45^\circ+5\sin 60^\circ=\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}+5\times\frac{\sqrt{3}}{2}$

$=\frac{2+5\sqrt{3}}{2}(\text{cm}^2)$

53

보조선 $\overline{BD}$를 그으면

$\square ABCD=\triangle ABD+\triangle BCD$

$=\frac{1}{2}\times 2\times 2\times\sin(180^\circ-120^\circ)+\frac{1}{2}\times 2\sqrt{3}\times 2\sqrt{3}\times\sin 60^\circ$

$=2\sin 60^\circ+6\sin 60^\circ=8\sin 60^\circ$

따라서 사각형 ABCD의 넓이 S는

$S=8\times\frac{\sqrt{3}}{2}=4\sqrt{3}$

54

$\triangle ABC$에서 $\overline{AC}=8\tan 60^\circ=8\sqrt{3}$

$\square ABCD=\triangle ABC+\triangle ACD$

따라서 $\square ABCD$의 넓이 S는

$S=\frac{1}{2}\times 8\times 8\sqrt{3}\times\sin 90^\circ+\frac{1}{2}\times 8\sqrt{3}\times 12\times\sin 30^\circ$

$=32\sqrt{3}+24\sqrt{3}=56\sqrt{3}$

55

$\square ABCD=\frac{1}{2}\overline{AC}\cdot\overline{BD}\cdot\sin 45^\circ$

$=\frac{1}{2}\times 20\times 17\times\frac{\sqrt{2}}{2}$

$=85\sqrt{2}$

56

$\square ABCD=\frac{1}{2}\times 4\times 6\times\sin(180^\circ-120^\circ)$

$=\frac{1}{2}\times 4\times 6\times\frac{\sqrt{3}}{2}$

$=6\sqrt{3}$

57

네 각이 모두 직각이고, 네 변의 길이가 모두 같으므로 정사각형이다. 정사각형의 대각선의 길이는 같고, 두 대각선은 직교하므로

$\square ABCD=\frac{1}{2}\times 6\sqrt{10}\times 6\sqrt{10}\times 1=180$

58

(1) $\overline{AH}=6\sin 45^\circ=3\sqrt{2}$

(2) $\square ABCD=6\times 3\sqrt{2}=18\sqrt{2}$

59

평행사변형 ABCD의 넓이 S는

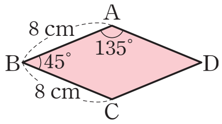
$S=6\times 8\times\sin 60^\circ$

$=6\times 8\times\frac{\sqrt{3}}{2}=24\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

60

$\angle A+\angle B=180^\circ$이므로 $\angle B=45^\circ$이고

그림에 나타내면 다음과 같다.



$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 8\times 8\times\sin 45^\circ$

$=16\sqrt{2}(\text{cm}^2)$

따라서 $\square ABCD=2\times 16\sqrt{2}=32\sqrt{2}(\text{cm}^2)$

STEP 3 단원 마무리

:: 036쪽 ~ 037쪽

01 ①	**02** ②	**03** ②	**04** $2\sqrt{7}$ cm
05 17.2 m	**06** ⑤	**07** ①	**08** $5(\sqrt{3}+1)$ cm
09 ②	**10** 25 : 22	**11** $90\sqrt{3}$ cm^2	
12 $15\sqrt{2}$ cm^2			

01

$\overline{AB}=\frac{7}{\sin 44^\circ}=\frac{7}{0.70}=10$

02

$\overline{FG}=4\cos 45^\circ=4\times\frac{\sqrt{2}}{2}=2\sqrt{2}(\text{cm})$

$\overline{CG}=4\sin 45^\circ=4\times\frac{\sqrt{2}}{2}=2\sqrt{2}(\text{cm})$

따라서 직육면체의 부피 V는

$V=2\sqrt{2}\times 8\times 2\sqrt{2}=64(\text{cm}^3)$

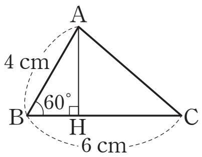
03

$\sin 26^\circ=\frac{(\text{높이})}{1000}=0.4384$이므로

$(\text{높이})=1000\times 0.4384=438.4(\text{m})$

04

그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{AH}=4\sin 60^\circ=2\sqrt{3}(\text{cm})$

$\overline{BH}=4\cos 60^\circ=2(\text{cm})$이므로

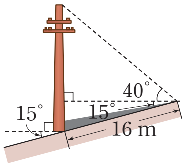
$\overline{CH}=\overline{BC}-\overline{BH}=6-2=4(\text{cm})$

따라서 $\triangle AHC$에서

$\overline{AC}=\sqrt{4^2+(2\sqrt{3})^2}=2\sqrt{7}(\text{cm})$

05

다음 그림과 같이 점 C에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 D라고 하면



$\overline{DB}=16\sin 15^\circ=16\times 0.26=4.16$

$\overline{CD}=16\cos 15^\circ=16\times 0.97=15.52$

$\triangle$ADC에서

$\overline{AD}=\overline{CD}\tan 40^\circ=15.52\times 0.84\fallingdotseq 13.04(\mathrm{m})$

$\therefore\ \overline{AB}=\overline{AD}+\overline{DB}=13.04+4.16$

$=17.2(\mathrm{m})$

06

특수각이 나타나도록 수선을 그어야 한다.

점 B에서 변 AC에 내린 수선의 발을 H라고 하면

$\overline{BH}=40\sin 60^\circ=40\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=20\sqrt{3}$

또 삼각형 ABH에서

$\dfrac{20\sqrt{3}}{\overline{AB}}=\sin 45^\circ$

따라서 $\overline{AB}=\dfrac{20\sqrt{3}}{\sin 45^\circ}=20\sqrt{3}\times\sqrt{2}=20\sqrt{6}(\mathrm{m})$

07

$\triangle$ABC에서 $\sin 30^\circ=\dfrac{\overline{AC}}{6}=\dfrac{1}{2}$이므로 $\overline{AC}=3(\mathrm{cm})$

$\triangle$AHC에서 $\sin 60^\circ=\dfrac{\overline{AH}}{3}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ 이므로

$\overline{AH}=\dfrac{3\sqrt{3}}{2}(\mathrm{cm})$

08

$\overline{AH}=x(\mathrm{cm})$라고 하면 $\overline{CH}=x(\mathrm{cm})$

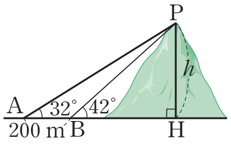
$\triangle$ABH에서 $\tan 60^\circ=\dfrac{\overline{BH}}{\overline{AH}}$

$\sqrt{3}x=10+x$에서 $(\sqrt{3}-1)x=10$

따라서 $x=\dfrac{10}{\sqrt{3}-1}=5(\sqrt{3}+1)(\mathrm{cm})$

09

그림과 같이 산꼭대기를 점 P, 점 P에서 $\overline{AB}$의 연장선에 내린 수선의 발을 H, $\overline{PH}=h(\mathrm{m})$라 하면



$\triangle$PAH에서

$\angle APH=180^\circ-(90^\circ+32^\circ)=58^\circ$

$\triangle$PBH에서 $\angle BPH=180^\circ-(90^\circ+42^\circ)=48^\circ$

따라서, $\overline{AH}=\overline{PH}\times\tan 58^\circ=h\tan 58^\circ$

$\overline{BH}=\overline{PH}\times\tan 48^\circ=h\tan 48^\circ$이므로

$h\tan 58^\circ-h\tan 48^\circ=200$

$h(\tan 58^\circ-\tan 48^\circ)=200$

따라서 $h=\dfrac{200}{\tan 58^\circ-\tan 48^\circ}(\mathrm{m})$

10

$\overline{AB}=x$, $\overline{BC}=y$라고 하면

$\overline{A'B}=\dfrac{80}{100}x=\dfrac{8}{10}x$

$\overline{BC'}=\dfrac{110}{100}y=\dfrac{11}{10}y$

$\triangle ABC=\dfrac{1}{2}xy\sin B$

$\triangle A'BC'=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{8}{10}x\times\dfrac{11}{10}y\times\sin B$

$=\dfrac{88}{100}\times\left(\dfrac{1}{2}xy\times\sin B\right)$

$=\dfrac{88}{100}\triangle ABC$

따라서 $\triangle ABC : \triangle A'BC'=\triangle ABC : \dfrac{88}{100}\triangle ABC$

$=25 : 22$

11

점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면

$\overline{BH}=10\cos 60^\circ=5(\mathrm{cm})$

$\overline{AH}=10\sin 60^\circ=5\sqrt{3}(\mathrm{cm})$

$\therefore\ \overline{CH}=\overline{BC}-\overline{BH}=20-5=15(\mathrm{cm})$

$\triangle$ACH에서

$\overline{AC}=\sqrt{\overline{AH}^2+\overline{CH}^2}$

$=\sqrt{(5\sqrt{3})^2+15^2}=\sqrt{300}=10\sqrt{3}(\mathrm{cm})$

$\square ABCD=\triangle ABC+\triangle ACD$

따라서 사각형 ABCD의 넓이 S는

$S=\dfrac{1}{2}\times 10\times 20\times\sin 60^\circ+\dfrac{1}{2}\times 10\sqrt{3}\times 16\times\sin 30^\circ$

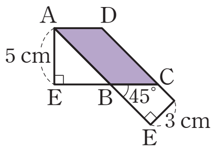
$=50\sqrt{3}+40\sqrt{3}=90\sqrt{3}(\mathrm{cm}^2)$

12

$\overline{BC}=\dfrac{3}{\sin 45^\circ}=3\sqrt{2}$

따라서 $\square ABCD=3\sqrt{2}\times 5$

$=15\sqrt{2}\ (\mathrm{cm}^2)$



STEP 4 실전 대비하기

:: 038쪽 ~ 040쪽

01 ①	**02** ①	**03** $\dfrac{2\sqrt{13}}{13}$	**04** ④	**05** $\dfrac{1}{3}$
06 ②	**07** ②	**08** ①	**09** ②	**10** ④
11 ③	**12** ①	**13** 65.31 m	**14** $3(3-\sqrt{3})$	
15 683 m	**16** ⑤	**17** ③	**18** ③	

01

$\triangle$ABH에서 $\cos B=\dfrac{\overline{BH}}{15}=\dfrac{4}{5}$ 이므로 $\overline{BH}=12$

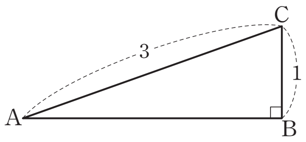
그러므로 $\overline{AH}=\sqrt{15^2-12^2}=9$

따라서 $\triangle$ACH에서 $\sin C=\dfrac{9}{10}$

02

$\overline{AC}=3$, $\overline{BC}=1$, $\angle B=90^\circ$인

직각삼각형을 그리면



$\overline{AB}=\sqrt{3^2-1^2}=2\sqrt{2}$

즉, $\cos A=\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$,

$\tan A=\dfrac{1}{2\sqrt{2}}$

따라서 $\cos A\times\tan A=\dfrac{2\sqrt{2}}{3}\times\dfrac{1}{2\sqrt{2}}=\dfrac{1}{3}$

03

$\triangle$ABC는 직각삼각형이고, $\overline{AC}=3a$라 하면,

$\overline{BC}=2a$이므로

$\overline{AB}=\sqrt{\overline{AC}^2+\overline{BC}^2}$

$=\sqrt{(3a)^2+(2a)^2}=\sqrt{13}a$

따라서 $\dfrac{\overline{B_1C_1}}{\overline{AB_1}}=\sin A=\dfrac{\overline{BC}}{\overline{AB}}=\dfrac{2a}{\sqrt{13}a}=\dfrac{2\sqrt{13}}{13}$

04

$\overline{BC}=\sqrt{6^2+8^2}=\sqrt{100}=10$

$x+y=90^\circ$이므로 $\angle ABH=y$, $\angle ACH=x$이다.

따라서 삼각형 ABC에서

$\cos x\times\tan y=\dfrac{8}{10}\times\dfrac{8}{6}=\dfrac{16}{15}$

05

$\triangle$AEG에서 $\angle AEG=90^\circ$이고

$\overline{AG}=\sqrt{3}\times6=6\sqrt{3}$

$\overline{GE}=\sqrt{2}\times6=6\sqrt{2}$

$\overline{AE}=6$이므로

$\sin x=\dfrac{\overline{AE}}{\overline{AG}}=\dfrac{6}{6\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

$\cos x=\dfrac{\overline{GE}}{\overline{AG}}=\dfrac{6\sqrt{2}}{6\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$

$\tan x=\dfrac{\overline{AE}}{\overline{GE}}=\dfrac{6}{6\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

따라서 $\sin x\times\cos x\times\tan x=\dfrac{\sqrt{3}}{3}\times\dfrac{\sqrt{6}}{3}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=\dfrac{1}{3}$

06

$\triangle$ABC에서

$\tan 30^\circ=\dfrac{6}{\overline{BC}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$이므로 $\overline{BC}=6\sqrt{3}$

$\triangle$ADC에서

$\tan 45^\circ=\dfrac{6}{\overline{DC}}=1$이므로 $\overline{DC}=6$

따라서 $\overline{BD}=\overline{BC}-\overline{DC}=6\sqrt{3}-6=6(\sqrt{3}-1)$

07

$\triangle$ACO에서 $\cos 45^\circ=\dfrac{6}{\overline{OA}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$이므로 $\overline{OA}=\sqrt{2}$

$\tan 45^\circ=\dfrac{\overline{AC}}{1}=1$에서 $\overline{AC}=1$

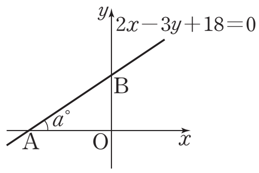
$\overline{OB}=\overline{OA}=\sqrt{2}$이므로 $\triangle$ACB에서

$\tan x=\dfrac{\overline{AC}}{\overline{BC}}=\dfrac{1}{1+\sqrt{2}}=\sqrt{2}-1$

08

$2x-3y+18=0$의 x절편은 -9,

y절편은 6



$\overline{OA}=9$, $\overline{OB}=6$이므로

$\overline{AB}=\sqrt{9^2+6^2}=\sqrt{117}=3\sqrt{13}$

따라서 $\sin a^\circ-\cos a^\circ$

$=\dfrac{6}{3\sqrt{13}}-\dfrac{9}{3\sqrt{13}}$

$=-\dfrac{3}{3\sqrt{13}}=-\dfrac{\sqrt{13}}{13}$

09

$\sin 32^\circ-\cos 32^\circ+\tan 32^\circ$의 값은

$0.53-0.85+0.62=0.30$

10

$\angle A=180^\circ-(56^\circ+90^\circ)=34^\circ$

따라서 $\cos 34^\circ=\dfrac{\overline{AC}}{10}=0.8290$이므로

$\overline{AC}=10\times0.8290=8.290$

11

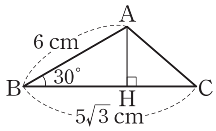
$\tan 30^\circ=\dfrac{x}{6}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$이므로

$x=2\sqrt{3}$(m)

12

그림과 같이 점 A에서 $\overline{BC}$에 내린

수선의 발을 H라 하면



$\triangle$ABH에서 $\overline{AH}=6\sin 30^\circ=3$(cm)

$\overline{BH}=6\cos 30^\circ=3\sqrt{3}$(cm)

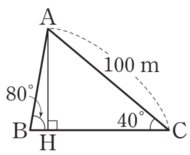
$\overline{CH}=\overline{BC}-\overline{BH}=5\sqrt{3}-3\sqrt{3}=2\sqrt{3}$(cm)

$\triangle$ACH에서 $\overline{AC}=\sqrt{3^2+(2\sqrt{3})^2}=\sqrt{21}$(cm)

13

점 A에서 변 BC에 내린 수선의 발을

H라고 하자.



$\sin 40^\circ=\dfrac{\overline{AH}}{\overline{AC}}=\dfrac{\overline{AH}}{100}$에서

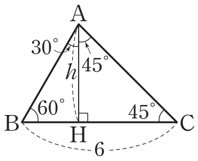
$\overline{AH}=100\sin 40^\circ$

$\sin 80^\circ = \dfrac{\overline{AH}}{\overline{AB}}$에서 $\overline{AH} = \overline{AB}\sin 80^\circ$

따라서 $100 \sin 40^\circ = \overline{AB}\sin 80^\circ$에서

$\overline{AB} = \dfrac{100 \sin 40^\circ}{\sin 80^\circ} \fallingdotseq 65.31(\mathrm{m})$

14



그림과 같이 $\overline{AH} = h$라 하면

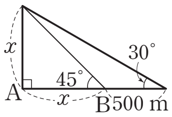
$\angle BAH = 30^\circ$, $\angle CAH = 45^\circ$이므로

$\overline{BH} = h \tan 30^\circ = \dfrac{\sqrt{3}}{3}h$

$\overline{BC} = \overline{BH} + \overline{CH} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}h + h = \left(\dfrac{\sqrt{3}+3}{3}\right)h = 6$

따라서 $h = 3(3-\sqrt{3})$

15



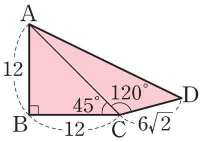
단면을 나타내면 그림과 같다.

이때 $\overline{AB} = x$로 놓으면

$\tan 30^\circ = \dfrac{x}{x+500}$에서 $\dfrac{1}{\sqrt{3}} = \dfrac{x}{x+500}$

따라서 $x = \dfrac{500}{\sqrt{3}-1} = 250(\sqrt{3}+1) = 683(\mathrm{m})$

16



$\triangle ABC = \dfrac{1}{2} \times 12 \times 12 = 72$

$\overline{AC} = \dfrac{12}{\sin 45^\circ} = 12\sqrt{2}$이므로

$\triangle ACD = \dfrac{1}{2} \times 12\sqrt{2} \times 6\sqrt{2} \times \sin(180^\circ - 120^\circ)$

$= 72 \times \sin 60^\circ = 72 \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 36\sqrt{3}$

따라서 $\square ABCD = \triangle ABC + \triangle ACD = 72 + 36\sqrt{3}$

17

$\triangle AMC = \dfrac{1}{2}\triangle ABC = \dfrac{1}{4}\square ABCD$

$= \dfrac{1}{4} \times (4 \times 6 \times \sin 60^\circ) = 3\sqrt{3}(\mathrm{cm}^2)$

18

두 대각선이 이루는 예각의 크기를 $\angle x$라고 하면

$\square ABCD = \dfrac{1}{2} \times 10 \times 12 \times \sin x$

$= 60 \sin x = 30\sqrt{3}$

그러므로 $\sin x = \dfrac{30\sqrt{3}}{60} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

따라서 구하는 예각의 크기는 60°이다.

Ⅱ. 원의 성질

3 원과 직선

STEP 1 유형 익히기 :: 042쪽 ~ 043쪽

01 ③	**02** 12 cm	**03** (1) $4\sqrt{5}$ cm (2) $8\sqrt{5}$ cm^2	
04 8	**05** 12 cm	**06** $8\sqrt{3}$	**07** 55° **08** $\sqrt{39}$
09 ⑤	**10** 8 cm	**11** 16 cm	

01

③ 중심각의 크기와 현의 길이는 정비례하지 않는다.

따라서 $\overline{AC} \neq 2\overline{DE}$

02

$\angle AOB = \angle COD$이므로

중심각의 크기가 같으면 현의 길이가 같다.

따라서 $\overline{CD} = \overline{AB} = 12(\mathrm{cm})$

03

(1) $\overline{AM} = \sqrt{\overline{OA}^2 - \overline{OM}^2} = \sqrt{6^2 - 4^2} = 2\sqrt{5}(\mathrm{cm})$

따라서 $\overline{AB} = 2\overline{AM} = 4\sqrt{5}(\mathrm{cm})$

(2) $4\sqrt{5} \times 4 \times \dfrac{1}{2} = 8\sqrt{5}(\mathrm{cm}^2)$

04

$\triangle OCN$에서

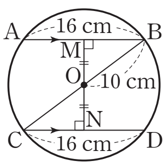
$\overline{CN} = \sqrt{(4\sqrt{2})^2 - 4^2} = \sqrt{16} = 4$

그러므로 $\overline{CD} = 2\overline{CN} = 2 \times 4 = 8$

이때 $\overline{OM} = \overline{ON}$이므로 $\overline{AB} = \overline{CD}$

따라서 $\overline{AB} = 8$

05



그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$에 내린 수선의 발을 각각 M, N이라 하면

$\overline{AB} = \overline{CD} = 16$ cm이므로 $\overline{OM} = \overline{ON}$

$\overline{BM} = \dfrac{1}{2}\overline{AB} = \dfrac{1}{2} \times 16 = 8(\mathrm{cm})$이므로

$\overline{OM} = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6(\mathrm{cm})$

따라서 $\overline{AB}$와 $\overline{CD}$ 사이의 거리는

$\overline{MN} = 2\overline{OM} = 2 \times 6 = 12(\mathrm{cm})$

06

$\overline{AB}$와 $\overline{OP}$의 교점을 C라 하면 $\angle AOC = 60^\circ$

$\triangle ACO$에서

$\overline{OA} : \overline{AC} = 2 : \sqrt{3}$이므로 $8 : \overline{AC} = 2 : \sqrt{3}$

$\therefore \overline{AC} = 4\sqrt{3}$

따라서 $\overline{AB}=2\times\overline{AC}=8\sqrt{3}$

07

$\overline{PA}=\overline{PB}$이므로 $\triangle PBA$는 이등변삼각형이다.

즉, $\angle PAB=\angle PBA$이므로

$\angle PAB=\frac{1}{2}(180^\circ-70^\circ)=\frac{1}{2}\times110^\circ=55^\circ$

08

$\triangle OPH$에서

$\overline{PH}^2=\overline{OP}^2-\overline{OH}^2=8^2-5^2=39$

$\overline{PH}=\sqrt{39}\,(cm)$

따라서 $d=\sqrt{39}$

09

①, ② 원 밖의 한 점에서 원에 그은 두 접선의 길이는 같으므로

$\overline{AE}=\overline{AF}$, $\overline{BD}=\overline{BF}$, $\overline{CD}=\overline{CE}$

③ $\triangle OCD$와 $\triangle OCE$에서

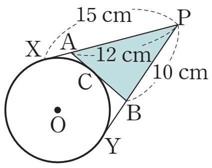
$\angle D=\angle E=90^\circ$, $\overline{OD}=\overline{OE}$, $\overline{OC}$는 공통이므로

$\triangle OCD\equiv\triangle OCE$ (RHS 합동)

따라서 $\angle OCD=\angle OCE$

④ $\overline{OE}$, $\overline{OD}$, $\overline{OF}$는 반지름의 길이이므로 서로 같다.

10



$\overline{PX}=\overline{PY}$이므로 $\overline{PY}=15(cm)$

$\overline{AC}=\overline{AX}=15-12=3(cm)$

$\overline{BC}=\overline{BY}=15-10=5(cm)$

따라서 $\overline{AB}=\overline{AC}+\overline{BC}=3+5=8(cm)$

11

원 밖의 한 점에서 그은 두 접선의 길이는 같으므로

$\overline{PA}=\overline{PB}$, $\overline{QA}=\overline{QC}$, $\overline{RC}=\overline{RB}$

따라서 $\triangle PQR$의 둘레의 길이 l은

$l=\overline{PA}+\overline{PB}=8+8=16(cm)$

STEP 2 유형 다지기

:: 044쪽 ~ 053쪽

01 (1) 10 (2) 12　**02** $x=40$, $y=5$　**03** 6
04 ④　**05** $2\sqrt{13}$　**06** 6　**07** 1 cm
08 6 cm　**09** 40　**10** 6 cm　**11** $10\sqrt{3}$ cm
12 8 cm　**13** 2 cm　**14** $\frac{34}{5}$ cm　**15** $\frac{\pi}{4}(b^2-a^2)$ m^2
16 6　**17** 3　**18** 8 cm　**19** 50　**20** 50°
21 50°　**22** (1) 6 cm (2) 70°　**23** $25\sqrt{3}$
24 $\frac{99}{2}\pi$ cm^2　**25** 15 cm　**26** $\frac{7}{3}$ cm
27 120 cm^2　**28** 8π　**29** 34 cm
30 $3\sqrt{3}$ cm^2　**31** 5 cm　**32** 20 cm
33 24 cm　**34** 6 cm　**35** $\frac{45}{2}\pi$ cm^2
36 40 cm^2　**37** $2\sqrt{7}$ cm　**38** 12π　**39** 16 cm
40 (1) 6 (2) 15 (3) 14　**41** (1) 정사각형 (2) 6
42 3 cm　**43** 7 cm　**44** 22 cm　**45** 2 cm
46 16π cm^2　**47** 4　**48** 5 cm
49 5　**50** $x=7$, $y=14$　**51** 5 cm
52 3 cm　**53** 7 cm　**54** 50 cm　**55** 12 cm
56 $(7-2\sqrt{6})$ cm　**57** $(10-2\sqrt{21})$ cm

01

(1) 한 원에서 중심각이 같으면 호의 길이도 같다.

따라서 $x=10$

(2) 한 원에서 중심각이 같으면 호의 길이도 같다.

따라서 $x=12$

02

현의 길이가 5 cm로 같으므로 중심각의 크기도 같다.

따라서 $x=40$

중심각의 크기가 40°로 같으므로 현의 길이도 같다.

따라서 $y=5$

03

한 원에서 크기가 같은 중심각에 대한 현의 길이는 같다.

따라서 $\overline{AB}=\overline{CD}=6$

04

호의 길이는 중심각의 크기에 비례하지만, 현의 길이는 중심각의 크기에 비례하지 않는다.

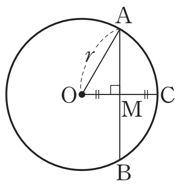
05

$\overline{AP}=\overline{BP}=\frac{1}{2}\times12=6$이므로

삼각형 OAP에서

$\overline{OA}=\sqrt{4^2+6^2}=\sqrt{52}=2\sqrt{13}$

06



그림에서 $\overline{AB}=6\sqrt{3}$이므로

$\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=3\sqrt{3}$

$\overline{OA}=r$이라 하면 $\overline{OM}=\frac{1}{2}r$이므로

$\triangle AOM$에서

$r^2=\frac{1}{4}r^2+27$, $\frac{3}{4}r^2=27$

따라서 $r^2=36$이므로 $r=6$ ($\because r>0$)

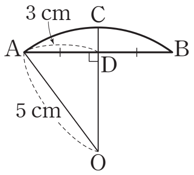
07

그림과 같이 원의 중심을 O라 하면

$\triangle$AOD에서 $\overline{OD}=\sqrt{5^2-3^2}=4$

따라서 $\overline{CD}=\overline{CO}-\overline{OD}$

$=5-4=1(\text{cm})$

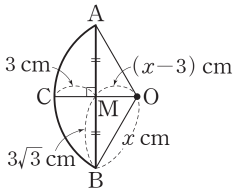


08

그림과 같이 원의 중심 O에서 보조선 OA, OB를 그어 반지름의 길이를 $\overline{OB}=x$ cm라고 하면

$x^2=(x-3)^2+(3\sqrt{3})^2$

따라서 $6x=36$에서 $x=6$



09

$\overline{AB}$와 $\overline{CO}$의 교점을 D라 하면

$\overline{DB}=\frac{1}{2}\times 240=120(\text{m})$이므로

$\overline{OD}=\sqrt{\overline{OB}^2-\overline{DB}^2}=\sqrt{200^2-120^2}$

$=\sqrt{40000-14400}=\sqrt{25600}$

$=160(\text{m})$

따라서 $h=200-160=40$

10

그림과 같이 $\overline{PO}$와 $\overline{AB}$가 만나는 점을 M이라 하면

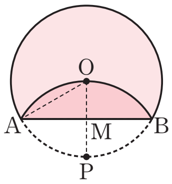
$\overline{PM}=\overline{OM}$, $\overline{AM}=\overline{BM}$이고,

$\overline{AM}=3\sqrt{3}(\text{cm})$이다.

이때, $\overline{OM}=x$라 하면

$x^2+(3\sqrt{3})^2=(2x)^2$에서 $x=3$ ($\because x>0$)

따라서 $\overline{OA}=6(\text{cm})$



11

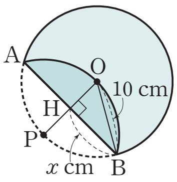
그림과 같이 $\overline{BH}=x$ cm라고 하면

삼각형 OBH에서

$10^2=\left(\frac{10}{2}\right)^2+x^2$에서 $x^2=75$이므로

$x=5\sqrt{3}$

따라서 $\overline{AB}=2\times 5\sqrt{3}=10\sqrt{3}(\text{cm})$



12

그림과 같이 $\overline{OO'}$과 $\overline{AB}$의 교점을 M이라 하면

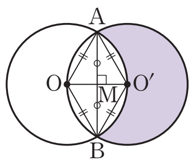
$\overline{AB}\perp\overline{OO'}$, $\overline{AM}=\overline{BM}=4\sqrt{3}$ cm

한편 $\triangle$AOO′은 정삼각형이므로

$\overline{AO}=\overline{OO'}=\overline{O'A}=a$ cm라 하면

$\overline{AM}=\frac{\sqrt{3}}{2}a=4\sqrt{3}$ $\quad\therefore a=8$

따라서 원 O의 반지름의 길이는 8 cm이다.



13

원의 중심에서 현 AB에 수선을 그어

그 수선의 발을 M이라고 하면

$\overline{AM}=\overline{DM}$, $\overline{CM}=\overline{BM}$

$\overline{AC}=\overline{AB}+\overline{BC}=(\overline{AM}-\overline{BM})+\overline{BC}$

$=(\overline{DM}-\overline{CM})+\overline{BC}=\overline{CD}+\overline{BC}$

$=\overline{BD}=2(\text{cm})$

14

그림과 같이 점 O에서 $\overline{AD}$에 내린 수선의 발을 H라고 하고

작은 원의 반지름의 길이를 r cm라고 하면

큰 원의 반지름의 길이는 $(20-r)$cm이다.

한편 $\overline{AD}=24$ cm이므로 $\overline{AH}=12$ cm이고

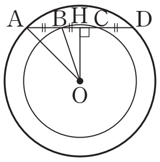
$\overline{BC}=8$ cm이므로 $\overline{BH}=4$ cm

$\triangle$OAH와 $\triangle$OBH에서 피타고라스의 정리에 따라

$\overline{OH}^2=(20-r)^2-12^2=r^2-4^2$에서

$400-40r+r^2-144=r^2-16$이므로 $40r=272$

따라서 $r=\frac{34}{5}(\text{cm})$



15

그림과 같이 동심원을 이루는 큰 원의 반지름의 길이를 R,

작은 원의 반지름의 길이를 r,

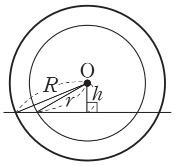
중심 O에서 현까지의 거리를 h라 하면

$h^2=r^2-\left(\frac{a}{2}\right)^2=R^2-\left(\frac{b}{2}\right)^2$

따라서 산책로의 넓이 S는

$S=\pi(R^2-r^2)=\pi\left(\frac{b^2}{4}-\frac{a^2}{4}\right)$

$=\frac{\pi}{4}(b^2-a^2)(\text{m}^2)$



16

$\overline{AM}=\sqrt{5^2-4^2}=\sqrt{9}=3(\text{cm})$이므로

$x=\overline{AB}=2\overline{AM}=6$

17

$\overline{DC}=2\overline{DN}=2\times 4=8$

$\overline{AB}=\overline{CD}$이므로 $\overline{ON}=\overline{OM}$

삼각형 OCN에서

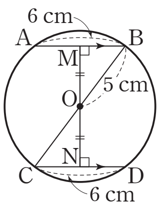
$\overline{ON}=\sqrt{5^2-4^2}=\sqrt{9}=3$

따라서 $\overline{OM}=3$

18

그림과 같이 원 O의 중심에서 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$에 내린 수선의 발을 각각 M, N이라 하면 $\overline{AB}=\overline{CD}$이므로

$\overline{OM}=\overline{ON}$



$\overline{BM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times 6=3(cm)$

$\triangle OBM$에서 $\overline{OM}=\sqrt{5^2-3^2}=\sqrt{16}=4(cm)$

따라서 $\overline{MN}=2\overline{OM}=2\times 4=8(cm)$

19

$\overline{OM}=\overline{ON}$이므로 $\overline{AB}=\overline{AC}$

$\triangle ABC$는 이등변삼각형이므로

$\angle C=\angle B=50^\circ$

따라서 $x=50$

20

$\overline{AB}=\overline{AC}$이므로 $\triangle ABC$는 이등변삼각형

따라서 $\angle ABC=\frac{1}{2}(180^\circ-80^\circ)=50^\circ$

21

$\overline{OM}=\overline{ON}$이므로 $\overline{AB}=\overline{AC}$

따라서, $\triangle ABC$는 이등변삼각형이다.

$\square OHCN$에서

$\angle NCH=360^\circ-(90^\circ+115^\circ+90^\circ)=65^\circ$

$\triangle ABC$에서

$\angle A=180^\circ-(65^\circ+65^\circ)=180^\circ-130^\circ=50^\circ$

22

(1) $\overline{PB}=\overline{PA}=6(cm)$

(2) $\angle PAB=\frac{180^\circ-40^\circ}{2}=\frac{140^\circ}{2}=70^\circ$

23

$\overline{PA}=\overline{PB}=10$

따라서 $\triangle ABP=\frac{1}{2}\times 10\times 10\times \sin 60^\circ$

$=\frac{1}{2}\times 100\times \frac{\sqrt{3}}{2}=25\sqrt{3}$

24

$\angle PAO=\angle PBO=90^\circ$이므로

$\angle AOB=360^\circ-(90^\circ+40^\circ+90^\circ)=140^\circ$

따라서 색칠한 부채꼴의 중심각의 크기는

$360^\circ-140^\circ=220^\circ$

따라서 색칠한 부분의 넓이 S는

$S=\pi\times 9^2\times \frac{220}{360}=\frac{99}{2}\pi(cm^2)$

25

$\angle OTP=90^\circ$이고 $\overline{OT}=8$ cm이므로

직각삼각형 OPT에서

$\overline{PT}=\sqrt{17^2-8^2}=15(cm)$

26

작은 원의 반지름의 길이를 r cm라고 하자.

삼각형 OAB는 이등변삼각형이고

$\overline{AQ}=\overline{AP}=\overline{BP}=8$ cm이므로

삼각형 OBP에서

$r^2+8^2=(6+r)^2$이므로 $64=36+12r$

따라서 $r=\frac{7}{3}(cm)$

27

$\triangle AOP$에서

$\overline{OA}\perp\overline{AP}$이고 $\overline{OA}=8$ cm, $\overline{OP}=17$ cm이므로

$\overline{AP}=\sqrt{17^2-8^2}=15(cm)$

그러므로 $\triangle AOP=\frac{1}{2}\times 15\times 8=60(cm^2)$

따라서 $\square AOBP=2\times\triangle AOP=2\times 60=120(cm^2)$

28

$\angle AOB=180^\circ-60^\circ=120^\circ$이므로

색칠한 부채꼴의 중심각의 크기는 240°이다.

$\angle OPB=30^\circ$이고 $\triangle OPB$에서

$\overline{PB}:\overline{OB}=\sqrt{3}:1$이므로 $\overline{OB}=2\sqrt{3}$

따라서 색칠한 부분의 넓이 S는

$S=\pi\times(2\sqrt{3})^2\times\frac{240^\circ}{360^\circ}=8\pi$

29

$\angle PAO=90^\circ$이므로 직각삼각형 OAP에서

$\overline{PA}=\sqrt{(8+5)^2-5^2}=12(cm)$,

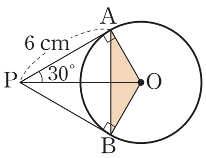
따라서 $\overline{PA}=\overline{PB}$이므로

$\square APBO$의 둘레의 길이 l은

$l=12+12+5+5=34(cm)$

30

그림과 같이 $\overline{PO}$를 그으면



$\angle OAP=90^\circ$, $\angle OPA=30^\circ$이므로

$\triangle APO$에서

$\overline{OA}:\overline{AP}=1:\sqrt{3}$

$\overline{OA}:6=1:\sqrt{3}$ $\quad\therefore \overline{OA}=2\sqrt{3}(cm)$

따라서 $\angle AOB=120^\circ$이므로 $\triangle OAB$의 넓이 S는

$S=\frac{1}{2}\times\overline{OA}\times\overline{OB}\times\sin(180^\circ-120^\circ)$

$=\frac{1}{2}\times 2\sqrt{3}\times 2\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=3\sqrt{3}(cm^2)$

31

$\overline{AF}=\overline{AD}=9(cm)$이므로 $\overline{CF}=9-7=2(cm)$

$\overline{BE}=\overline{BD}=9-6=3(cm)$이고, $\overline{CE}=\overline{CF}=2(cm)$

따라서 $\overline{BC}=\overline{BE}+\overline{CE}=3+2=5(cm)$

32

$\overline{BD}$와 원의 접점을 D라 하면

$\overline{BC}=\overline{BT}$, $\overline{CD}=\overline{CT'}$이므로

$\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}=\overline{AB}+\overline{BD}+\overline{DC}+\overline{AC}$

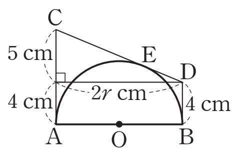
$=\overline{AB}+\overline{BT}+\overline{CT'}+\overline{AC}$

$=\overline{AT}+\overline{AT'}$

따라서 $\triangle ABC$의 둘레의 길이 l은
$l=10+10=20(\text{cm})$

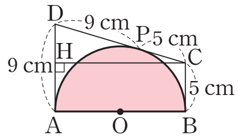
33
삼각형 ABC의 둘레의 길이는 $\overline{AT}+\overline{AT'}$이므로
$\overline{AT}=\sqrt{13^2-5^2}=12$
$\overline{AT}=\overline{AT'}=12$
따라서 삼각형 ABC의 둘레의 길이 l은
$l=12+12=24(\text{cm})$

34
원의 반지름의 길이를 r cm라 하면
$\overline{AB}=2r(\text{cm})$



그림과 같이 반원과 $\overline{CD}$의 교점을
E, 점 D에서
$\overline{CA}$에 내린 수선의 발을 H라 하면
$\overline{CE}=\overline{CA}=9(\text{cm})$
$\overline{DE}=\overline{DB}=4(\text{cm})$
$\overline{CH}=9-4=5(\text{cm})$
$\overline{HD}=\overline{AB}=2r(\text{cm})$
$\triangle CHD$에서 $\overline{CD}^2=\overline{CH}^2+\overline{HD}^2$이므로
$(9+4)^2=5^2+(2r)^2$에서 $169=25+4r^2$
$4r^2=144$이므로 $r^2=36$
따라서 $r=6(\text{cm})$ $(\because r>0)$

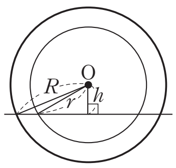
35
$\overline{DP}=\overline{DA}=9$ cm, $\overline{CP}=\overline{CB}=5$ cm
$\therefore \overline{DC}=\overline{DP}+\overline{CP}=14(\text{cm})$



그림과 같이 점 C에서 $\overline{DA}$에
내린 수선의 발을 H라 하면
$\overline{AH}=\overline{BC}=5$ cm이므로
$\overline{DH}=9-5=4(\text{cm})$
한편 $\triangle DHC$에서 $\overline{CH}=\sqrt{14^2-4^2}=6\sqrt{5}(\text{cm})$
따라서 반원 O의 반지름의 길이는 $3\sqrt{5}$ cm이므로
반원 O의 넓이 S는
$S=\frac{1}{2}\times\pi\times(3\sqrt{5})^2=\frac{45}{2}\pi(\text{cm}^2)$

36
$\overline{CA}=\overline{CT}=8(\text{cm})$, $\overline{DT}=\overline{DB}=2(\text{cm})$이므로
$\overline{AB}=\sqrt{10^2-6^2}=8(\text{cm})$
따라서 $\square ABDC=\frac{1}{2}(2+8)\times 8=40(\text{cm}^2)$

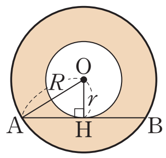
37
$\overline{AB}$의 중점을 M이라 하면 점 M은
접점이 된다.
원의 중심을 O라 하면
$\angle OMA=90^\circ$이므로



$\overline{AM}=\sqrt{4^2-3^2}=\sqrt{7}(\text{cm})$
따라서 $\overline{AB}=2\overline{AM}=2\sqrt{7}(\text{cm})$

38
점 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하고,
큰 원의 반지름을 R, 작은 원의 반지름을 r이라 하면
피타고라스의 정리에 따라
$R^2=r^2+(2\sqrt{3})^2$이므로 $R^2-r^2=12$
따라서 구하는 넓이 S는 (큰 원의 넓이)$-$(작은 원의 넓이)이므로
$S=\pi R^2-\pi r^2=\pi(R^2-r^2)=12\pi$

39
그림과 같이 큰 원의 반지름의 길이를 R,
작은 원의 반지름의 길이를 r이라고 하면



$(R^2-r^2)\pi=64\pi$에서
$R^2-r^2=64$
삼각형 OAH에서
$\overline{AH}=\sqrt{R^2-r^2}=\sqrt{64}=8(\text{cm})$
따라서 $\overline{AB}$의 길이는 $2\times 8=16(\text{cm})$

40
(1) 삼각형 ABC는 $\angle A=90^\circ$인 직각삼각형이므로
$\overline{AF}=x$라 하면 $\square AFOE$는 정사각형이다.
원 밖의 한 점에서 접선까지의 거리는 같으므로
$\overline{BF}=\overline{BD}=21-x$
$\overline{DC}=\overline{CE}=29-(21-x)=8+x$
피타고라스의 정리에 따라
$21^2+(8+2x)^2=29^2$, $4x^2+32x-336=0$
$x^2+8x-84=0$, $(x-6)(x+14)=0$
따라서 $x=6(\because x>0)$
(2) 원 밖의 한 점에서 접선까지의 거리는 같으므로
$\overline{BF}=\overline{BD}=21-x$이다.
$x=6$이므로 $\overline{BD}=21-6=15$
(3) 원 밖의 한 점에서 접선까지의 거리는 같으므로
$\overline{DC}=\overline{CE}=29-(21-x)=8+x$이다.
$x=6$이므로 $\overline{BD}=8+6=14$

41
(1) $\overline{OD}\perp\overline{AB}$, $\overline{OF}\perp\overline{AC}$이고,
$\overline{AD}=\overline{AF}$이므로 $\square ADOF$는 정사각형
(2) $\overline{CE}=\overline{CF}=x$라 하면
$\overline{AD}=\overline{AF}=2$, $\overline{BD}=\overline{BE}=4$이므로
직각삼각형 ABC에서
$(x+4)^2=(x+2)^2+6^2$이므로
$4x=24$에서 $x=6$

42
$\overline{AF}=x(\text{cm})$라 하면

$\overline{BD}=\overline{BF}=10-x$

$\overline{DC}=\overline{EC}=7-x$ ($\because$ $\overline{AF}=\overline{AE}$)

$\overline{BC}=(10-x)+(7-x)=11$

$17-2x=11$, $2x=6$

따라서 $x=3$(cm)

43

$\overline{AD}=\overline{AF}$, $\overline{BD}=\overline{BE}$, $\overline{CE}=\overline{CF}$이므로

$\overline{BC}=\overline{BE}+\overline{EC}=\overline{BD}+\overline{CF}$

따라서 $\overline{BC}$의 길이는 $(9-5)+(8-5)=4+3=7$(cm)

44

$\overline{AP}=\overline{AR}=2$ cm

$\overline{BQ}=\overline{BP}=4$ cm

$\overline{CR}=\overline{CQ}=5$ cm

따라서 △ABC의 둘레의 길이 l은

$l=2\times(2+5+4)=22$(cm)

45

$\overline{AC}=\sqrt{\overline{AB}^2-\overline{BC}^2}=\sqrt{13^2-12^2}$

$=\sqrt{169-144}=\sqrt{25}=5$(cm)

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times\overline{BC}\times\overline{AC}=\frac{1}{2}\times12\times5=30$(cm^2)

△ABC의 내접원의 반지름의 길이를 r cm라 하면

△ABC의 넓이가 30이므로

$\frac{1}{2}(13+12+5)\times r=30$에서 $\frac{30}{2}\times r=30$

따라서 $r=2$(cm)

46

$\overline{BC}=\sqrt{12^2+16^2}=\sqrt{400}=20$(cm)

$\overline{BC}=\overline{DB}+\overline{FC}$이므로 $\overline{AD}=x$(cm)라고 하면

$20=12-x+16-x$에서 $2x=8$이므로 $x=4$

따라서 원 O의 넓이는 16π(cm^2)이다.

47

원의 반지름의 길이를 r이라 하면

$\overline{AB}=\overline{AD}+\overline{DB}=\overline{AF}+\overline{DB}=4+r$

$\overline{BC}=\overline{BE}+\overline{EC}=\overline{BE}+\overline{CF}=r+6$

△ABC에서

$\overline{AC}^2=\overline{AB}^2+\overline{BC}^2$이므로

$10^2=(4+r)^2+(r+6)^2$

$100=16+8r+r^2+r^2+12r+36$

$2r^2+20r-48=0$에서 $r^2+10r-24=0$

$(r+12)(r-2)=0$ 그런데 $r>0$이므로 $r=2$

따라서 원의 지름의 길이는 4이다.

48

원에 외접하는 사각형의 두 쌍의 대변의 길이의 합은 서로 같으므로

$\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$에서

$8+12=11+\overline{CD}$이므로 $\overline{CD}=9$(cm)

따라서 $\overline{CG}=\overline{CD}-\overline{DG}=9-4=5$(cm)

49

$\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$이므로

$x+(x+1)=4+7$

따라서 $x=5$

50

□ABCD의 둘레의 길이가 40 cm이므로

$\overline{AB}+\overline{DC}=\overline{AD}+\overline{BC}=\frac{1}{2}\times40=20$(cm)

그러므로 $13+x=20$에서 $x=7$

$6+y=20$에서 $y=14$

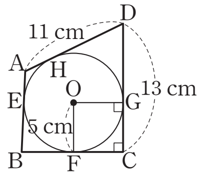
따라서 $x=7$, $y=14$이다.

51

$10+15=14+\overline{AB}$에서 $\overline{AB}=11$(cm)

따라서 $\overline{AE}=\overline{AB}-\overline{BE}=11-6=5$(cm)

52



$\overline{OG}$를 그으면

$\overline{CG}=5$(cm)이므로

$\overline{DG}=\overline{DH}=8$(cm)

$\overline{AE}=\overline{AH}=11-8=3$(cm)

53

△DBC가 직각삼각형이므로

$\overline{BC}=\sqrt{10^2-6^2}=\sqrt{64}=8$(cm)

한편 □ABCD에서

$\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$이므로 $\overline{AB}+6=5+8$

따라서 $\overline{AB}=13-6=7$(cm)

54

$\overline{CE}=\sqrt{13^2-12^2}=5$(cm)

$\overline{BE}=x$(cm)라 하면 $\overline{AD}=x+5$(cm)

□ABED가 원 O에 외접하므로

$12+13=(x+5)+x$에서 $x=10$(cm)

따라서 □ABED의 둘레의 길이 l은

$l=12+10+13+15=50$(cm)

다른 풀이

$\overline{AD}+\overline{BE}=\overline{AB}+\overline{DE}=25$ cm

따라서 둘레의 길이$=50$ cm

55

$\overline{AE}=x$(cm)라 하면 □AECD에서

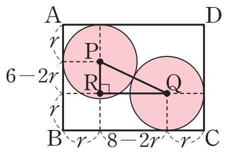
$\overline{AD}+\overline{EC}=\overline{AE}+\overline{DC}$이므로

$6+\overline{EC}=x+4$에서 $\overline{EC}=(x-2)$(cm)

$\therefore$ $\overline{BE}=\overline{BC}-\overline{EC}=6-(x-2)=(8-x)$(cm)

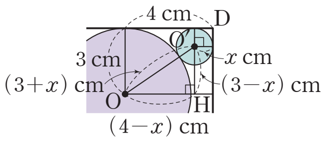
한편 직각삼각형 ABE에서
$x^2=4^2+(8-x)^2$이므로 $x=5(\text{cm})$
따라서 $\triangle$ABE의 둘레의 길이 l은
$l=4+3+5=12(\text{cm})$

56



그림과 같이 원의 반지름의 길이를 r cm, 두 원의 중심을 각각 P, Q라고 하면
$\overline{\text{PR}}=(6-2r)(\text{cm})$
$\overline{\text{QR}}=(8-2r)(\text{cm})$
$\overline{\text{PQ}}=2r(\text{cm})$
$\triangle$PQR에서 $\overline{\text{PQ}}^2=\overline{\text{PR}}^2+\overline{\text{QR}}^2$이므로
$(2r)^2=(6-2r)^2+(8-2r)^2$에서
$4r^2-56r+100=0,\ r^2-14r+25=0$
따라서 $r=(7-2\sqrt{6})(\text{cm})$ ($\because\ 0<r<3$)

57

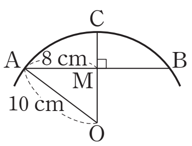


그림과 같이 원 O′의 반지름의 길이를 x cm라고 하면
직각삼각형 O′OH에서
$\overline{\text{O'O}}=(3+x)\text{cm}$
$\overline{\text{O'H}}=(3-x)\text{cm}$
$\overline{\text{OH}}=(4-x)\text{cm}$
이므로 피타고라스의 정리에 따라
$(3+x)^2=(3-x)^2+(4-x)^2$에서 $x^2-20x+16=0$
근의 공식에 따라 $x=10\pm2\sqrt{21}$
그런데 $0<x<\frac{3}{2}$이므로 $x=10-2\sqrt{21}$
따라서 네 작은 원의 반지름의 길이는
$(10-2\sqrt{21})$cm이다.

STEP 3 단원 마무리 :: 054쪽 ~ 055쪽

01 ④	**02** ①	**03** ③	**04** ④	**05** ④
06 ④	**07** ②	**08** 96 cm^2	**09** ④	**10** ④
11 $\frac{5}{3}$ cm	**12** 2 cm			

01



그림과 같이 원의 중심을 O라 하면
$\triangle$AOM에서
$\overline{\text{OM}}=\sqrt{10^2-8^2}=6(\text{cm})$
따라서 $\overline{\text{CM}}=\overline{\text{CO}}-\overline{\text{OM}}=10-6=4(\text{cm})$

02

① $\overline{\text{OM}}=\overline{\text{ON}}$이므로 $\overline{\text{CN}}=\overline{\text{ON}}$인 경우에만 $\overline{\text{CN}}=\overline{\text{OM}}$이고
$\overline{\text{CN}}\neq\overline{\text{ON}}$이면 $\overline{\text{CN}}\neq\overline{\text{OM}}$이다.
② 원의 중심으로부터 같은 거리에 있는 두 현의 길이는 같으므로
$\overline{\text{AB}}=\overline{\text{CD}}$
③ $\overline{\text{OM}}$은 $\overline{\text{AB}}$를 수직이등분하므로 $\overline{\text{AM}}=\overline{\text{BM}}$
④ $\overline{\text{AB}}=\overline{\text{CD}}$이므로 $\overline{\text{BM}}=\frac{1}{2}\overline{\text{AB}}=\frac{1}{2}\overline{\text{CD}}=\overline{\text{CN}}$
⑤ $\angle$OMB$=\angle$OND$=90$, $\overline{\text{OB}}=\overline{\text{OD}}$, $\overline{\text{OM}}=\overline{\text{ON}}$이므로
$\triangle$OBM$\equiv\triangle$ODN(RHS 합동)
따라서 항상 옳지 않은 것은 ①이다.

03

$\overline{\text{OM}}=\overline{\text{ON}}$이므로 $\overline{\text{AB}}=\overline{\text{AC}}$
$\angle\text{C}=360^\circ-(90^\circ+110^\circ+90^\circ)=70^\circ$
$\angle\text{B}=70^\circ$
$\therefore\ \angle\text{A}=180^\circ-(\angle\text{B}+\angle\text{C})$
$=180^\circ-(70^\circ+70^\circ)=40^\circ$

04

두 접선의 길이는 같으므로 삼각형 PAB는 이등변삼각형이다.
따라서 $\angle x=\frac{1}{2}(180^\circ-50^\circ)=65^\circ$

05

$\overline{\text{PO}}=6+3=9(\text{cm})$, $\overline{\text{AO}}=\overline{\text{BO}}=3(\text{cm})$
이때, $\triangle$APO는 직각삼각형이므로
$x=\sqrt{9^2-3^2}=\sqrt{72}=6\sqrt{2}$

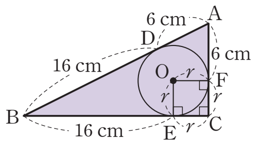
06

점 A에서 $\overline{\text{DC}}$에 내린 수선의 발을 H라 하면
$\triangle$AHD에서
$\overline{\text{AD}}=\overline{\text{AB}}+\overline{\text{DC}}=13$, $\overline{\text{CH}}=9-4=5$
$\overline{\text{AH}}=\sqrt{13^2-5^2}=\sqrt{144}=12$ ($\overline{\text{AH}}>0$)
따라서 $\square$ABCD$=\frac{1}{2}\times(4+9)\times12=78$

07

$\overline{\text{BE}}=x$ cm라고 하면 원 밖의 한 점에서 그 원에 그은 두 접선의 길이는 같으므로
$\overline{\text{BD}}=\overline{\text{BE}}=x$ cm, $\overline{\text{AF}}=\overline{\text{AD}}=6$ cm, $\overline{\text{CE}}=\overline{\text{CF}}=4$ cm
따라서 $\overline{\text{AB}}+\overline{\text{BC}}+\overline{\text{CA}}=2(x+6+4)=26$
$x+10=13$에서 $x=3(\text{cm})$

08



그림과 같이 $\square$OECF는 정사각형이므로
원 O의 반지름을 r이라 하면
$\overline{\text{CE}}=\overline{\text{CF}}=r$
$\overline{\text{AD}}=\overline{\text{AF}}=6$
$\overline{\text{BD}}=\overline{\text{BE}}=16$
$\triangle$ABC에서 피타고라스의 정리에 따라

$22^2=(6+r)^2+(16+r)^2$에서 $r^2+22r=96$

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times\overline{BC}\times\overline{AC}=\frac{1}{2}(16+r)(6+r)$

$=\frac{1}{2}(r^2+22r+96)$

$=\frac{1}{2}(96+96)=96(\text{cm}^2)$

09

$\overline{DG}=\overline{HD}=3$ cm이고 $\overline{AB}+\overline{DC}=\overline{AD}+\overline{BC}$

따라서 □ABCD의 둘레의 길이 l은

$l=\overline{AB}+\overline{DC}+\overline{AD}+\overline{BC}=2(\overline{AB}+\overline{DC})$

$=2\times(14+3+5)=44(\text{cm})$

10

$\overline{AD}=x(\text{cm})$라 하면 □ABCD는 원에 외접하는 사각형이므로

$\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$에서 $\overline{AB}+4=x+6$

그러므로 $\overline{AB}=(x+2)(\text{cm})$

점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 E라 하면

$\overline{BE}=(6-x)(\text{cm})$

한편 직각삼각형 ABE에서

$(x+2)^2=4^2+(6-x)^2$이므로 $x=3(\text{cm})$

따라서 □ABCD의 둘레의 길이 l은

$l=2x+12=18(\text{cm})$

11

$\overline{BN}=x$ cm로 놓으면

$\overline{NT}=\overline{BN}=x(\text{cm})$

$\overline{MT}=\overline{MD}=1(\text{cm})$

이므로 △MNC에서

$\overline{MN}=\overline{MT}+\overline{NT}=x+1(\text{cm})$

$\overline{NC}=\overline{BC}-\overline{BN}=2-x(\text{cm})$

피타고라스의 정리에 따라

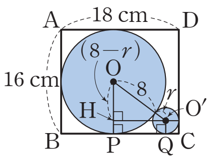
$(x+1)^2=(2-x)^2+1^2$에서

$6x=4$이므로 $x=\frac{2}{3}$

따라서 $\overline{MN}=x+1=\frac{5}{3}(\text{cm})$

12

원 O′의 반지름의 길이를 r cm라고 하자.



그림과 같이 점 O′에서 $\overline{OP}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면

$\overline{OO'}=(8+r)(\text{cm})$, $\overline{OH}=(8-r)(\text{cm})$

$\overline{O'H}=18-(8+r)=(10-r)(\text{cm})$

△OHO′은 직각삼각형이므로 피타고라스 정리에 따라

$(8-r)^2+(10-r)^2=(8+r)^2$에서

$r^2-52r+100=0$, $(r-2)(r-50)=0$

따라서 $8-r>0$에서 $r<8$이므로 $r=2(\text{cm})$

4 원주각

STEP 1 유형 익히기 :: 056쪽 ~ 057쪽

01 (1) $100°$ (2) $90°$ **02** (1) $45°$ (2) $120°$

03 $\angle x=44°$ $\angle y=22°$ **04** (1) $50°$, $120°$ (2) $15°$, $50°$

05 5π cm^2 **06** (1) $60°$ (2) $90°$ **07** $100°$ **08** $75°$

09 $\frac{4}{5}$ **10** $\frac{3\sqrt{7}}{7}$ **11** $\frac{4}{5}$

01

한 원에서 한 호에 대한 원주각의 크기는 그 호에 대한 중심각의 크기의 $\frac{1}{2}$이므로

(1) $\angle x=\frac{1}{2}\times(360°-160°)=100°$

(2) $\angle x=2\times45°=90°$

02

(1) 호 AB의 중심각은 $90°$이므로

호 AB의 원주각은 $\angle x=45°$

(2) 호 AB의 중심각은 원주각의 2배이므로

$\angle x=120°$

03

$\angle x=2\angle BAC=2\times22°=44°$

$\angle y=\angle BAC=22°$

04

(1) $\angle x=2\times25°=50°$

$\angle y=2\times(25°+35°)=120°$

(2) $\angle x=\frac{1}{2}\times30°=15°$

$\angle y=\frac{1}{2}\times100°=50°$

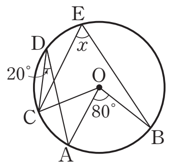
05

$\angle AOB=2\times36°=72°$이므로

부채꼴 AOB의 넓이 S는

$S=\pi\times5^2\times\frac{72}{360}=5\pi(\text{cm}^2)$

06



(1) $\angle COA=2\times\angle CDA=40°$

$\angle x=\frac{1}{2}\times\angle COB$

$=\frac{1}{2}(40°+80°)=60°$

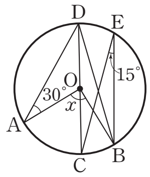
(2) $\angle BOC=2\times\angle BEC=30^\circ$

$\triangle AOD$는 이등변삼각형이므로

$\angle ADO=30^\circ$

$\angle AOC=2\times\angle ADO=60^\circ$

따라서 $\angle x=\angle AOC+\angle BOC=90^\circ$



07

$\angle ADE=20^\circ$이므로 $\angle AOE=40^\circ$

$\angle ECB=30^\circ$이므로 $\angle EOB=60^\circ$

따라서 $\angle AOB=\angle AOE+\angle EOB=100^\circ$

08

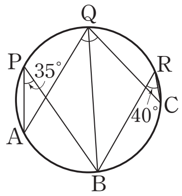
그림과 같이 $\overline{QB}$를 그으면

$\angle AQB=\angle APB=35^\circ$

$\angle BQC=\angle BRC=40^\circ$

$\therefore\ \angle AQC=\angle AQB+\angle BQC$

$=35^\circ+40^\circ=75^\circ$



09

외접원의 중심을 O라 하고

$\overline{OB}$의 연장선과 원이 만나는 점을 A'이라 하면

$\angle A=\angle BA'C$, $\angle BCA'=90^\circ$이므로

$\cos A=\cos A'=\dfrac{\overline{CA'}}{\overline{BA'}}=\dfrac{8}{10}=\dfrac{4}{5}$

10

$\overline{OB}$의 연장선이 원 O와 만나는 점을 D라고 하면

$\angle BAC=\angle BDC$ ($\because$ 원주각)이므로

$\triangle BCD$에서 $\overline{CD}=\sqrt{4^2-3^2}=\sqrt{7}$

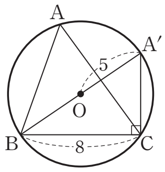
따라서 $\tan A=\tan D=\dfrac{\overline{BC}}{\overline{CD}}=\dfrac{3}{\sqrt{7}}=\dfrac{3\sqrt{7}}{7}$

11

다음 그림에서 $\angle A=\angle A'$이므로

$\sin A=\sin A'$

$=\dfrac{\overline{BC}}{\overline{BA'}}=\dfrac{8}{2\times 5}=\dfrac{4}{5}$



STEP 2 유형 다지기

:: 058쪽 ~ 065쪽

01	(가) $\angle BPQ$ (나) $\angle APQ$					**02**	(1) 65° (2) 100°		
03	42°	**04**	30°	**05**	100°				
06	(1) 80°, 50° (2) 18°, 108°					**07**	65°	**08**	45°
09	(1) 65° (2) 130° (3) 65°					**10**	60°	**11**	55°
12	147°	**13**	25°	**14**	170°	**15**	45°	**16**	100°
17	40°	**18**	64°	**19**	55°	**20**	20°	**21**	30°
22	90°	**23**	132°	**24**	(1) 15° (2) 55°			**25**	25°
26	55°	**27**	28°	**28**	40°	**29**	50°	**30**	$\dfrac{\sqrt{7}}{4}$
31	$\dfrac{49}{25}$	**32**	$\dfrac{41}{15}$	**33**	(1) 6 cm (2) 60			**34**	15°
35	36°	**36**	(1) 80° (2) 60°			**37**	30°	**38**	21°
39	46°	**40**	50°	**41**	34°	**42**	135°	**43**	80°
44	60°	**45**	$\angle A=40^\circ$, $\angle B=50^\circ$					**46**	40°
47	$6\sqrt{2}$								

01

$\overline{OP}$의 연장선과 원의 교점을 Q라 하면

$\angle AOQ=2\angle APQ$ ($\because$ 외각)

$\angle BOQ=2\boxed{\angle BPQ}$ ($\because$ 외각)

$\angle AOB=2(\boxed{\angle APQ}+\angle BPQ)$

$=2\angle APB$

$\therefore\ \angle APB=\dfrac{1}{2}\angle AOB$

02

원주각의 크기는 중심각의 크기의 $\dfrac{1}{2}$이므로

(1) $\angle x=\dfrac{1}{2}\times 130^\circ=65^\circ$

(2) $\angle x=2\times 50^\circ=100^\circ$

03

$\triangle OBC$는 이등변삼각형이므로

$\angle OBC=\dfrac{1}{2}(180^\circ-84^\circ)=48^\circ$

또한, $\overline{AC}$가 원의 지름이므로

$\angle ABC=90^\circ$

따라서 $\angle x=\angle ABC-\angle OBC=90^\circ-48^\circ=42^\circ$

다른 풀이

$\overline{OA}=\overline{OB}$이므로 $\angle OAB=\angle OBA=\angle x$

$\triangle OBC$에서 $2\angle x=84^\circ$

따라서 $\angle x=42^\circ$

04

$\overline{OA}=\overline{OC}$이므로 $\angle OAC=\angle OCA=37^\circ$

$\overline{OA}=\overline{OB}$이므로 $\angle OAB=\angle OBA=23^\circ$

$\therefore \angle BAC=60°$

즉, $\angle BOC=2\angle BAC=120°$이고

$\overline{OB}=\overline{OC}$이므로

$\angle OBC=\frac{1}{2}(180°-120°)=30°$

05

$\overline{OE}$를 그으면

$\angle AOE=2\angle ADE=2\times20°=40°$

$\angle BOE=2\angle BCE=2\times30°=60°$

$\therefore \angle x=\angle AOE+\angle BOE$

$=40°+60°$

$=100°$

06

(1) $\angle x=2\times40°=80°$

$\angle y=\frac{1}{2}\times(180°-80°)=50°$

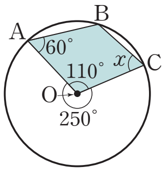
(2) $\angle x=\frac{1}{2}(180°-\angle AOB)$

$=\frac{1}{2}(180°-2\times72°)=18°$

$\angle y=\frac{1}{2}(360°-\angle AOB)$

$=\frac{1}{2}(360°-144°)=108°$

07



그림과 같이 점 D를 잡으면

$\overset{\frown}{ADC}$에 대한 중심각의 크기는

$360°-110°=250°$이므로

$\angle ABC=\frac{1}{2}\times250°=125°$

$\square AOCB$에서

$\angle x=360°-(60°+110°+125°)$

$=65°$

08

$\angle AOC=2x$ (작은 쪽), $\angle ABC=3x$라 하면

$\angle ABC=\angle AOC$ (큰 쪽)의 원주각이므로,

$\angle AOC$(큰 쪽)$=6x$

$\therefore \angle AOC$(작은 쪽)$+\angle AOC$(큰 쪽)은 $8x$이고

$8x=360°$이므로 $\angle x=45°$

따라서 $\angle AOC=90°$이므로 $\angle ADC=45°$(원주각)

09

(1) $\angle PAB=(180°-50°)\times\frac{1}{2}=65°$

(2) 사각형의 내각의 크기의 합은 $360°$이고,

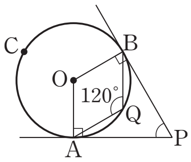
$\overline{PA}$, $\overline{PB}$는 원 O의 접선이므로 사각형 APBO에서

$\angle AOB=360°-(90°+90°+50°)=130°$

(3) 원주각의 크기는 중심각의 크기의 $\frac{1}{2}$이므로

$\angle ACB=\frac{1}{2}\times130°=65°$

10



그림과 같이 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$를 그으면

$\overset{\frown}{ACB}$에 대한 원주각의 크기는

$\angle AQB=120°$이므로

$\overset{\frown}{ACB}$의 중심각의 크기는 $120°\times2=240°$

$\therefore \angle AOB=120°$

$\overrightarrow{PA}$, $\overrightarrow{PB}$는 원 O의 접선이므로

$\angle OAP=\angle OBP=90°$

$\square OAPB$에서

$\angle APB=360°-(120°+90°+90°)=60°$

11

$\angle AOB=360°-(90°+90°+70°)=110°$

따라서 $\angle x=\frac{1}{2}\angle AOB=\frac{1}{2}\times110°=55°$

12

$\angle x=\angle BDC=49°$

$\angle y=2\angle BDC=2\times49°=98°$

따라서 $\angle x+\angle y=49°+98°=147°$

13

$\angle BAC=\frac{1}{2}\angle BOC=35°$ ($\because$ 원주각)

$\angle DAB=60°-35°=25°$

따라서 $\overset{\frown}{DB}$의 원주각이 $\angle DAB$, $\angle DEB$이므로

$\angle DAB=\angle DEB=25°$

다른 풀이

$\angle DOC=2\times60°=120°$ ($\because$ 중심각)

$\angle DOB=120°-70°=50°$

$\angle DEB=\frac{1}{2}\times\angle DOB=25°$ ($\because$ 원주각)

14

$\angle BAC$, $\angle BDC$는 호 BC에 대한 원주각이므로

$\angle x=\angle BAC=\angle BDC=60°$

한편 $\angle ABD$, $\angle ACD$는 호 AD에 대한 원주각이므로

$\angle y=\angle ACD=\angle ABD=25°$

$\triangle ABE$에서 $\angle z=60°+25°=85°$

따라서 $\angle x+\angle y+\angle z=60°+25°+85°=170°$

15

$\angle BAC=\angle BDC=40°$

$\angle x=\angle ADB=85°-40°=45°$

16

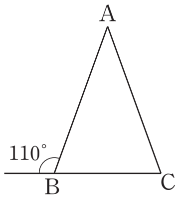
$\angle x=\angle ACD=30°$

$\angle ABC = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$

$\triangle ABC$의 세 내각의 합은 180°이므로

$40^\circ + 70^\circ + \angle y = 180^\circ$에서 $\angle y = 70^\circ$

따라서 $\angle x + \angle y = 30^\circ + 70^\circ = 100^\circ$



다른 풀이

삼각형의 외각 $\angle A + \angle C$

즉, $110^\circ = 40^\circ + \angle y$

$\therefore \angle y = 70^\circ$

17

삼각형의 내각의 크기의 합은 180°이므로

$\angle BDC = 180^\circ - (30^\circ + 110^\circ) = 40^\circ$

따라서 같은 호에 대한 원주각의 크기는 같으므로

$\angle x = \angle BDC = 40^\circ$

18

$\angle QCD = 30^\circ + 17^\circ = 47^\circ$

$\angle ADC = \angle ABC = 17^\circ$

따라서 $\angle x = \angle QCD + \angle QDC = 47^\circ + 17^\circ = 64^\circ$

19

사각형 AEDP에서

$\angle AED + \angle APD + \angle EAP + \angle EDP = 360^\circ$ …… ㉠

$\angle BAC = \angle BDC$이므로 ($\because$ 원주각)

$\angle EAP = \angle EDP$이고, $\angle AED = 80^\circ$이다.

㉠에서 $2\angle EAP = 250^\circ$이므로 $\angle EAP = 125^\circ$

그러므로 $\angle BAC = 180^\circ - \angle EAP$

$= 180^\circ - 125^\circ = 55^\circ$

20

$\angle ADC = \angle x$라 하면

$\angle ABC = \angle ADC = \angle x$

$\angle BAQ = \angle APD + \angle ADP = 40^\circ + \angle x$

$\therefore \angle BQD = \angle BAQ + \angle ABQ = (40^\circ + \angle x) + \angle x$

따라서 $\angle x = 20^\circ$

21

$\angle AOR = 2\angle APR = 2 \times 60^\circ = 120^\circ$

$\angle BOR = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$

따라서 $\angle x = \frac{1}{2}\angle BOR = 30^\circ$

22

원 O위의 임의의 점 Q를 잡으면

$\angle ACP = \angle AQP$, $\angle BDP = \angle BQP$

$\overline{AB}$가 지름이므로 $\angle AQB = 90^\circ$

따라서 $\angle x + \angle y = 90^\circ$

23

한 호에 대한 원주각의 크기는 같으므로

$\angle BQC = \angle BRC = 24^\circ$

$\overline{AC}$는 지름이므로 $\angle AQC = 90^\circ$이므로

$\angle x = \angle y = 90^\circ - 24^\circ = 66^\circ$

따라서 $\angle x + \angle y = 2 \times 66^\circ = 132^\circ$

24

(1) $\angle BCD = 90^\circ$이므로

$\angle x = \angle ACD = 90^\circ - 75^\circ = 15^\circ$

(2) $\angle ACB = \angle ADB = 35^\circ$,

$\angle ABC = 90^\circ$이므로

$\angle x = 180^\circ - (90^\circ + 35^\circ)$

$= 180^\circ - 125^\circ = 55^\circ$

25

$\angle ABC = 90^\circ - \angle ABD = 90^\circ - 65^\circ = 25^\circ$

따라서 $\angle x = \angle ABC = 25^\circ$

26

$\triangle ABC$에서 삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로

$\angle ABC = 180^\circ - (35^\circ + 90^\circ) = 55^\circ$

따라서 $\angle x = \angle ABC = 55^\circ$

27

$\overline{AB}$는 지름이므로 $\angle ACB = 90^\circ$

$\therefore \angle DCB = 90^\circ - 62^\circ = 28^\circ$

따라서, 한 호에 대한 원주각의 크기는 같으므로

$\angle x = \angle DCB = 28^\circ$

28

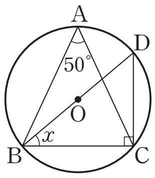
$\overline{BD}$가 원의 지름이고, 점 C는 원 위의 점이므로

$\angle BCD = 90^\circ$

$\angle BAC = \angle BDC = 50^\circ$

$\triangle BCD$에서

$\angle x = 180^\circ - (90^\circ + 50^\circ) = 40^\circ$



29

$\angle BCA = 90^\circ$이므로 $\angle DCA = 50^\circ$이다.

$\overset{\frown}{DA}$가 공통이므로 $\angle DBA = \angle DCA = 50^\circ$

30

$\overline{BO}$의 연장선과 $\overline{AC}$가 만나는 교점을 A′라 하면

$\triangle A'BC$에서 $\overline{A'C} = \sqrt{12^2 - 9^2} = \sqrt{63} = 3\sqrt{7}$

따라서 $\cos A = \cos A' = \frac{\overline{A'C}}{\overline{BA'}} = \frac{3\sqrt{7}}{12} = \frac{\sqrt{7}}{4}$

31

그림과 같이 $\overline{BO}$의 연장선과 원 O가

만나는 점을 A′이라 하면

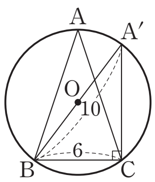
$\overline{BA'}$ 원 O의 지름이고

$\overline{BA'} = 10$, $\angle BCA' = 90^\circ$이다.

또, 같은 호에 대한 원주각의 크기는 같으므로

$\angle A = \angle A'$

그러므로 $\sin A = \sin A' = \frac{\overline{BC}}{\overline{BA'}} = \frac{3}{5}$



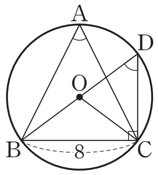
$\overline{A'C}=\sqrt{10^2-6^2}=8$이므로

한편 $\cos A=\cos A'=\dfrac{\overline{A'C}}{\overline{BA'}}=\dfrac{4}{5}$

따라서 $(\sin A+\cos A)^2=\left(\dfrac{7}{5}\right)^2=\dfrac{49}{25}$

32

다음과 같은 그림에서



$\angle A=\angle D$이고 $\overline{BD}=10(\text{cm})$

$\overline{CD}=\sqrt{10^2-8^2}=6(\text{cm})$

따라서 $\sin A+\cos A+\tan A$는

$\sin D+\cos D+\tan D$이므로

$\dfrac{8}{10}+\dfrac{6}{10}+\dfrac{8}{6}=\dfrac{41}{15}$

33

(1) $\angle APB:\angle BPC=66^\circ:22^\circ=3:1$이므로

$x:2=3:1$에서 $x=6(\text{cm})$

(2) $\overset{\frown}{AB}:\overset{\frown}{BC}=3:12=1:4$이므로

$15^\circ:x^\circ=1:4$에서 $x=60$

34

한 원에서 같은 길이의 호에 대한 원주각의 크기는 같으므로

$\angle x=15^\circ$

35

호의 길이는 중심각의 크기에 정비례한다.

$\overset{\frown}{ACB}$의 길이가 원주의 $\dfrac{1}{5}$이므로

$\overset{\frown}{ACB}$에 대한 중심각의 크기는 $360^\circ\times\dfrac{1}{5}=72^\circ$

따라서 원주각의 크기는 중심각의 크기의 $\dfrac{1}{2}$이므로

$\angle APB=\dfrac{1}{2}\times72^\circ=36^\circ$

36

(1) $\angle x=\angle ADB+\angle BFC=80^\circ$

(2) $\angle DBC=\angle ACB=30^\circ$ ($\because$ $\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{CD}$)

$\triangle PBC$에서 $\angle x=30^\circ+30^\circ=60^\circ$

37

$\overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{BD}$이므로

$\angle DCB=\angle ABC=15^\circ$

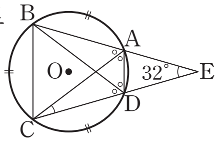
따라서 $\triangle PCB$에서

$\angle APC=\angle PCB+\angle PBC$이므로

$15^\circ+15^\circ=30^\circ$

38

그림과 같이 $\triangle ADE$에서 $\angle E=32^\circ$이므로



$\angle EBC+\angle ECB=180^\circ-32^\circ=148^\circ$

□ABCD의 네 각의 합이 360°이므로,

$\angle BAD+\angle CDA=360^\circ-148^\circ=212^\circ$

$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{CD}$이므로

$\angle ADB=\angle BDC=\angle BAC=\angle CAD$

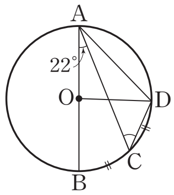
$=\dfrac{1}{4}\times212^\circ=53^\circ$

한편 $\triangle ACD$의 세 내각의 합이 180°이므로,

$\angle ACD=180^\circ-3^\circ\times53^\circ=21^\circ$

39

그림과 같이 $\overline{AD}$를 그으면



$\overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{CD}$이므로

$\angle CAD=\angle BAC=22^\circ$

$\therefore$ $\angle BAD=22^\circ+22^\circ=44^\circ$

$\triangle ODA$에서 $\overline{OD}=\overline{OA}$이므로

$\angle AOD=180^\circ-2\times44^\circ=92^\circ$

따라서 $\angle ACD=\dfrac{1}{2}\angle AOD$

$=\dfrac{1}{2}\times92^\circ=46^\circ$

40

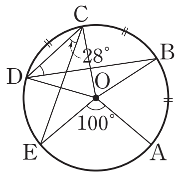
$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{AD}$이므로 $\angle B=\angle ADB$

$\triangle ABD$에서 $\angle B=\dfrac{1}{2}(180^\circ-80^\circ)=50^\circ$

따라서 $\angle C=\angle B=50^\circ$ ($\because$ $\overset{\frown}{AD}$의 원주각)

41

그림과 같이 $\overline{OB}$, $\overline{OC}$, $\overline{OD}$를 그으면



$\angle DOE=2\angle DCE=2\times28^\circ=56^\circ$

이때 $\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{CD}$이므로

$\angle AOB=\angle BOC=\angle COD$를 만족한다.

$\angle DOE+\angle EOA+\angle AOB+\angle BOC+\angle COD=360^\circ$

그러므로 $156^\circ+3\angle BOC=360^\circ$에서 $\angle BOC=68^\circ$

따라서 $\angle BDC=\dfrac{1}{2}\angle BOC$이므로 $\dfrac{1}{2}\times68^\circ=34^\circ$

42

$\overset{\frown}{BC}$의 길이가 $\overset{\frown}{AB}$의 길이의 3배이므로

그 원주각의 크기도 3배이다.

그러므로 $\angle y=3\times27^\circ=81^\circ$

한 호에 대한 중심각의 크기는 원주각의 크기의 2배이므로

$\angle x=2\times27^\circ=54^\circ$

따라서 $\angle x+\angle y=54^\circ+81^\circ=135^\circ$

43

$\overset{\frown}{AD}:\overset{\frown}{BC}=\angle ACD:\angle BDC=1:3$이므로

$\angle BDC=60^\circ$이다.

$\triangle PCD$에서 $\angle x=\angle PCD+\angle PDC=60^\circ+20^\circ=80^\circ$

44

$\angle ACB : \angle CAD = \overset{\frown}{AB} : \overset{\frown}{CD} = 1 : 4$이므로

$\angle ACB = \frac{1}{4}\angle CAD = \frac{1}{4}\angle x$

$\triangle ACP$에서 $\angle x = \angle ACP + \angle APC = \frac{1}{4}\angle x + 45^\circ$

따라서 $\frac{3}{4}\angle x = 45^\circ$에서 $\angle x = 60^\circ$

45

$\angle A = \frac{4}{9+4+5} \times 180^\circ = 40^\circ$

$\angle B = \frac{5}{9+4+5} \times 180^\circ = 50^\circ$

46

$\angle x$는 $\overset{\frown}{ABC}$의 원주각이다.

따라서 $180^\circ \times \frac{4}{18} = 40^\circ$이다.

47

$\angle AOC = \frac{3}{5+4+3} \times 360^\circ = 90^\circ$

$\triangle AOC$는 직각이등변삼각형이므로

$\overline{AO} : \overline{AC} = 1 : \sqrt{2}$

$\overline{AO} : 12 = 1 : \sqrt{2}$

따라서 $\overline{AO} = 6\sqrt{2}$

STEP 3 단원 마무리 :: 066쪽 ~ 067쪽

01 ⑤	**02** ①	**03** $\angle x = 50^\circ$, $\angle y = 100^\circ$	**04** ⑤
05 ④	**06** $\angle x = 60^\circ$, $\angle y = 55^\circ$	**07** ③	**08** 75°
09 ⑤	**10** ①	**11** ④	**12** $\frac{1}{3}\pi$ mm

01

원에 내접하는 사각형의 대각의 크기의 합은 180°이므로

$\angle y = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$

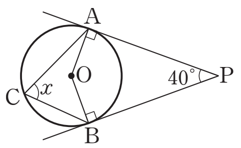
한 호에 대한 중심각의 크기는 원주각의 크기의 2배이므로

$\angle x = 2 \times \angle y = 100^\circ$

따라서 $\angle x - \angle y = 100^\circ - 50^\circ = 50^\circ$

02

그림과 같이 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$를 그으면



$\angle PAO = \angle PBO = 90^\circ$

$\angle AOB = 360^\circ - (40^\circ + 90^\circ + 90^\circ)$

$= 140^\circ$

따라서 $\angle x = \frac{1}{2}\angle AOB = 140^\circ \times \frac{1}{2} = 70^\circ$

03

$\angle x = \angle APB = 50^\circ$

$\angle y = 2\angle APB = 2 \times 50^\circ = 100^\circ$

04

$\angle AQB = \angle APB = 40^\circ$

$\angle BQC = \angle BRC = 30^\circ$

따라서 $\angle x = 40^\circ + 30^\circ = 70^\circ$

05

$\angle ADB = \angle ACB = \angle y$

$\angle ACD = \angle ABD = 50^\circ$이므로

$\triangle ACD$에서

$\angle x + (\angle y + 42^\circ) + 50^\circ = 180^\circ$

따라서 $\angle x + \angle y = 88^\circ$

06

$\angle y = 90^\circ - 35^\circ = 55^\circ$

$\angle CBD = \angle CAD = 30^\circ$ ($\because$ $\overset{\frown}{CD}$의 원주각)

따라서 $\angle x = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$

07

$\overline{BC}$를 그으면 $\angle BCA = 90^\circ$이므로

$\angle BCD = 30^\circ$이고 같은 호 BD에 대한 두 원주각이므로

$\angle BCD = \angle BAD$이다.

따라서 $\angle BAD = 30^\circ$

08

$\overset{\frown}{AB}$에 대한 원주각의 크기가 같으므로

$\angle ACB = \angle ADB = 20^\circ$

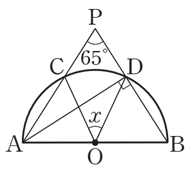
$\triangle DPB$에서 $\angle DBC = 20^\circ + 35^\circ = 55^\circ$

삼각형의 외각의 성질에 따라

$\angle x = \angle DBC + \angle ACB = 55^\circ + 20^\circ = 75^\circ$

09

$\overline{AD}$를 그으면 $\angle PAD = \frac{1}{2}\angle COD$



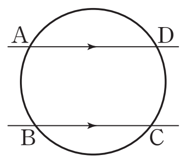
$\angle PDA = 90^\circ$

$\angle PAD = 180^\circ - (90^\circ + 65^\circ) = 25^\circ$

따라서 $\angle x = 2\angle PAD = 2 \times 25^\circ = 50^\circ$

10

① $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$만으로는 $\overset{\frown}{AD} = \overset{\frown}{BC}$임을 보일 수 없다.



11

$\overline{AB}$는 원 O의 지름이므로 $\angle APB = 90^\circ$

$\angle PBA : \angle PAB = \overset{\frown}{PA} : \overset{\frown}{PB} = 2 : 1$이므로

$\angle PBA=90^\circ\times\frac{2}{3}=60^\circ$

12

∠CDE는 다이아몬드 중앙에 있는 정12각형의 한 내각이므로 150°이다.

따라서, $\overset{\frown}{AB}$의 원주각의 크기는

$150^\circ\times\frac{1}{10}=15^\circ$이다.

$\overset{\frown}{AB}$의 중심각의 크기가 30°이고 전체 원의 반지름이 2 mm이므로

$\overset{\frown}{AB}=2\pi\times2\times\frac{30^\circ}{360^\circ}=\frac{1}{3}\pi(\text{mm})$

5 원주각의 활용

STEP 1 유형 익히기 :: 068쪽 ~ 069쪽

01 (가) 360°, (나) 180° **02** $\angle x=105^\circ$, $\angle y=80^\circ$
03 (가) ∠PQD, (나) ∠PBE, (다) ∠PBE **04** 93°
05 80° **06** 62° **07** 40°
08 (1) 30° (2) 30° (3) 30° (3) $\overline{CD}$ **09** 75°

01

$\angle A+\angle C=\frac{1}{2}\angle a+\frac{1}{2}\angle b$

$=\frac{1}{2}(\angle a+\angle b)$

$=\frac{1}{2}\times\boxed{360^\circ}=\boxed{180^\circ}$

따라서 원에 내접하는 사각형에서 한 쌍의 대각의 크기의 합은 180°이다.

02

원에 내접하는 사각형의 대각의 크기의 합은 180°이므로

$\angle x=180^\circ-75^\circ=105^\circ$

$\angle y=180^\circ-100^\circ=80^\circ$

03

□ACQP는 원 O에 내접하므로

$\angle A=\boxed{\angle PQD}$ ...... ㉠

또, □PQDB도 원 O′에 내접하므로

$\angle PQD=\boxed{\angle PBE}$ ...... ㉡

㉠, ㉡에서 $\angle A=\boxed{\angle PBE}$

따라서 $\overline{AC}/\!/\overline{BD}$

04

두 사각형 ABQP와 PQCD는 각각 두 원 O, O′에 내접하는 사각형이므로 대각의 크기의 합이 180°이다.

즉, $\angle PQB+\angle A=\angle PQB+\angle PQC=180^\circ$

$\angle PQC=\angle A=87^\circ$

따라서 $\angle D=180^\circ-\angle PQC=180^\circ-87^\circ=93^\circ$

05

원의 접선과 그 접점을 지나는 현이 이루는 각의 크기는 그 각의 내부에 있는 호에 대한 원주각의 크기와 같으므로

$\angle x=80^\circ$

06

원의 접선과 그 접점을 지나는 현이 이루는 각의 크기는 그 각의 내부에 있는 호에 대한 원주각의 크기와 같으므로

$\angle x=62^\circ$

07

원의 접선과 그 접점을 지나는 현이 이루는 각의 크기는 그 각의 내부에 있는 호에 대한 원주각의 크기와 같으므로

$\angle x=40^\circ$

08

(1) 직선 PQ는 접선이므로 원의 접선과 그 접점을 지나는 현이 이루는 각의 크기는 그 각의 내부에 있는 호에 대한 원주각의 크기와 같다.

$\therefore \angle BTQ=\angle DAT=30^\circ$

(2) ∠PTD는 ∠BTQ의 맞꼭지각이므로

$\angle PTD=\angle BTQ=30^\circ$

(3) $\overline{AB}/\!/\overline{CD}$이므로 $\angle TCD=30^\circ$

(4) 두 원의 교점 T에서의 접선 PQ가 그림과 같이 그어져 있을 때 $\overline{AB}/\!/\overline{CD}$이다.

09

원의 접선과 현이 이루는 각의 크기는 그 각의 내부에 있는 호에 대한 원주각의 크기와 같으므로

$\angle y=75^\circ=\angle x$

따라서 $2\angle x-\angle y=150^\circ-75^\circ=75^\circ$

STEP 2 유형 다지기 :: 070쪽 ~ 079쪽

01 (가) ∠DCE, (나) ∠BAD **02** ②
03 $\angle x=50^\circ$, $\angle y=30^\circ$ **04** 40° **05** 37°
06 ②, ④ **07** ㄱ, ㄷ **08** 40° **09** 65° **10** 50°
11 22° **12** 30° **13** 100°
14 (1) $\angle x=105^\circ$, $\angle y=80^\circ$ (2) $\angle x=80^\circ$, $\angle y=100^\circ$
15 102 **16** 60° **17** (1) 80°, 80° (2) 47°, 40°
18 150° **19** 115° **20** 62° **21** 27° **22** 130°
23 ㄴ, ㄷ **24** ② **25** $\angle x=50^\circ$, $\angle y=45^\circ$

26 120°	**27** 80°	**28** 360°	**29** 240°	**30** 205°
31 214°	**32** 92°	**33** 170°	**34** 77°	
35 (1) 60° (2) 40°		**36** 110°	**37** $\angle x=43^\circ$, $\angle 86^\circ$	
38 42°	**39** 51°	**40** 50°	**41** 100°	**42** 45°
43 60°	**44** 35°	**45** 35	**46** 100°	
47 (1) 115° (2) $\angle x=40^\circ$, $\angle y=65^\circ$			**48** 30°	
49 27°	**50** 20°	**51** 44°	**52** $\frac{540^\circ}{7}$	
53 (1) $\angle a$, $\angle c$, $\angle e$ (2) $\overline{CD}$			**54** 40°	**55** $\frac{20}{3}$
56 72°	**57** 85°	**58** ③		

01

□ABCD에서 $\angle$BCE는 평각이므로

$\angle BCD + \boxed{\angle DCE} = 180^\circ$

한 외각의 크기와 내대각의 크기가 같으므로

$\boxed{\angle BAD} = \angle DCE$

$\therefore\ \angle BCD + \angle BAD = 180^\circ$

02

내접사각형에서 한 쌍의 대각의 크기의 합은 180°이므로

$95^\circ + \angle x = 180^\circ$에서 $\angle x = 85^\circ$

$110^\circ + \angle y = 180^\circ$에서 $\angle y = 70^\circ$

따라서 $\angle x + \angle y = 85^\circ + 70^\circ = 155^\circ$

03

$\angle x = \angle BAC = 50^\circ$

$\angle y = \angle ABD = 30^\circ$

04

△ABC에서 $\angle ACB = 180^\circ - (70^\circ + 70^\circ) = 40^\circ$

네 점이 한 원 위에 있으므로 현 AB에 대한 원주각은 같다.

따라서 $\angle x = \angle ACB = 40^\circ$

05

한 직선에서 같은 방향으로 $\angle A = \angle D$이므로

원에 내접하는 사각형이다.

따라서 $\angle ABD = \angle ACD = 58^\circ$이다.

삼각형 $ABC = 43^\circ + 58^\circ + 42^\circ + x = 180^\circ$가 성립되므로

$\angle x = 37^\circ$이다.

06

두 점 C, D가 직선 AB에 대하여 같은 쪽에 있을 때,

$\angle ACB = \angle ADB$이면 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있다.

07

ㄱ. △DBC는 직각이등변삼각형이므로 $\angle BDC = 45^\circ$

따라서, $\angle BAC = \angle BDC$이므로 네 점 A, B, C, D는

한 원 위에 있다.

ㄷ. $\overline{AC}$와 $\overline{BD}$의 교점을 P라 하면

$\angle APB = \angle DPC = 85^\circ$이므로 △ABP에서

$\angle BAP = 180^\circ - (45^\circ + 85^\circ) = 50^\circ$

따라서, $\angle BAC = \angle BDC$이므로 네 점 A, B, C, D는

한 원 위에 있다.

08

$\angle BAC = \angle BDC = 63^\circ$이므로 △ABC에서

$\angle x = 180^\circ - (63^\circ + 77^\circ) = 40^\circ$

09

네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있으므로

$\angle ADB = \angle ACB = 70^\circ$

△ABD에서 $\angle x = 180^\circ - (70^\circ + 45^\circ) = 65^\circ$

10

선분 AC와 선분 BD가 만나는 점을 E라 할 때,

85°와 이웃하는 각 $\angle DEC = 180^\circ - 85^\circ = 95^\circ$

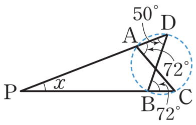
삼각형 DEC에서

$\angle EDC = 180^\circ - (95^\circ + 35^\circ) = 50^\circ$

따라서 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있으므로

$\angle x = \angle BDC = \angle EDC = 50^\circ$

11



그림과 같이 네 점 A, B, C, D가

한 원 위에 있으므로

$\angle DBC = \angle DAC = 72^\circ$

이때, △PBD에서 $\angle x + 50^\circ = 72^\circ$

따라서 $\angle x = 22^\circ$

12

$\angle DBC = \angle DAC = 60^\circ$이므로

$\angle AEC + \angle ACE = \angle DAC$

따라서 $\angle x = 60^\circ - 30^\circ = 30^\circ$

13

$\angle y = \angle CDB = 30^\circ$

$\angle x = \angle P + \angle y = 70^\circ$

따라서 $\angle x + \angle y = 70^\circ + 30^\circ = 100^\circ$

14

(1) $\angle x + 75^\circ = 180^\circ$에서 $\angle x = 105^\circ$

$\angle y + 100^\circ = 180^\circ$에서 $\angle y = 80^\circ$

(2) $\angle x + 45^\circ + 55^\circ = 180^\circ$에서 $\angle x = 80^\circ$

$80^\circ + \angle y = 180^\circ$에서 $\angle y = 100^\circ$

15

△ABC에서 $\angle ABC = 180^\circ - (65^\circ + 37^\circ) = 78^\circ$

□ABCD가 원에 내접하므로

$\angle ABC + \angle ADC = 180^\circ$에서

$\angle ADC = 180^\circ - 78^\circ = 102^\circ$

따라서 $x = 102$

16
$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{BC}$이므로 $\overline{AB}=\overline{BC}$

$\therefore\ \angle BAC=\angle BCA=\frac{1}{2}(180^\circ-110^\circ)=35^\circ$

□ABCD에서 내접사각형의 대각의 크기의 합은 180°이므로

$\angle BAC+\angle BCA+\angle ACD+\angle DAC=180^\circ$

따라서 $\angle x=\angle DAC=180^\circ-(35^\circ\times2+50^\circ)=60^\circ$

17
(1) $\angle y=30^\circ+50^\circ=80^\circ$

$\angle x=\angle y=80^\circ$

(2) $\angle BAD=45^\circ+\angle x=92^\circ$에서 $\angle x=47^\circ$

$\angle DCB=\angle y+48^\circ=180^\circ-92^\circ=88^\circ$

따라서 $\angle y=40^\circ$

18
$\angle ADB=\angle ACB=60^\circ$이므로

$\angle ACD=100^\circ-60^\circ=40^\circ=\angle ABD=\angle y$

$\angle A+\angle C=180^\circ$이므로

$45^\circ+\angle x+100^\circ=180^\circ$에서 $\angle x=35^\circ$

$\angle z=\angle ABC=\angle y+35^\circ=75^\circ$

따라서 $\angle x+\angle y+\angle z=35^\circ+40^\circ+75^\circ=150^\circ$

19
$\angle ABC=\frac{1}{2}(180^\circ-50^\circ)=65^\circ$

$\angle ADC=180^\circ-\angle ABC=180^\circ-65^\circ=115^\circ$

20
$\angle ABC=\angle x$라 하면

$\triangle QBC$에서 $\angle QCB=180^\circ-(\angle QBC+\angle BQC)$

$=180^\circ-(\angle x+25^\circ)$

$=155^\circ-\angle x$

$\triangle ABP$에서 $\angle BAP=180^\circ-(\angle ABP+\angle APB)$

$=180^\circ-(\angle x+31^\circ)$

$=149^\circ-\angle x$

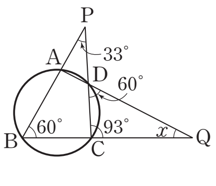
□ABCD에서 $\angle BAD+\angle BCD$

$=(155^\circ-\angle x)+(149^\circ-\angle x)=180^\circ$

$304^\circ-2\angle x=180^\circ$에서 $\angle 2x=124^\circ$

따라서 $\angle x=62^\circ$

21
그림과 같이



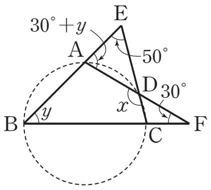
□ABCD가 원에 내접하므로

$\angle CDQ=\angle ABC=60^\circ$

$\triangle PBC$에서 $\angle DCQ=33^\circ+60^\circ=93^\circ$

$\triangle DCQ$에서

$\angle x=180^\circ-(60^\circ+93^\circ)=27^\circ$

22


그림에서 $\angle ABC=\angle y$라 하면

□ABCD가 원에 내접하므로

$\angle ADE=\angle ABC=\angle y$

$\angle EAD=\angle ABF+\angle BFA=\angle y+30^\circ$

$\triangle ADE$에서

$50^\circ+30^\circ+\angle y+\angle y=180^\circ$이므로

$2\angle y=100^\circ$에서 $\angle y=50^\circ$

따라서 $\angle x=180^\circ-50^\circ=130^\circ$

23
ㄱ. 등변사다리꼴은 항상 원에 내접한다.

ㄹ. 직사각형은 항상 원에 내접한다.

24
② $\angle ADB=\angle BCA$

25
$\angle ABC=180^\circ-(30^\circ+20^\circ)=130^\circ$

$130^\circ+\angle x=180^\circ$에서 $\angle x=50^\circ$

$20^\circ+\angle y=65^\circ$에서 $\angle y=45^\circ$

26
선분 $\overline{BD}$를 그으면 호 BC에 대한 원주각

$\angle BDC=180^\circ\times\frac{1}{4}=45^\circ$, □ABDE가 원에 내접하므로

$\angle BAE+\angle BDE=180^\circ$에서 $105^\circ+(\angle x-45^\circ)=180^\circ$

따라서 $\angle x=120^\circ$

27
$\overline{BD}$를 그으면 □ABDE는 원에 내접하므로

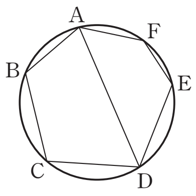
$\angle EDB=100^\circ$

즉, $\angle BDC=140^\circ-\angle EDB=40^\circ$

$\overset{\frown}{BC}$에 대한 원주각 $\angle BDC=40^\circ$이므로

중심각 $\angle BOC=80^\circ$이다.

28
그림과 같이 $\overline{AD}$를 그으면



□ABCD는 원에 내접하므로

$\angle B+\angle CDA=180^\circ$

□ADEF는 원에 내접하므로

$\angle ADE+\angle F=180^\circ$

따라서 $\angle B+\angle D+\angle F$는

$\angle B+\angle CDA+\angle ADE+\angle F=360^\circ$

29
$\overline{CF}$를 그으면

□ABCF와 □FCDE는 원에 내접하는 사각형이므로

$\angle ABC+\angle AFC=180^\circ$

$\angle CFE+\angle CDE=180^\circ$

$\therefore\ \angle CFE=60^\circ$

따라서 $\angle x+\angle y$의 크기는

$\angle ABC+(\angle AFC+\angle CFE)$

$=(\angle ABC+\angle AFC)+60^\circ=180^\circ+60^\circ=240^\circ$

30

$\overline{BE}$를 그으면 $\angle ABE=\frac{1}{2}\angle AOE=25^\circ$

□EBCD는 원 O에 내접하므로

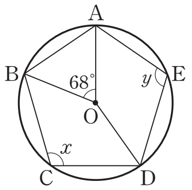
$\angle EBC+\angle CDE=180^\circ$

따라서 $\angle ABC+\angle CDE=\angle ABE+\angle EBC+\angle CDE$

$=25^\circ+180^\circ=205^\circ$

31

그림과 같이 $\overline{OD}$를 그으면



$\angle x+\angle y=\frac{1}{2}\angle BOD+\frac{1}{2}\angle AOD$

$=\frac{1}{2}(\angle BOD+\angle AOD)$

$=\frac{1}{2}(360^\circ+68^\circ)$

$=214^\circ$

32

원에 내접하는 사각형의 한 쌍의 대각의 크기의 합은 180°이고, 한 외각의 크기는 그 내대각의 크기와 같으므로

$\angle PAB=\angle PQC$

$=180^\circ-\angle PDC$

$=180^\circ-88^\circ=92^\circ$

33

□ABQP에서

$\angle DPQ=180^\circ-\angle APQ=\angle ABQ=95^\circ$

□PQCD에서

$\angle DCQ=180^\circ-\angle DPQ=180^\circ-95^\circ=85^\circ$

따라서 $\angle DO'Q=2\angle DCQ=2\times85^\circ=170^\circ$

34

□ABCD에서

$\angle CDE=180^\circ-\angle CDA=\angle ABC=\angle x$

□DCFE에서

$\angle EFG=180^\circ-\angle CFE=\angle CDE=\angle x$

□EFGH에서

$\angle EFG+103^\circ=180^\circ$

따라서 $\angle EFG=180^\circ-103^\circ=77^\circ$이므로

$\angle x=\angle EFG=77^\circ$

35

(1) 원의 접선과 그 접점을 지나는 현이 이루는 각의 크기는 그 각의 내부에 있는 호에 대한 원주각의 크기와 같으므로

$\angle BCA=\angle BAT=80^\circ$

삼각형의 내각의 크기의 합은 180°이므로

$\angle CAB=180^\circ-(80^\circ+40^\circ)=60^\circ$

(2) $\angle CAB=180^\circ-(80^\circ+40^\circ)=60^\circ$이고 평각의 크기는 180°이므로

$\angle CAP=180^\circ-(60^\circ+80^\circ)=40^\circ$

36

원의 접선과 그 접점을 지나는 현이 이루는 각의 크기는 그 각의 내부에 있는 호에 대한 원주각의 크기와 같으므로

$\angle ACB=55^\circ$

원의 중심각의 크기는 원주각의 크기의 2배이므로

$\angle AOB=55^\circ\times2=110^\circ$

37

원의 접선과 그 접점을 지나는 현이 이루는 각의 크기는 그 각의 내부에 있는 호에 대한 원주각의 크기와 같으므로

$\angle x=43^\circ$

원의 중심각의 크기는 원주각의 크기의 2배이므로

$\angle y=43^\circ\times2=86^\circ$

38

$\angle ACB=a^\circ$라 하면

직선 AT는 원 O의 접선이므로 $\angle BAT=a^\circ$

$\angle ABC=(a+27)^\circ$

$\overline{BC}=\overline{AC}$이므로 $\angle ABC=\angle BAC=(a+27)^\circ$

$\angle ACB+\angle ABC+\angle BAC=180^\circ$이므로

$a+a+27+a+27=180$에서 $3a=126$, $a=42$

따라서 $\angle ACB=42^\circ$

39

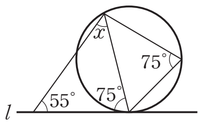
$\triangle BAT$에서 $\angle BAT=71^\circ-20^\circ=51^\circ$

직선 AT는 원 O의 접선이므로

$\angle ACB=\angle BAT=51^\circ$

40

접선과 현이 이루는 각은 그 각의 내부에 있는 호에 대한 원주각의 크기와 같으므로 그림과 같다.



따라서 $\angle x=180^\circ-(55^\circ+75^\circ)=50^\circ$

41

$\overset{\frown}{AB}:\overset{\frown}{BC}:\overset{\frown}{CA}=2:3:4$이므로

$\angle C=\frac{1}{2}\angle AOB=\frac{1}{2}\times\frac{2}{9}\times360^\circ=40^\circ$

$\angle x=\angle C$이므로 $\angle x=40^\circ$

$\angle A=\frac{1}{2}\angle BOC=\frac{1}{2}\times\frac{3}{9}\times360^\circ=60^\circ$

$\angle y=\angle A$이므로 $\angle y=60^\circ$

따라서 $\angle x+\angle y=40^\circ+60^\circ=100^\circ$

42

$\angle CBA=180^\circ\times\frac{2}{8}=45^\circ$

$\angle CAT=\angle CBA=45^\circ$

43

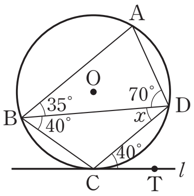
원주각의 크기는 호의 길이에 비례하므로

$\angle BAC=180^\circ\times\frac{5}{4+5+6}$

$=180^\circ\times\frac{5}{15}=60^\circ$

따라서 $\angle CBT=\angle BAC=60^\circ$

44



그림에서 $\angle DBC=\angle DCT=40^\circ$

$\angle ABC+\angle ADC=180^\circ$이므로

$(35^\circ+40^\circ)+(70^\circ+\angle x)=180^\circ$

따라서 $\angle x=180^\circ-145^\circ=35^\circ$

45

$\angle BCP=\angle BAC=45^\circ$

□ABCD가 원에 내접하므로

$\angle ABC+100^\circ=180^\circ \quad \therefore\ \angle ABC=80^\circ$

△BPC에서

$\angle x=\angle ABC-\angle BCP=80^\circ-45^\circ=35^\circ$

따라서 $x=35$

46

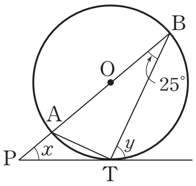
$\angle BAT=\angle BTD=50^\circ$

$\overline{BT}=\overline{CT}$이므로

$\angle TAC=\angle TAB=50^\circ$

따라서 $\angle A=50^\circ+50^\circ=100^\circ$

47



그림과 같이 선분 AT를 그으면

(1) $\angle PTB=25^\circ+90^\circ=115^\circ$

(2) △PTB에서

$\angle x=180^\circ-(25^\circ+115^\circ)=40^\circ$

$\angle y=\angle x+25^\circ=40^\circ+25^\circ=65^\circ$

48

$\overline{DB}$는 지름이므로 $\angle DAB=90^\circ$

$\angle ADB=\angle TAB=60^\circ$

따라서 △ADB에서

$\angle ABD=180^\circ-(60^\circ+90^\circ)=30^\circ$

그러므로 $\angle CAD=\angle ABD=30^\circ$

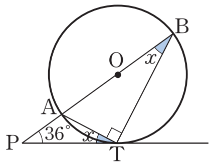
△ACD에서

$\angle ACD+\angle CAD=\angle ADB$이므로

$\angle ACD+30^\circ=60^\circ$

따라서 $\angle ACB=\angle ACD=30^\circ$

49



지름에 대한 원주각의 크기는 90°이고 원의 접선과 현이 이루는 각의 크기는 그 각의 내부에 있는 호에 대한 원주각의 크기와 같으므로 그림과 같다.

△PTB에서

$36^\circ+\angle x+90^\circ+\angle x=180^\circ$

따라서 $2\angle x=54^\circ$에서 $\angle x=27^\circ$

50

$\angle ADF=\angle DEF=\angle AFD=50^\circ$에서

$\angle A=180^\circ-2\times50^\circ=80^\circ$

한편 $\angle CEF=\angle EDF=\angle CFE=60^\circ$에서

$\angle C=180^\circ-2\times60^\circ=60^\circ$

따라서 $\angle A-\angle C=20^\circ$

51

△ABP에서 $\angle BAP=\frac{1}{2}(180^\circ-48^\circ)=66^\circ$

$\angle CBE=\angle BAC=70^\circ$이고

$\angle x+\angle BAC+\angle BAP=180^\circ$이므로

$\angle x=180^\circ-(66^\circ+70^\circ)=44^\circ$

52

접선과 현이 이루는 각의 크기는 그 현에 대한 원주각의 크기와 같으므로

$\angle CBD=\angle BCD=\angle BAC=\angle x$라 하면

△BCD에서 $\angle D=180^\circ-2\angle x$

△ABC에서

$\angle ABC=\angle ACB=\frac{1}{2}(180^\circ-\angle x)$

그런데, $\angle ABC=\angle ACB=2\angle D$이므로

$\frac{1}{2}(180^\circ-\angle x)=2(180^\circ-2\angle x)$

$180^\circ-\angle x=4\times180^\circ-8\angle x$

따라서 $\angle x=\angle A=\frac{3}{7}\times180^\circ=\frac{540^\circ}{7}$

53

(1) $\overleftrightarrow{PQ}$가 두 원의 공통 접선이므로

$\angle x=\angle a,\ \angle e=\angle c, \angle a=\angle e$(맞꼭지각)

따라서 $\angle x=\angle a=\angle e=\angle c$

(2) $\angle x=\angle c$로 엇각의 크기가 같으므로

$\overline{AB}\,/\!/\,\overline{CD}$

54

$\angle x=\angle APT=\angle CPT'=\angle PDC=40^\circ$

55

접선과 현이 이루는 각의 크기는 그 각의 내부에 있는 호에 대한 원주각의 크기와 같다.

즉, $\angle CAT=\angle DBT$, $\angle ATC=\angle BTD$이므로
$\triangle ACT \backsim \triangle BDT$ (AA 닮음)
$\overline{AT} : \overline{BT}=\overline{CT} : \overline{DT}$이므로 $5 : 3=\overline{CT} : 4$
따라서 $\overline{CT}=\frac{20}{3}$

56

큰 원에서 $\angle ATP=\angle B=72^\circ$
작은 원에서 $\angle CDT=\angle CTP=72^\circ$

57

작은 원에서 $\overleftrightarrow{TT'}$이 접선이므로
$\angle QPA=\angle QAT'=85^\circ$
큰 원에서 □BCQP는 원에 내접하므로
$\angle x=\angle QPA$

58

① 원 O와 접선 $\overleftrightarrow{CD}$에서 $\angle APC=\angle EFP$이고,
$\overline{AB} /\!/ \overline{EF}$이므로 $\angle EFP=\angle ABP$이다.
따라서 $\angle APC=\angle ABP$
③ $\overline{CD} /\!/ \overline{AB}$는 성립하지 않는다.

STEP 3 단원 마무리

:: 080쪽 ~ 081쪽

01 ②	02 ④	03 ②	04 ①	05 ⑤
06 80°	07 ④	08 ①	09 $\frac{\sqrt{3}}{6}$ cm^2	
10 ②	11 $2\sqrt{3}$ cm		12 ⑤	

01

$\overline{AC}$와 $\overline{BD}$의 교점을 O라 하면
$\triangle ABO$에서
$\angle BAO=180^\circ-(50^\circ+70^\circ)=60^\circ$이므로
$\angle x=\angle BAC=60^\circ$
한편 $\triangle AOD$에서 $\angle DAO+\angle ADO=\angle AOB$이므로
$\angle DAO+40^\circ=70^\circ$에서 $\angle DAO=30^\circ$
그러므로 $\angle y=\angle DAC=30^\circ$
따라서 $\angle x-\angle y=60^\circ-30^\circ=30^\circ$

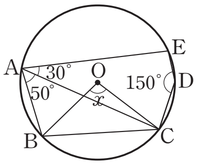
02

$\angle ABP=180^\circ-95^\circ=85^\circ$
$\angle PAB=180^\circ-(35^\circ+85^\circ)=60^\circ$
따라서 $\angle BCD=\angle PAB=60^\circ$

03

□ABCD는 내접사각형이므로
$\angle ADF=\angle CDE=\angle x$
$\triangle FAD$에서 $\angle BAD=46^\circ+\angle x$,
$\triangle DCE$에서 $\angle BCD=\angle x+36^\circ$
내접사각형에서 한 쌍의 대각의 크기의 합은 180°이므로
$46^\circ+\angle x+\angle x+36^\circ=180^\circ$
따라서 $\angle x=49^\circ$

04



그림과 같이 점 A와 C를 연결하면
□ACDE는 내접사각형이므로
$\angle CAE+\angle EDC=180^\circ$에서
$\angle CAE=30^\circ$
따라서 $\angle BAC=80^\circ-30^\circ=50^\circ$
한 호에 대한 중심각의 크기는 원주각의 크기의 2배이므로
$\angle BOC=2\angle BAC=2\times 50^\circ=100^\circ$

05

원에 내접하는 사각형의 한 쌍의 대각의 크기의 합은 180°이고, 한 외각의 크기는 그 내대각의 크기와 같다.
⑤ $\angle ACQ+\angle APQ=180^\circ$

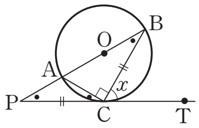
06

$\angle x$는 현 BT와 접선이 이루는 각이다.
그러므로 $\angle x$는 호 BT에 대한 원주각과 크기가 같다.
$\triangle ABT$에서 $\angle A+\angle B+\angle ATB=180^\circ$이므로
$\angle A=180^\circ-(45^\circ+55^\circ)=80^\circ$
따라서 $\angle x=80^\circ$

07

$\overparen{CD}=\overparen{BC}$이므로 $\angle CBD=\angle x$
삼각형의 내각의 크기의 합은 180°이므로
$2\angle x=100^\circ$, $\angle x=50^\circ$
한편, 원에 내접하는 사각형의 대각의 크기의 합은 180°이므로 $\angle DAB=100^\circ$이고,
$\angle ADT'=45^\circ$이므로
$\angle DBA=45^\circ$, $\angle ABT=\angle ADB=\angle y$
따라서 $\angle y=180^\circ-(100^\circ+45^\circ)=35^\circ$

08



그림과 같이 선분 AC를 그어
$\angle APC=\angle a$라고 하면
$\angle a+(\angle a+90^\circ)+\angle a=180^\circ$에서
$\angle a=30^\circ$
따라서 $\angle x=\angle CPB+\angle CBP=\angle a+\angle a$
$=30^\circ+30^\circ=60^\circ$

09

$\overline{BP}=\overline{AB}\sin 30^\circ=4\times\frac{1}{2}=2$

$\overline{PQ}=\overline{BP}\sin 30^\circ=2\times\frac{1}{2}=1$

한편 △PQC에서

$\overline{CQ}=\overline{PQ}\tan 30^\circ=1\times\frac{\sqrt{3}}{3}=\frac{\sqrt{3}}{3}$

따라서 $\triangle PQC=1\times\frac{\sqrt{3}}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{3}}{6}(\text{cm}^2)$

10

△PAB가 이등변삼각형이므로

$\angle ABP=\frac{1}{2}\times(180^\circ-48^\circ)=66^\circ$

$\therefore\ \angle ACB=\angle ABP=66^\circ$

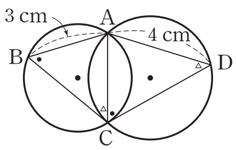
$\overset{\frown}{AB}:\overset{\frown}{BC}=3:2$에서

$\angle ACB:\angle BAC=3:2$이므로

$66:\angle BAC=3:2$

따라서 $3\angle BAC=132^\circ$에서 $\angle BAC=44^\circ$

11



그림에서 접선과 현이 이루는 각의 크기는 그 현에 대한 원주각의 크기와 같으므로

$\angle ACB=\angle ADC$, $\angle ACD=\angle ABC$

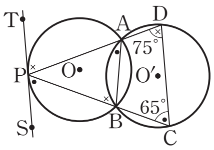
$\therefore\ \triangle ABC \backsim \triangle ACD$ (AA 닮음)

$\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{AC}:\overline{AD}$에서

$3:\overline{AC}=\overline{AC}:4$이므로 $\overline{AC}^2=12$

따라서 $\overline{AC}=2\sqrt{3}(\text{cm})$ ($\because\ x>0$)

12



그림과 같이 원 O에서 원주각의 성질에 의하여

$\angle APT=\angle ABP$이고

$\angle BPS=\angle BAP$

원 O′에서 내접하는 사각형의 성질에 의하여

$\angle PAB=\angle BCD$, $\angle ABP=\angle ADC$

ㄱ. $\angle BPS=65^\circ$

ㄴ. $\angle APT=75^\circ$

ㄷ. $\angle BAP=65^\circ$

ㄹ. $\overline{TS}/\!/\overline{CD}$ (엇각의 크기가 같다.)

STEP 4 실전 대비하기

:: 082쪽 ~ 084쪽

01 ③	02 39°	03 ④	04 ⑤	05 ②
06 ③	07 ⑤	08 ②	09 ⑤	10 ④
11 ⑤	12 ④	13 ④	14 ⑤	15 ③
16 121°	17 ⑤	18 $\angle x=60^\circ$, $\angle y=70^\circ$		

01

△OCB는 이등변삼각형이므로

$\angle OCB=\angle OBC=\frac{1}{2}(180^\circ-56^\circ)=62^\circ$

$\overline{AB}$가 지름이므로 $\angle ACB=90^\circ$

따라서 $\angle x=90^\circ-62^\circ=28^\circ$

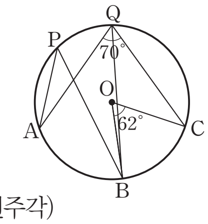
다른 풀이

$\overline{OA}=\overline{OC}$이므로 $\angle OAC=\angle OCA=\angle x$

△OCB에서 $2\angle x=56^\circ$

따라서 $\angle x=28^\circ$

02



그림과 같이 $\overline{QB}$를 그으면

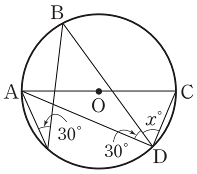
$\angle BQC=\frac{1}{2}\angle BOC=\frac{1}{2}\times 62^\circ=31^\circ$

$\angle AQB=\angle AQC-\angle BQC$

$=70^\circ-31^\circ=39^\circ$

$\therefore\ \angle APB=\angle AQB=39^\circ$ ($\overset{\frown}{AB}$에 대한 원주각)

03



$\overline{AC}$가 원의 중심을 지나므로

$\angle ADC=90^\circ$

$90^\circ=30^\circ+x^\circ$이므로 $x^\circ=60^\circ$

따라서 $x=60$

04

호의 길이는 중심각의 크기에 정비례하므로 원주각의 크기에도 정비례한다.

$\overset{\frown}{AB}:\overset{\frown}{BC}:\overset{\frown}{CA}=3:4:5$이므로

$\angle BCA:\angle CAB:\angle ABC=3:4:5$

따라서 $\angle BCA=180^\circ\times\frac{3}{12}=45^\circ$

05

$\overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{BD}$이므로

$\angle BCD=\angle ABC=16^\circ$

따라서 △PCB에서

$\angle APC=16^\circ+16^\circ=32^\circ$

06

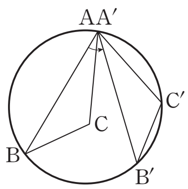
$\angle x=2\angle ABC=2\times 20^\circ=40^\circ$

$\angle ABC:\angle ABD=\overset{\frown}{AC}:\overset{\frown}{AD}$이므로

$20^\circ:\angle y=5:15=1:3$에서 $\angle y=60^\circ$

따라서 $\angle x+\angle y=40^\circ+60^\circ=100^\circ$

07



그림과 같이 $\overline{AB}=\overline{AB'}$이므로

△ABB′은 이등변삼각형이다.

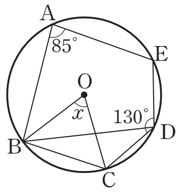
그러므로 $\angle ABB'=\frac{180^\circ-48^\circ}{2}=66^\circ$

□ABB′C′이 원에 내접하므로

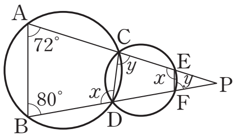
$\angle A'C'B'=180^\circ-66^\circ=114^\circ$
따라서 $\angle ACB=\angle A'C'B'=114^\circ$

08
$\angle PDA=\angle ABC=60^\circ$
$\triangle DPA$에서 $\angle QAB=60^\circ+45^\circ=105^\circ$
$\triangle QAB$에서 $\angle AQB=180^\circ-(105^\circ+60^\circ)=15^\circ$

09
⑤ $\angle A+\angle C=180^\circ$이므로 $\square ABCD$는 원에 내접하는 사각형이다.

10


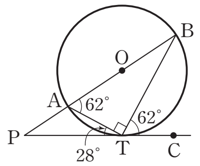
그림과 같이 보조선 BD를 그으면
$\square ABDE$에서
$\angle BAE+\angle EDB=180^\circ$이므로
$85^\circ+\angle EDB=180^\circ$에서 $\angle EDB=95^\circ$
$\angle BDC=130^\circ-95^\circ=35^\circ$
따라서 $\angle x=2\times35^\circ=70^\circ$

11


그림과 같이 선분 CD를 그으면
$\angle BDC=180^\circ-72^\circ=108^\circ=\angle x$
$\angle y=\angle DCE=80^\circ$
따라서 $\angle x+y=108^\circ+80^\circ=188^\circ$

12
직선 PT가 원 O의 접선이므로
$\angle ATP=\angle ABT=50^\circ$
$\angle AOT=2\angle ABT=2\times50^\circ=100^\circ$
삼각형 OAT는 이등변삼각형이므로
$\angle x=\frac{1}{2}(180^\circ-100^\circ)=40^\circ$

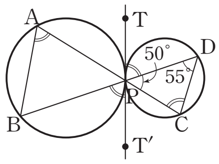
13
$\widehat{AD}=\widehat{CD}$이므로 $\angle CAD=\angle ACD=36^\circ$
$\square ABCD$가 원에 내접하므로
$(54^\circ+36^\circ)+(\angle BCA+36^\circ)=180^\circ$에서 $\angle BCA=54^\circ$
따라서 $\angle PAB=\angle BCA=54^\circ$

14


다음 그림과 같이 $\overline{AT}$를 그으면
$\angle ATB=90^\circ$이므로
$\angle ATP=180^\circ-(90^\circ+62^\circ)=28^\circ$에서
$\angle ABT=\angle ATP=28^\circ$
$\angle BAT=\angle BTC=62^\circ$
따라서 호의 길이는 원주각의 크기에 정비례하므로
$\widehat{AT}:\widehat{BT}=\angle ABT:\angle BAT=28:62=14:31$

15
$\overleftrightarrow{PC}$가 접선이므로 접선과 현이 이루는 각의 성질에서
$\angle ACP=\angle ABC$, $\angle ACB=90^\circ$이므로
$\triangle APC\backsim\triangle ACB$ (AA 닮음)
$\overline{AC}=x$ cm라 하면 $9:x=x:12$에서
$x^2=108$이므로 $x=6\sqrt{3}$(cm) ($\because x>0$)
따라서 $\cos(\angle PAC)=\frac{\overline{AP}}{\overline{AC}}=\frac{9}{6\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$이므로
$\angle PAC=30^\circ$

16
$\triangle BED$는 $\overline{BD}=\overline{BE}$인 이등변삼각형이므로
$\angle BED=\frac{1}{2}\times(180^\circ-50^\circ)=65^\circ$에서
$\angle x=\angle BED=65^\circ$
한편 $\overline{BC}$는 원 O의 접선이므로
$\angle CEF=\angle EDF=62^\circ$
$\triangle CFE$는 $\overline{CF}=\overline{CE}$인 이등변삼각형이므로
$\angle CFE=\angle CEF=62^\circ$에서
$\angle y=180^\circ-(62^\circ+62^\circ)=56^\circ$
따라서 $x+y=65^\circ+56^\circ=121^\circ$

17


다음 그림에서
$\angle A=\angle BPT'=\angle DPT=\angle DCP$
$=180^\circ-(50^\circ+55^\circ)=75^\circ$

18
$\angle x=\angle CTP=\angle ATP=\angle ABT=60^\circ$
$\angle y=\angle BTQ=70^\circ$

Ⅲ. 통계

06 대푯값과 산포도

STEP 1 유형 익히기 :: 086쪽 ~ 087쪽

01 55 **02** 9점 **03** 250 kcal
04 (가) 10, (나) 10 **05** 11 **06** ① **07** 85
08 80점 **09** 62 kg **10** 100
11 분산 1.9, 표준편차 $\sqrt{1.9}$

01

변량이 20, 60, 40, 100으로 4개이므로

$$(\text{평균})=\frac{(\text{변량})\text{의 총합}}{(\text{변량})\text{의 개수}}=\frac{20+60+40+100}{4}=\frac{220}{4}=55$$

02

변량이 9, 9, 10, 8, 10, 8로 6개이므로

$$(\text{평균})=\frac{(\text{변량})\text{의 총합}}{(\text{변량})\text{의 개수}}=\frac{9+9+10+8+10+8}{6}=\frac{54}{6}=9(\text{점})$$

03

$$(\text{평균})=\frac{(\text{변량})\text{의 총합}}{(\text{변량})\text{의 개수}}=\frac{100+220+350+270+250+310}{6}=\frac{1500}{6}=250(\text{kcal})$$

04

주어진 자료를 차례로 나열하면

6, 8, 10, 10, 12, 14이고, 자료가 6개로 짝수 개다.

따라서 중앙값은 10, 10의 평균인 $\frac{\boxed{10}+\boxed{10}}{2}=10$이다.

05

자료를 차례대로 나열하면

9, 10, 10, 11, 12, 14, 15이고 홀수 개이므로

중앙값은 11이다.

06

자료의 변량 중에서 가장 많이 나타나는 값을 구해야 하므로 신발 치수의 최빈값이다.

07

변량이 5개이고, 평균이 90이므로

$$90=\frac{86+90+92+x+97}{5}$$

따라서 $365+x=450$에서 $x=85$

08

수학 점수를 x라고 하면

$$\frac{85+75+x+77+83}{5}=80,$$

그러므로 $320+x=400$에서 $x=80$

따라서 예린이의 수학 점수는 80(점)이다.

09

최빈값이 54 kg이므로 학생 4명의 몸무게를

작은 순서대로 54, 54, x, y라고 하면

중앙값이 56 kg이므로

$\frac{54+x}{2}=56$에서 $x=58$

몸무게의 평균이 57 kg이므로

$\frac{54+54+58+y}{4}=57$에서 $y=62$

따라서 4명의 몸무게 중 가장 큰 값은 62 kg이다.

10

(편차)=(변량)−(평균)에서

(변량)=(편차)+(평균)이므로

A는 $20+80=100$이다.

따라서 표를 완성하면

변량	70	85	100	65
편차	−10	5	20	−15

11

평균이 7이므로

$$\frac{5\times3+6\times6+7\times3+8\times n+9\times4}{3+6+3+n+4}=7$$

$\frac{108+8n}{16+n}=7$에서 $n=4$

$$(\text{분산})=\frac{\{(\text{편차})^2\times(\text{도수})\}\text{의 총합}}{(\text{도수})\text{의 총합}}=\frac{(-2)^2\times3+(-1)^2\times6+0^2\times3+1^2\times4+2^2\times4}{20}=\frac{38}{20}=1.9$$

$(\text{표준편차})=\sqrt{(\text{분산})}=\sqrt{1.9}$

STEP 2 유형 다지기 :: 088쪽 ~ 097쪽

01 (1) 9 (2) 82 (3) 51 **02** 3시간 **03** 23℃
04 259쪽 **05** ⑤ **06** A : 20, B : 7
07 (1) 없다 (2) 22 (3) 17 **08** ②
09 (1) 5 (2) 15 **10** (1) 26회 (2) 7.5회 (3) 없다.
(4) 중앙값, 이유 : 극단적인 값이 있고, 자료의 개수가 많지 않으므로 중앙값이 대푯값으로 가장 적절하다.
11 ①, ② **12** $a<b<c$ **13** $a<b<c$
14 $C<A<B$ **15** 7.4 **16** 41 **17** 6
18 7.4회 **19** 76 **20** 51 kg **21** ④ **22** ④
23 7 **24** ① **25** 12 **26** ①
27 10명 **28** 3 **29** ① **30** (1) 73점 (2) $\frac{24}{5}$
31 ① **32** $b<c<a$ **33** ①
34 $2\sqrt{3}$마리 **35** $5\sqrt{5}$타/분
36 (1) 8 (2) 50 (3) (1, 7), (7, 1) **37** ① **38** 89
39 평균 : 11, 분산 : 10 **40** 14 **41** 20
42 (1) 6시간 (2) 3.8 **43** 400 **44** 110 **45** $4\sqrt{3}$
46 4.8 **47** 141 **48** 9 **49** 12.64 **50** 3.4
51 $\sqrt{5}$ **52** ⑤ **53** A, C, B
54 ③ **55** ㄱ, ㄷ

01

(1) (평균)$=\frac{6+11+7+12}{4}=\frac{36}{4}=9$

(2) (평균)$=\frac{84+73+82+83+88}{5}=\frac{410}{5}=82$

(3) (평균)$=\frac{58+66+32+47+48+55}{6}=\frac{306}{6}=51$

02

$$(\text{평균})=\frac{(\text{변량})\text{의 총합}}{\text{변량의 개수}}=\frac{2\times5+3\times10+4\times5}{20}=\frac{60}{20}=3(\text{시간})$$

03

$$(\text{평균})=\frac{(\text{변량})\text{의 총합}}{(\text{변량})\text{의 개수}}=\frac{20+24+26+29+23+16}{6}=\frac{138}{6}=23℃$$

04

자료를 작은 값부터 차례로 크기순으로 나열하면
152, 200, 240, 278, 368, 408
자료의 개수가 짝수이면 가운데 위치한 두 변량의 평균이 중앙값이므로
$\frac{240+278}{2}=259(\text{쪽})$

05

자료를 크기순으로 나열한 후 각 자료의 중앙값을 구하면
① 3
② $\frac{5+6}{2}=\frac{11}{2}=5.5$
③ 3
④ 5
⑤ $\frac{8+9}{2}=\frac{17}{2}=8.5$
따라서 중앙값이 가장 큰 것은 ⑤이다.

06

두 자료를 각각 크기순으로 나열하면
A : 14, 16, 20, 21, 24
B : 1, 3, 6, 8, 10, 12
자료의 개수가 홀수이면 가운데 위치한 변량이 중앙값이므로
A의 중앙값은 20이다.
자료의 개수가 짝수이면 가운데 위치한 두 변량의 평균이 중앙값이므로 B의 중앙값은 $\frac{6+8}{2}=\frac{14}{2}=7$이다.

07

(1) 크기순으로 나열하면 1, 3, 5, 7, 9, 11이므로 최빈값은 없다.
(2) 크기순으로 나열하면 16, 18, 20, 22, 22, 25이므로 최빈값은 22이다.
(3) 크기순으로 나열하면 14, 16, 16, 17, 17, 17, 18, 20이므로 최빈값은 17이다.

08

최빈값은 자료의 값 중에서 가장 많이 나타나는 값이다.
1이 1번, 2가 1번, 3이 3번, 4가 3번, 5가 3번, 6이 5번, 7이 3번, 8이 2번, 9가 1번 나타났으므로 최빈값은 6이다.

09

(1) 5가 3번으로 가장 많다.
(2) 15가 2번으로 가장 많다.

10

(1) (평균)$=\frac{5+6+7+10+120+8}{6}=\frac{156}{6}=26(\text{회})$
(2) 자료를 작은 순서대로 나열하면 5, 6, 7, 8, 10, 120이므로 중앙값은 $\frac{7+8}{2}=7.5(\text{회})$
(3) 최빈값은 없다.
(4) 극단적인 값 120이 있고, 변량의 개수가 많지 않으므로 중앙값이 대푯값으로 가장 적절하다.

11

③ 자료의 개수가 짝수이면 가운데 두 수의 평균이 중앙값이다.
④ 자료에서 각 변량이 1번씩만 나왔으면 최빈값은 없다.
⑤ 중앙값과 최빈값은 다르게 나올 수도 있다.

12

$a=\dfrac{6\times2+7\times3+8\times4+9}{10}=74=7.4$

주어진 자료를 작은 값부터 크기순으로 나열하면

6, 6, 7, 7, 7, 8, 8, 8, 8, 9이므로

$b=\dfrac{7+8}{2}=7.5$

8시간 수면이 4회로 가장 많이 나타나므로 $c=8$

따라서 $a<b<c$

13

$(\text{평균})=\dfrac{1+2+4+6+6+7+8+8+8+9}{10}=5.9$

$\therefore a=5.9$

$(\text{중앙값})=\dfrac{6+7}{2}=6.5 \qquad \therefore b=6.5$

가장 많이 나타난 최빈값은 8이므로 $c=8$이다.

따라서 $a<b<c$

14

$(\text{평균})=\dfrac{(\text{변량})\text{의 총합}}{(\text{변량})\text{의 개수}}$

$=\dfrac{35+21+27+31+27+33+36}{7}=\dfrac{210}{7}=30(\text{개})$

중앙값은 자료를 작은 값에서부터 크기순으로 나열할 때,

4번째 자료의 값이므로 31이다.

그러므로 (중앙값)$=31$(개)

27의 도수가 2개로 가장 크므로 (최빈값)$=27$(개)

따라서 $A=30$, $B=31$, $C=27$이므로 $C<A<B$

15

$(\text{평균})=\dfrac{\{(\text{계급값})\times(\text{도수})\}\text{의 총합}}{(\text{도수})\text{의 총합}}$

$=\dfrac{6\times2+7\times3+8\times4+9\times1}{10}$

$=\dfrac{74}{10}=7.4$

16

$(\text{평균})=\dfrac{\{(\text{계급값})\times(\text{도수})\}\text{의 총합}}{(\text{도수})\text{의 총합}}$

$=\dfrac{36\times2+40\times3+43\times4+46\times1}{10}$

$=\dfrac{410}{10}=41(\text{회})$

17

계급	도수	계급값	(계급값)×(도수)
0이상 ~ 2미만	2	1	2
2 ~ 4	6	3	18
4 ~ 6	10	5	50
6 ~ 8	14	7	98
8 ~ 10	8	9	72
합계	40		240

따라서 $(\text{평균})=\dfrac{\{(\text{계급값})\times(\text{도수})\}\text{의 총합}}{(\text{도수})\text{의 총합}}$

$=\dfrac{240}{40}=6$

18

$(\text{평균})=\dfrac{\{(\text{계급값})\times(\text{도수})\}\text{의 총합}}{(\text{도수})\text{의 총합}}$

$=\dfrac{3\times1+5\times2+7\times2+9\times4+11\times1}{10}$

$=\dfrac{74}{10}=7.4(\text{회})$

19

$(\text{평균})=\dfrac{\{(\text{계급값})\times(\text{도수})\}\text{의 총합}}{(\text{도수})\text{의 총합}}$

$=\dfrac{65\times3+75\times4+85\times2+95\times1}{10}$

$=\dfrac{195+300+170+95}{10}=\dfrac{760}{10}=76(\text{점})$

20

$(\text{평균})=\dfrac{\{(\text{계급값})\times(\text{도수})\}\text{의 총합}}{(\text{도수})\text{의 총합}}$

$=\dfrac{35\times1+45\times4+55\times3+65\times2}{10}$

$=\dfrac{510}{10}=51(\text{kg})$

21

$(\text{평균})=\dfrac{(\text{변량})\text{의 총합}}{(\text{변량})\text{의 개수}}$에서 평균이 3이므로

$\dfrac{-2+a-6+4+5+b-7}{7}=3$

$a+b-6=21$에서 $a+b=27$

이때, $a-b=-5$이므로 $a=11$, $b=16$

변량을 크기가 작은 것부터 순서대로 나열하면

-7, -6, -2, 4, 5, 11, 16이므로 중앙값은 4이다.

22

$(\text{평균})=\dfrac{(\text{변량})\text{의 총합}}{(\text{변량})\text{의 개수}}$에서 평균이 8이므로

$\dfrac{5+8+14+5+1+5+14+x}{8}=8$에서 $x=12$

자료를 작은 값부터 차례로 크기순으로 나열하면

1, 5, 5, 5, 8, 12, 14, 14

(중앙값)$=6.5$, (최빈값)$=5$

따라서 중앙값과 최빈값의 합은 $6.5+5=11.5$

23

주어진 자료의 최빈값이 4이므로 $x=4$

자료를 작은 값에서부터 크기순으로 나열하면 4, 4, 4, 7, 8, 9, 9

따라서 중앙값은 7이다.

24

$$(\text{평균})=\frac{(\text{변량})\text{의 총합}}{(\text{변량})\text{의 개수}}$$

$$=\frac{3+2+1+4+9+5}{6}=\frac{24}{6}=4(\text{권})$$

만화책 수의 편차는 -1권, -2권, -3권, 0권, 5권, 1권이다.

따라서 만화책 수의 편차가 될 수 없는 것은 ① -4권이다.

25

편차의 총합은 0이므로

$2\times(-16)+a\times(-6)+4\times4+2\times14=0$

$6a=12$에서 $a=2$

이때, $b=2+2+4+2=10$

따라서 $a+b=12$

26

편차의 절댓값이 작을수록 그 변량은 평균에 가까이 있다.

따라서 변량 A가 평균에 가장 가까이 있다.

27

편차의 총합은 0이므로

$-4+(-3)+0+1+x=0$ 에서 $x=6$

(편차)=(변량)$-$(평균)이므로

$6=$(E 회원의 식구 수)-4

따라서 E 회원의 식구 수는 10(명)이다.

28

(편차)=(변량)$-$(평균)이므로

$7=88-$(평균)　　$\therefore$ (평균)$=81$

$a-81=3$에서 $a=84$

편차의 합은 0이므로

$7+3+c+(-6)+(-1)=0$에서 $c=-3$

한편 $b-81=-3$에서 $b=78$

따라서 $a-b+c=84-78+(-3)=3$

29

학생 E가 사용한 문자 메세지가 65회이고 편차가 4회이므로

(평균)$=65-4=61$(회)

한편 편차의 합은 항상 0이므로

$x+(-1)+(-2)+0+4=0$에서 $x=-1$

따라서 학생 A가 사용한 문자 메시지는 $61+(-1)=60$(회)

30

(1) $$(\text{평균})=\frac{(\text{변량})\text{의 총합}}{(\text{변량})\text{의 개수}}$$

평균이 74이므로 $\frac{73+76+71+x+77}{5}=74$

$297+x=370$에서 $x=73$(점)

(2) $$(\text{분산})=\frac{(\text{편차})^2\text{의 총합}}{(\text{변량})\text{의 개수}}$$

$$=\frac{(-1)^2+2^2+(-3)^2+(-1)^2+3^2}{5}$$

$$=\frac{24}{5}$$

31

$$(\text{평균})=\frac{(\text{변량})\text{의 총합}}{(\text{변량})\text{의 개수}}$$

$$=\frac{66+68+74+84+88}{5}=\frac{380}{5}=76(\text{점})$$

$$(\text{분산})=\frac{(\text{편차})^2\text{의 총합}}{(\text{변량})\text{의개수}}$$

$$=\frac{(-10)^2+(-8)^2+(-2)^2+8^2+12^2}{5}$$

$$=\frac{100+64+4+64+144}{5}=\frac{376}{5}=75.2$$

32

세 자료 A, B, C의 평균이 모두 3이므로

$$a=\frac{(-2)^2+(-1)^2+0^2+1^2+2^2}{5}=2$$

$$b=\frac{1^2+(-1)^2+1^2+(-1)^2+0^2}{5}=\frac{4}{5}$$

$$c=\frac{(-1)^2+(-1)^2+(-1)^2+1^2+2^2}{5}=\frac{8}{5}$$

따라서 $b<c<a$

33

편차의 총합은 항상 0이므로

$2+a+(-1)+(-3)+(-2)=0$에서 $a=4$

(편차)=(변량)$-$(평균)이므로

$4=$(학생 B의 성적)-70에서 학생 B의 성적은 74(점)

$$(\text{분산})=\frac{(\text{편차})^2\text{의 총합}}{(\text{변량})\text{의 개수}}$$

$$=\frac{2^2+4^2+(-1)^2+(-3)^2+(-2)^2}{5}$$

$$=\frac{34}{5}=6.8$$

$(\text{표준편차})=\sqrt{(\text{분산})}=\sqrt{6.8}(\text{점})$

34

물고기 C가 낳은 새끼의 수의 편차를 x마리라 하면 편차의 총합은 0이므로

$(-3)+(-1)+x+5+3=0$에서 $x=-4$

$$(\text{분산})=\frac{(\text{편차})^2\text{의 총합}}{(\text{변량})\text{의개수}}$$

$=\frac{(-3)^2+(-1)^2+(-4)^2+5^2+3^2}{5}$

$=\frac{60}{5}=12$

(표준편차)$=\sqrt{(\text{분산})}=2\sqrt{3}$(마리)

35

편차의 합은 0이므로 $(x-20)+(x+10)+(x-10)+x=0$

$4x-20=0$에서 $x=5$

(분산)$=\frac{(\text{편차})^2\text{의 총합}}{(\text{변량})\text{의 개수}}$

$=\frac{(-15)^2+15^2+(-5)^2+5^2}{4}$

$=\frac{500}{4}=125$

(표준편차)$=\sqrt{(\text{분산})}=\sqrt{125}=5\sqrt{5}$(타/분)

36

(1) 평균이 4이므로 $\frac{3+4+5+x+y}{5}=4$에서 $12+x+y=20$

따라서 $x+y=8$

(2) 분산이 2^2이므로 $\frac{(-1)^2+0^2+1^2+(x-4)^2+(y-4)^2}{5}=2^2$

$x^2+y^2-8(x+y)+34=20$에서 $x^2+y^2=50$

(3) $x+y=8$, $x^2+y^2=50$을 만족하는 순서쌍 (x, y)는 $(1, 7)$, $(7, 1)$이다.

37

평균이 4이므로 $\frac{1+3+a+b+7}{5}=4$에서

$a+b=9$ …… ㉠

표준편차가 2이므로

$\frac{(-3)^2+(-1)^2+(a-4)^2+(b-4)^2+3^2}{5}=2^2=4$에서

$(a-4)^2+(b-4)^2=1$ …… ㉡

㉠, ㉡에서 $a^2+b^2-8\times9+31=0$이므로

$a^2+b^2=41$

따라서 $(a+b)^2=a^2+b^2+2ab$이므로

$81=41+2ab$, $2ab=40$에서 $ab=20$

38

평균이 5이므로 $\frac{2+4+a+6+b}{5}=5$에서

$a+b=13$ …… ㉠

분산이 4이므로

$\frac{(-3)^2+(-1)^2+(a-5)^2+1^2+(b-5)^2}{5}=4$에서

$(a-5)^2+(b-5)^2=9$

$a^2+b^2-10(a+b)+50=9$ …… ㉡

㉠, ㉡에서 $a^2+b^2-10\times13+50=9$

따라서 $a^2+b^2=89$

39

$\frac{a+b+c}{3}=8$이므로 $a+3$, $b+3$, $c+3$의 평균은

$\frac{(a+3)+(b+3)+(c+3)}{3}=\frac{a+b+c}{3}=8+3=11$

$\frac{(a-8)^2+(b-8)^2+(c-8)^2}{3}=10$이므로

$a+3$, $b+3$, $c+3$의 분산 V는

$V=\frac{(a+3-11)^2+(b+3-11)^2+(c+3-11)^2}{3}$

$=\frac{(a-8)^2+(b-8)^2+(c-8)^2}{3}=10$

다른 풀이

n개의 변량 x_1, x_2, x_3, $\cdots$, x_n의 평균이 m이고 표준편차가 σ일 때,

변량 ax_1+b, ax_2+b, ax_3+b, $\cdots$, ax_n+b에 대하여 평균은 $am+b$이고

분산은 $|a|^2V$이므로

$a+3$, $b+3$, $c+3$의 평균은 $8+3=11$이고 분산은 10이다.

참고

변화된 변량의 분산과 표준편차는 공식처럼 암기하여 사용하도록 한다.

40

a, b, c의 평균이 8이고, 분산이 14이므로

$\frac{a+b+c}{3}=8$, $\frac{(a-8)^2+(b-8)^2+(c-8)^2}{3}=14$

따라서 $a-2$, $b-2$, $c-2$에 대하여

(평균)$=\frac{(a-2)+(b-2)+(c-2)}{3}=\frac{(a+b+c)-6}{3}$

$=8-2=6$

한편 $a-2$, $b-2$, $c-2$의 편차를 각각 구하면

$a-2-6=a-8$, $b-2-6=b-8$, $c-2-6=c-8$이므로

(분산)$=\frac{(a-8)^2+(b-8)^2+(c-8)^2}{3}=14$

41

a, b, c의 평균이 4이므로 $\frac{a+b+c}{3}=4$에서

$a+b+c=12$

한편 a, b, c의 표준편차가 3이므로 분산은 9이다.

즉, $\frac{(a-4)^2+(b-4)^2+(c-4)^2}{3}=9$

변량 $3a-1$, $3b-1$, $3c-1$에 대하여

(평균)$=\frac{(3a-1)+(3b-1)+(3c-1)}{3}=\frac{3(a+b+c)-3}{3}$

$=\frac{3\times12-3}{3}=11$

(분산)$=\frac{(3a-12)^2+(3b-12)^2+(3c-12)^2}{3}$

$=\dfrac{9\{(a-4)^2+(b-4)^2+(c-4)^2\}}{3}=9\times9=81$

(표준편차)$=\sqrt{81}=9$

따라서 구하는 평균과 표준편차의 합은 $11+9=20$

42

(1) (평균)$=\dfrac{\{(\text{계급값})\times(\text{도수})\}\text{의 총합}}{(\text{도수})\text{의 총합}}$

$=\dfrac{1\times1+3\times2+5\times5+7\times10+9\times2}{20}=6$(시간)

(2) (분산)$=\dfrac{\{(\text{편차})^2\times(\text{도수})\}\text{의 총합}}{(\text{도수})\text{의 총합}}$

$=\dfrac{(-5)^2\times1+(-3)^2\times2+(-1)^2\times5+1^2\times10+3^2\times2}{20}$

$=\dfrac{76}{20}=3.8$

43

20분 이상 30분 미만인 계급의 도수를 x명이므로

$4+x+11+7+3=30$에서 $x=5$

(평균)$=\dfrac{\{(\text{계급값})\times(\text{도수})\}\text{의 총합}}{(\text{도수})\text{의 총합}}$

$=\dfrac{15\times4+25\times5+35\times11+45\times7+55\times3}{30}=\dfrac{1050}{30}$

$=35$(분)

(분산)$=\dfrac{\{(\text{편차})^2\times(\text{도수})\}\text{의 총합}}{(\text{도수})\text{의 총합}}$

$=\dfrac{(-20)^2\times4+(-10)^2\times5+0^2\times11+10^2\times7+20^2\times3}{30}$

$=\dfrac{4000}{30}=\dfrac{400}{3}$

따라서 $3a=400$

44

(평균)$=\dfrac{2200}{40}=55$(점)

따라서 (분산)$=\dfrac{4400}{40}=110$

45

키	도수	(계급값)×(도수)	{(계급값)−(평균)}²×(도수)
147.5	4	590	$(147.5-160.5)^2\times4=676$
152.5	7	1067.5	$(152.5-160.5)^2\times7=448$
157.5	12	1890	$(157.5-160.5)^2\times12=108$
162.5	14	2275	$(162.5-160.5)^2\times14=56$
167.5	8	1340	$(167.5-160.5)^2\times8=392$
172.5	5	862.5	$(172.5-160.5)^2\times5=720$
합계	50	8025	2400

(평균)$=\dfrac{8025}{50}=160.5$

(분산)$=\dfrac{2400}{50}=48$

따라서 (표준편차)$=\sqrt{(\text{분산})}=\sqrt{48}=4\sqrt{3}$

46

(평균)$=\dfrac{\{(\text{계급값})\times(\text{도수})\}\text{의 총합}}{(\text{도수})\text{의 총합}}$

$=\dfrac{2\times1+4\times2+6\times4+8\times2+10\times1}{10}$

$=\dfrac{2+8+24+16+10}{10}=\dfrac{60}{10}=6$

(분산)$=\dfrac{\{(\text{편차})^2\times(\text{도수})\}\text{의 총합}}{(\text{도수})\text{의 총합}}$

$=\dfrac{(-4)^2\times1+(-2)^2\times2+0^2\times4+2^2\times2+4^2\times1}{10}$

$=\dfrac{16+8+0+8+16}{10}=\dfrac{48}{10}=4.8$

47

(평균)$=\dfrac{\{(\text{계급값})\times(\text{도수})\}\text{의 총합}}{(\text{도수})\text{의 총합}}$

$=\dfrac{10\times6+20\times11+30\times12+40\times7+50\times4}{40}$

$=\dfrac{60+220+360+280+200}{40}=\dfrac{1120}{40}=28$

(분산)$=\dfrac{\{(\text{편차})^2\times(\text{도수})\}\text{의 총합}}{(\text{도수})\text{의 총합}}$

$=\dfrac{(-18)^2\times6+(-8)^2\times11+2^2\times12+12^2\times7+22^2\times4}{40}$

$=\dfrac{1944+704+48+1008+1936}{40}=\dfrac{5640}{40}=141$

48

(평균)$=\dfrac{\{(\text{계급값})\times(\text{도수})\}\text{의 총합}}{(\text{도수})\text{의 총합}}$

$=\dfrac{65\times2+75\times4+85\times3+95\times1}{10}=\dfrac{780}{10}=78$(점)

(분산)$=\dfrac{\{(\text{편차})^2\times(\text{도수})\}\text{의 총합}}{(\text{도수})\text{의 총합}}$

$=\dfrac{(-13)^2\times2+(-3)^2\times4+7^2\times3+17^2\times1}{10}=\dfrac{810}{10}$

$=81$

따라서 (표준편차)$=\sqrt{81}=9$(점)

49

A, B 두 모둠의 평균이 같고, 표준편차가 각각 4, 3이므로 분산은 각각 4^2, 3^2이다.

A 모둠의 분산은 $\dfrac{(\text{편차})^2\text{의 총합}}{13}=16$

즉, A 모둠 13명의 $(\text{편차})^2$의 총합은 $16\times13=208$ ······ ㉠

B 모둠의 분산은 $\dfrac{(\text{편차})^2\text{의 총합}}{12}=9$

즉, B 모둠 12명의 $(\text{편차})^2$의 총합은 $9\times12=108$ ······ ㉡

㉠, ㉡에서 두 분단을 합한 25명의 $(\text{편차})^2$의 총합은

$208+108=316$

따라서 구하는 25명의 분산은 $\dfrac{316}{13+12}=12.64$

50

달걀 4개의 무게의 분산이 4이므로 $(\text{분산})=\frac{(\text{편차})^2\text{의 총합}}{4}=4$

따라서 달걀 4개의 (편차)^{2}의 총합은 $4\times4=16$

달걀 6개의 무게의 분산이 3이므로 $(\text{분산})=\frac{(\text{편차})^2\text{의 총합}}{6}=3$

따라서 달걀 6개의 (편차)^{2}의 총합은 $3\times6=18$

4개 묶음과 6개 묶음의 평균이 같으므로

전체 달걀 10개의 무게의 분산은 $\frac{16+18}{10}=\frac{34}{10}=3.4$

51

$(\text{분산})=\frac{(\text{편차})^2\text{의 총합}}{(\text{총학생 수})}$이므로 A반의 (편차)^{2}의 총합은

$2^2\times20=80$

B반의 (편차)^{2}의 총합은 $(\sqrt{7})^2\times10=70$

전체 (편차)^{2}의 총합은 $80+70=150$

그러므로 전체 분산은 $\frac{150}{20+10}=5$

따라서 $(\text{표준편차})=\sqrt{5}$

52

평균은 모두 3이므로 (편차)^{2}의 합을 구해 보면

① $2^2\times2+1^2\times2=10$ ② $1^2\times4=4$

③ $2^2+1^2\times2=6$ ④ $2^2\times2=8$

⑤ $1^2\times2=2$

(편차)^{2}의 합이 작을수록 표준편차가 작으므로 표준편차가 가장 작은 것은 ⑤이다.

53

각 히스토그램이 좌우 대칭이므로 세 변량의 평균은 모두 같음을 알 수 있다.

A는 평균을 중심으로 변량들이 많이 모여 있고, B는 평균에서 먼 변량들이 가장 많다.

한편 C는 변량들이 B보다는 평균에 모여 있지만 A보다는 조금 더 떨어져 있다.

따라서 표준편차가 작은 것부터 차례로 나열하면 A, C, B이다.

54

A선수에 대하여 $(\text{평균})=\frac{2+13+10+4+11}{5}=8(\text{회})$

$(\text{분산})=\frac{(-6)^2+5^2+2^2+(-4)^2+3^2}{5}=\frac{90}{5}=18$,

$(\text{표준편차})=\sqrt{18}=3\sqrt{2}(\text{회})$

B선수에 대하여 $(\text{평균})=\frac{4+8+6+6+11}{5}=7(\text{회})$

$(\text{분산})=\frac{(-3)^2+1^2+(-1)^2+(-1)^2+4^2}{5}=\frac{28}{5}=5.6$,

$(\text{표준편차})=\sqrt{5.6}(\text{회})$

따라서 B선수의 패스 실패 횟수의 분산은 5.6이다.

55

두 팀의 평균이 모두 10개이므로

$\frac{12+13+8+a+11}{5}=10$에서 $a=6$

$\frac{9+5+b+19+11}{5}=10$에서 $b=6$

ㄱ. $a=b=6$

ㄴ. A팀의 분산은 $\frac{2^2+3^2+(-2)^2+(-4)^2+1^2}{5}=6.8$이므로

표준편차는 $\sqrt{6.8}$

B팀의 분산은 $\frac{(-1)^2+(-5)^2+(-4)^2+9^2+1^2}{5}=24.8$

이므로 표준편차는 $\sqrt{24.8}$

따라서 두 팀의 표준편차는 같지 않다.

ㄷ. B팀의 표준편차가 A팀의 표준편차보다 크므로

최근 5회의 경기에서 B팀의 파울 갯수의 기복이 A팀보다 더 크다.

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

STEP 3 단원 마무리

:: 098쪽 ~ 099쪽

01 ④	**02** ②	**03** ④	**04** ④	**05** ③
06 ③	**07** 18	**08** ③	**09** 9분	**10** ③
11 $a=c<b$		**12** ④		

01

변량을 작은 값부터 순서대로 나열하면 2, 3, 3, 4, 5, 8, 10 이므로 중앙값은 4편이다.

02

C의 연필 개수를 x라 하면

$\frac{2+3+x+4+1}{5}=3$에서 $x+10=15$이므로 $x=5$

따라서 C의 연필 개수는 5이다.

03

{(점수)−(지현이의 점수)}를 모두 더하면

$-7-5+0+1+1=-10$

따라서 쪽지 시험 점수의 평균은 지현이의 점수보다

$\frac{10}{5}=2$(점)이 더 낮다.

따라서 (편차)=(점수)−(평균)을 각각 구하면

$-5, -3, 2, 3, 3$이다.

①, ② 쪽지 시험 점수의 평균은 지현이의 점수보다 2점이 낮다.

③ 쪽지 시험 점수의 분산은

$\dfrac{(-5)^2+(-3)^2+2^2+3^2+3^2}{5}=\dfrac{56}{5}$이다.

⑤ 민우의 편차는 -3이다.

04

$$(\text{분산})=\frac{\{(\text{편차})^2\times(\text{도수})\text{의 총합}\}}{(\text{도수})\text{의 총합}}$$
$$=\frac{(-6)^2\times 8+(-2)^2\times 10+2^2\times 5+6^2\times 3+10^2\times 4}{30}$$
$$=\frac{856}{30}=\frac{428}{15}$$

05

$x+y+z=12$, $x^2+y^2+z^2=102$이므로

$$(\text{평균})=\frac{x+y+z}{3}=\frac{12}{3}=4$$
$$(\text{분산})=\frac{(x-4)^2+(y-4)^2+(z-4)^2}{3}$$
$$=\frac{x^2+y^2+z^2-8(x+y+z)+16\times 3}{3}$$
$$=\frac{102-8\times 12+48}{3}$$
$$=\frac{54}{3}=18$$

따라서 (표준편차)$=3\sqrt{2}$

06

평균이 8점이므로

$$\frac{2\times 1+4\times x+6\times 2+8\times y+10\times 9}{1+x+2+y+9}=8$$

$4x+8y+104=8x+8y+96$에서

$4x=8$ $\quad\therefore x=2$

한편 분산이 5.6이므로

$$\frac{(-6)^2\times 1+(-4)^2\times 2+(-2)^2\times 2+0\times y+2^2\times 9}{1+2+2+y+9}=5.6$$

$112=5.6y+78.4$에서 $y=6$

따라서 $x+y=2+6=8$

07

변량 a, b, c의 평균이 4이므로

$\dfrac{a+b+c}{3}=4$에서 $a+b+c=12$

한편 분산이 2이므로

$\dfrac{(a-4)^2+(b-4)^2+(c-4)^2}{3}=2$에서

$(a-4)^2+(b-4)^2+(c-4)^2=6$

따라서 $3a$, $3b$, $3c$의 평균은

$$\frac{3a+3b+3c}{3}=\frac{3(a+b+c)}{3}=3\times 12=12$$

$3a$, $3b$, $3c$의 분산은

$$\frac{(3a-12)^2+(3b-12)^2+(3c-12)^2}{3}$$
$$=\frac{9\{(a-4)^2+(b-4)^2+(c-4)^2\}}{3}$$
$$=\frac{9\times 6}{3}=18$$

08

계급값이 1, 3, 5, 7이므로

$$(\text{평균})=\frac{1\times 6+3\times 5+5\times 2+7\times 7}{20}=\frac{80}{20}=4$$
$$(\text{분산})=\frac{(-3)^2\times 6+(-1)^2\times 5+1^2\times 2+3^2\times 7}{10}=\frac{124}{20}=6.2$$

09

$$(\text{평균})=\frac{\{(\text{계급값})\times(\text{도수})\}\text{의 총합}}{(\text{도수})\text{의 총합}}$$
$$=\frac{25\times 2+35\times 4+45\times 3+55\times 1}{10}$$
$$=\frac{380}{10}=38(\text{분})$$
$$(\text{분산})=\frac{\{(\text{편차})^2\times(\text{도수})\}\text{의 총합}}{(\text{도수})\text{의 총합}}$$
$$=\frac{(-13)^2\times 2+(-3)^2\times 4+7^2\times 3+17^2\times 1}{10}$$
$$=\frac{810}{10}=81$$

따라서 (표준편차)$=\sqrt{81}=9$(분)

10

{(편차)^{2}의 총합}=(분산)×(변량의 개수)이므로

A반의 (편차)^{2}의 총합은 $4^2\times 20=320$

B반의 (편차)^{2}의 총합은 $2^2\times 20=80$

따라서 전체 학생의 (편차)^{2}의 총합은 $320+80=400$이므로

전체 학생의 분산은 $\dfrac{400}{40}=10$ 따라서 (표준편차)$=\sqrt{10}$점

11

기후가 맞힌 수는 3, 4, 5, 6, 7이므로

$$(\text{평균})=\frac{3+4+5+6+7}{5}=\frac{25}{5}=5$$
$$(\text{분산})=\frac{(-2)^2+(-1)^2+0^2+1^2+2^2}{5}=\frac{10}{5}=2$$

(표준편차)$=\sqrt{2}$이므로 $a=\sqrt{2}$

지아가 맞힌 수는 1, 2, 5, 8, 9이므로

$$(\text{평균})=\frac{1+2+5+8+9}{5}=\frac{25}{5}=5$$
$$(\text{분산})=\frac{(-4)^2+(-3)^2+0^2+3^2+4^2}{5}=\frac{50}{5}=10$$

(표준편차)$=\sqrt{10}$이므로 $b=\sqrt{10}$

요하가 맞힌 수는 1, 2, 3, 4, 5이므로

$(평균)=\dfrac{1+2+3+4+5}{5}=\dfrac{15}{5}=3$

$(분산)=\dfrac{(-2)^2+(-1)^2+0^2+1^2+2^2}{5}=\dfrac{10}{5}=2$

(표준편차)$=\sqrt{2}$이므로 $c=\sqrt{2}$

따라서 a, b, c의 대소관계는 $a=c<b$

12

① A반의 표준편차가 더 크므로 분산도 더 크다.

② A반의 평균이 더 낮고 표준편차가 크므로 하위권 학생이 더 많다고 할 수 있다.

③ B반의 평균이 높으므로 성적이 더 우수하다고 할 수 있다.

④ B반의 표준편차가 더 작으므로 B반의 성적이 A반보다 고르다.

⑤ B반의 표준편차가 더 작으므로 평균 가까이에 더 모여 있다.

7 상관관계

STEP 1 유형 익히기

:: 100쪽 ~ 101쪽

01 12	**02** 75점	**03** 5	**04** 5	**05** 20 %
06 40 %	**07** ⑤	**08** ②	**09** ②, ⑤	**10** ①, ⑤

01

C+2+1=4에서 C=1, C+3+5+B=11에서 B=2

1+6+B=A에서 A=9

따라서 A+B+C=9+2+1=12

02

주어진 조건의 도수분포표를 그리면

영어 성적(점)	도수(명)	(계급값)	(계급값)×(도수)
80이상~90미만	1	85	85
70이상~80미만	5	75	375
60이상~70미만	1	65	65
합계	7		525

따라서 $(평균)=\dfrac{85+375+65}{7}=\dfrac{525}{7}=75$(점)

03

상관표에서 굵은 선 안에 있는 자료는 국어와 영어 성적의 합이 130점 미만인 자료이고, 색칠한 곳은 합이 130점 미만이 될 수도 있고, 130점 이상이 될 수도 있는 자료이다.

영어(점) \ 국어(점)	40이상~50미만	50~60	60~70	70~80	80~90	90~100	합계
90이상~100미만					1	1	2
80 ~ 90			1	1	6	1	9
70 ~ 80		1	3	5	2		11
60 ~ 70	1	2	2	1			6
50 ~ 60		1					1
40 ~ 50	1						1
합계	2	4	6	7	9	2	30

따라서 최소한 5명은 두 과목의 성적의 합이 130점 미만이다.

04

페널티킥을 8골 이상 성공한 학생은 (1차, 2차) 골 수가

(8, 8), (8, 9), (9, 8), (9, 9), (10, 10)인 5명이다.

05

2차 페널티킥을 더 많이 넣은 학생은 대각선의 위쪽에 해당하는 학생이므로 (1차, 2차) 골 수가

(2, 3), (4, 6), (6, 7), (8, 9)의 4명이다.

따라서 $\dfrac{4}{20}\times100=20(\%)$

06

(1차, 2차)에 같은 골을 넣은 학생은 대각선인

(3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6), (7, 7), (8, 8), (9, 9), (10, 10)

의 8명이다. 따라서 $\dfrac{8}{20}\times100=40(\%)$

07

①,②, ④는 상관관계가 없다.

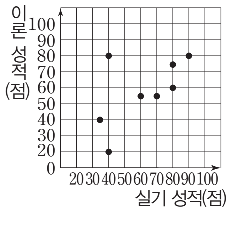
③ x의 값이 커짐에 따라 y의 값이 작아지므로 음의 상관관계

⑤ x의 값이 커짐에 따라 y의 값이 커짐으로 양의 상관관계

08

산점도를 그리면 그림과 같다.

따라서 약한 양의 상관관계가 있다고 볼 수 있다.



09

A는 여가 시간이 적고 그 대신 학교 성적은 높다.

한편 B는 학교 성적은 중간인 데 비해서 여가 시간은 많은 편이다. 또한, A, B를 비교하면 A는 B보다 학교 성적은 높고, 여가 시간은 적다.

⑤ 여가 시간이 많을수록 점들이 아래로 분포하므로 학교 성적이 떨어지는 경향이 있음을 알 수 있다.

10

② D는 C보다 과학 성적이 높다.

③ C는 사회와 과학 성적이 같다.

④ D는 사회 성적보다 과학 성적이 높다.

STEP 2 유형 다지기

:: 102쪽 ~ 105쪽

01 ②, ⑤	**02** ①	**03** ②, ⑤	**04** ②	**05** ㄴ, ㅁ
06 5명	**07** 25 %	**08** ②	**09** 45 %	**10** ④
11 ①	**12** ⑤	**13** ④	**14** ③	**15** 9.2점
16 176.7점		**17** ②	**18** ①	**19** ⑤
20 ④	**21** ②			

01

①, ③ 양의 상관관계

④ 음의 상관관계

02

① 사람의 나이가 많을수록 시력이 나빠지므로 음의 상관관계

② 도시의 인구가 많을수록 교통량이 많아지므로 양의 상관관계

③ 건물의 층수가 많을수록 계단의 수가 많아지므로 양의 상관관계

④ 두 지점 사이의 거리가 멀수록 걸린 시간이 많아지므로 양의 상관관계

⑤ 라디오 볼륨 숫자가 클수록 소리의 크기가 크므로 양의 상관관계

03

① 상관관계가 없다.

② 일반적으로 기온이 높아지면 음료수의 판매량은 증가한다. 즉, 양의 상관관계이다.

③ 물건값이 오르면 소비는 줄어든다. 즉, 음의 상관관계이다.

④ 일반적으로 기온이 올라가면 난방비는 줄어든다. 즉, 음의 상관관계이다.

⑤ 일반적으로 수요가 늘어나면 공급도 늘어난다. 즉, 양의 상관관계이다.

04

겨울철에 기온이 떨어질수록 감기 환자의 수가 증가하므로 겨울철 기온과 감기 환자의 수 사이에는 음의 상관관계가 있다.

05

주어진 산점도는 음의 상관관계를 나타낸다.

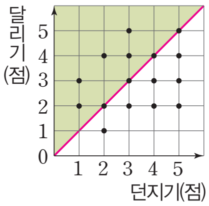
ㄴ, ㅁ 음의 상관관계

ㄱ, ㄷ 상관관계가 없다.

ㄹ, ㅂ 양의 상관관계

06

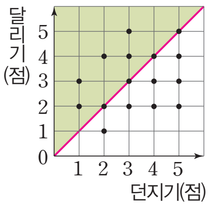
산점도를 그리면 그림과 같다.



달리기 점수가 던지기 점수보다 좋은 학생은 그림의 산점도에서 대각선 위쪽 영역에 속하므로 5명이다.

07

던지기 점수와 달리기 점수가 같은 학생의 수는 그림의 산점도에서 대각선 위의 점의 개수와 같으므로 4명이다.



따라서 $\frac{4}{16}\times100=25(\%)$

08

A는 수학 성적이 50점으로 가장 낮다.

B는 수학 성적에 비해 과학 성적이 같다.

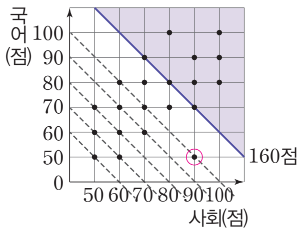
C, D는 수학과 과학 성적이 낮다.

수학과 과학 성적이 같은 학생은 (수학, 과학) 점수가 (55, 55), (60, 60), (75, 75), (95, 95)인 4명이다.

과학 성적이 80점 이상인 학생은 (수학, 과학) 점수가 (55, 80), (85, 80), (90, 80), (90, 85), (95, 90), (95, 95)인 6명이다.

09

산점도를 그리면 그림과 같다.



사회 성적과 국어 성적의 평균이 80점 이상인 학생은 두 과목 성적의 합이 160점 이상인 학생과 같다. 따라서 위 산점도에서 색칠한 영역(경계 포함)에 속하는 9명이므로 전체의 $\frac{9}{20}\times100=45(\%)$이다.

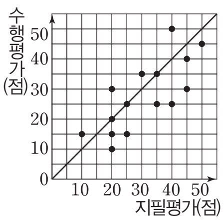
10

④ 국어 성적과 영어 성적이 모두 70점 이상인 학생의 점수를 순서쌍 (국어 성적, 영어 성적)으로 나타내면 (70, 70), (80, 70), (80, 90), (90, 80)이므로 모두 4명이다.

⑤ 적어도 한 과목의 성적이 50점 이하인 학생은 9명이므로 전체의 $\frac{9}{15}\times100=60(\%)$이다.

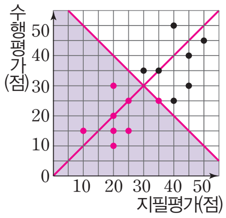
11

체육 지필평가 점수와 수행평가 점수가 같은 학생 수는 산점도에서 오른쪽 위로 향하는 대각선 위에 있는 점의 개수와 같으므로 3명이다.



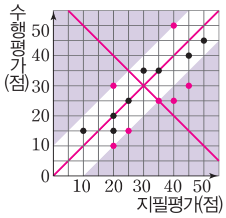
따라서 $\frac{3}{15}\times100=20(\%)$

12



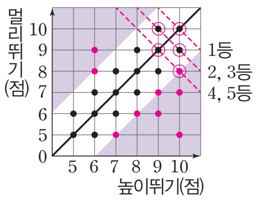
산점도를 그리면 그림과 같다.
체육 지필평가 점수와 수행평가 점수의 합이 60점 이하인 학생 수는 산점도에서 오른쪽 아래로 향하는 직선 및 직선의 아래쪽에 있는 점의 개수와 같으므로 8명이다.

13



산점도를 그리면 그림과 같다.
체육 지필평가 점수와 수행평가 점수의 차가 10점 이상인 학생 수는 산점도에서 색칠한 부분(경계선 포함)에 속하는 점의 개수와 같으므로 7명이다.

14



높이뛰기 점수와 멀리뛰기 점수의 차가 2점 이상인 학생은 산점도에서 색칠한 영역(경계 포함)에 속하므로 9명이다.

따라서 $\frac{9}{25}\times100=36\ (\%)$

15

전체 학생 수는 25명이므로 상위 20 %는 $25\times\frac{20}{100}=5$(명)

위 산점도에서 두 종목의 점수의 합이 높은 5명의 멀리뛰기 점수에 대한 도수분포표는 다음과 같으므로

멀리뛰기(점)	8	9	10	합계
도수(명)	1	2	2	5

따라서 멀리뛰기 점수의 평균은

$$\frac{8\times1+9\times2+10\times2}{5}=\frac{46}{5}=9.2\ (\text{점})$$

16

전체 학생 수는 20명이므로 상위 30 %는 $20\times\frac{30}{100}=6$ (명)이다.

이때 상위 6명의 성적을 순서쌍 (수학 성적, 영어 성적)으로 나타내면

(100, 100), (100, 90), (90, 90), (80, 90), (90, 70), (80, 80)

따라서 상위 30 % 이내에 드는 학생들의 두 과목 성적의 합계의 평균은

$$(\text{평균})=\frac{\{(\text{계급값})\times(\text{도수})\}\text{의 총합}}{(\text{도수})\text{의 총합}}$$
$$=\frac{200\times1+190\times1+180\times1+170\times1+160\times2}{6}$$
$$=\frac{1060}{6}=176.66\cdots\fallingdotseq176.7\ (\text{점})$$

17

A+1+1=5에서 A=3

2+A+2=B에서 B=7

2+2+C=5에서 C=1

따라서 A+B−C=3+7−1=9

18

지혜보다 인터넷 이용시간과 수면 시간이 모두 적은 학생의 수는 인터넷 이용 시간이 4시간 미만이고 수면 시간이 6시간 미만인 학생의 수와 같으므로 2명이다.

[19~21]

기말고사 \ 중간고사	50	60	70	80	90	100	합계
100					1	2	3
90				2	3	1	6
80		A	3	3	B		C
70		1	2	4	2		9
60		1	1	D			3
50	2						2
합계	2	3	6	E	11	3	35

19

$A+1+1=3$에서 $A=1$

$1+3+B+2=11$에서 $B=5$

$A+3+3+B=C$에서 $C=12$

$1+1+D=3$에서 $D=1$

$2+3+4+D=E$에서 $E=10$

따라서 $A+B+C+D+E=1+5+12+1+10=29$

20

중간고사에 비해 기말고사에서 수학 성적이 떨어진 학생은 위 상관표에서 대각선 아래쪽 영역에 속하므로

1+1+4+2+5+1=14(명)

21

중간고사와 기말고사 수학 시험에서 모두 70점 이하를 받은 학생은 위 상관표에서 색칠한 영역에 속하므로

1+2+1+1+2=7(명)

STEP 3 단원 마무리 :: 106쪽 ~ 107쪽

01 ② **02** ③, ⑤ **03** 35 % **04** 양의 상관관계
05 ④ **06** ③ **07** ③ **08** ④
09 93점 **10** $A=3$, $B=5$, $C=1$, $D=25$
11 9명 **12** 해설 참조 **13** 8점

01

① 약한 음의 상관관계 ③ 상관관계가 없다.
④ 강한 약의 상관관계 ⑤ 약한 양의 상관관계

02

키가 클수록 발의 크기가 크므로 양의 상관관계를 찾으면 된다.
①, ④는 상관관계가 없다.
② 자동차 속도가 빠를수록 걸리는 시간이 짧아지므로 음의 상관관계
③ 서점의 판매량이 많을수록 이익도 커지므로 양의 상관관계
⑤ 자동차의 크기가 클수록 무게가 많이 나가므로 양의 상관관계

03

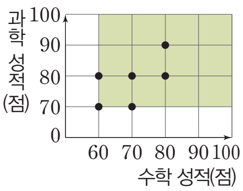
주어진 조건을 만족하는 학생의 (넓이 뛰기 기록, 100 m 달리기 기록)은
(5, 12), (5, 13), (5, 14), (6, 12), (6, 13), (6, 14), (7, 12)
의 7명이므로 $\frac{7}{20}\times100=35(\%)$

04

x의 값이 증가함에 따라 y의 값도 대체로 증가하는 관계이므로 양의 상관관계이다.

05

해당하는 학생은 그림에서 색칠한 부분이므로 6명이다.
따라서 $\frac{6}{20}\times100=30(\%)$



06

과학성적이 50점 미만인 학생들의 (수학성적, 과학성적)은 (20, 30), (30, 30), (30, 40), (40, 40)이므로 수학 성적의 평균은

$$(\text{평균})=\frac{(\text{변량})\text{의 총합}}{(\text{변량})\text{의 개수}}$$
$$=\frac{20+30+30+40}{4}=\frac{120}{4}=30(\text{점})$$

[07~09]

영어(점) \ 국어(점)	50	60	70	80	90	100	합계
100					1	1	2
90				3	2	2	7
80		1	1	1	4		7
70			2	4			6
60		3	1				4
50	2	2					4
합계	2	6	4	8	7	3	30

07

두 과목의 성적의 차가 10점인 학생은 순서쌍(국어 성적, 영어 성적)이 (60, 50), (70, 60), (70, 80), (80, 70), (80, 90), (90, 80), (90, 100), (100, 90)인 학생이므로
$2+1+1+4+3+4+1+2=18$(명)
따라서 두 과목의 성적의 차가 10점인 학생의 전체에 대한 백분율은 $\frac{18}{30}\times100=60(\%)$

08

영어 성적보다 국어 성적이 좋은 학생은 위의 상관표에서 대각선 아래쪽에 있는 학생들이다.
따라서 구하는 학생 수는 $2+1+4+4+2=13$(명)

09

두 과목의 성적의 평균이 상위 20 % 이내인 학생 수는
$30\times\frac{20}{100}=6$(명)이므로 위의 상관표에서 색칠한 부분에 속하는 학생들이므로 이들의 영어 성적에 대한 도수분포표는 다음과 같다.

영어(점)	90	100	합계
도수(명)	4	2	6

따라서 상위 20 % 이내에 드는 학생들의 영어 성적의 평균은

$$(\text{평균})=\frac{\{(\text{계급값})\times(\text{도수})\}\text{의 총합}}{(\text{도수})\text{의 총합}}=\frac{90\times4+100\times2}{6}$$
$$\fallingdotseq 93(\text{점})$$

[10~13]

영어(점) \ 국어(점)	6	7	8	9	10	합계
10			1		C	2
9		1	3	2	1	7
8		2	B	2		9
7		A	1	1		5
6	2					2
합계	2	6	10	5	2	D

10

$1+2+A=6$에서 $A=3$
$1+3+B+1=10$에서 $B=5$
$C+1=2$에서 $C=1$
$2+6+10+5+2=D$에서 $D=25$

11

국어 점수가 8점 이상이고, 영어 점수는 8점 이하인 학생은 상관표에서 색칠한 영역에 속하므로
$B+1+2+1=5+1+2+1=9$(명)

12
도수분포표를 완성하면 다음과 같다.

국어(점)	6	7	8	9	10	합계
도수(명)	0	2	5	2	0	9

13
영어 점수가 8점인 학생들의 국어 점수의 평균은 위의 도수분포표에서

$$(\text{평균})=\frac{\{(\text{계급값})\times(\text{도수})\}\text{의 총합}}{(\text{도수})\text{의 총합}}=\frac{7\times2+8\times5+9\times2}{9}=\frac{72}{9}=8(\text{점})$$

STEP 4 실전 대비하기 :: 108쪽 ~ 110쪽

01 ②	**02** $\frac{a+3b}{4}$일	**03** ⑤	**04** ④	
05 52	**06** ②	**07** 24	**08** ④	
09 50.5점	**10** ①	**11** 7	**12** 12 kg	
13 ②, ④	**14** ⑤	**15** ①	**16** ⑤	**17** ⑤
18 ④				

01
$$(\text{평균})=\frac{\{(\text{계급값})\times(\text{도수})\}\text{의 총합}}{(\text{도수})\text{의 총합}}=\frac{4\times2+5\times3+6\times4+7\times1}{10}=\frac{54}{10}=5.4(\text{시간})$$

02
두 회사 전체의 회사원 수는 $50+150=200$(명)이고,
A회사의 휴가일 수의 총합은 $50a$일,
B회사의 휴가일 수의 총합은 $150b$일 이므로

$$(\text{두 회사 전체의 평균})=\frac{50a+150b}{200}=\frac{a+3b}{4}$$

03
$$(\text{평균})=\frac{(\text{변량})\text{의 총합}}{(\text{변량})\text{의 개수}}=\frac{15+18+17+15+18+14+15}{7}=\frac{112}{7}=16(℃)$$

중앙값은 자료를 작은 값에서부터 크기순으로 나열할 때, 4번째 자료의 값이므로 15이다.

$\therefore$ (중앙값)$=15$(℃)

15의 도수가 3개로 가장 크므로 (최빈값)$=15$℃

따라서 $A=16$, $B=15$, $C=15$이므로 $B=C<A$

04
$$(\text{평균})=\frac{\{(\text{계급값})\times(\text{도수})\}\text{의 총합}}{(\text{도수})\text{의 총합}}=\frac{5\times2+6\times5+7\times7+8\times x+9\times3}{17+x}=\frac{116+8x}{17+x}=7$$

$116+8x=119+7x$ $\quad\therefore x=3$

따라서 8점 이상인 학생 수는 $3+3=6$(명)이다.

05
45 이상 55 미만인 계급의 도수를 a라고 하면

$1+1+a+3+1=10$에서 $a=4$

$$(\text{평균})=\frac{\{(\text{계급값})\times(\text{도수})\}\text{의 총합}}{(\text{도수})\text{의 총합}}=\frac{30\times1+40\times1+50\times4+60\times3+70\times1}{10}=\frac{520}{10}=52$$

06
$$(\text{평균})=\frac{\{(\text{계급값})\times(\text{도수})\}\text{의 총합}}{(\text{도수})\text{의 총합}}=\frac{10\times2+14\times5+18\times7+22\times8}{32}+\frac{26\times6+30\times3+34\times1}{32}=\frac{20+70+126+176+156+90+34}{32}=\frac{672}{32}=21(\text{회})$$

07
15번째와 16번째 도수가 속하는 계급의 계급값은 중앙값이므로

$(\text{중앙값})=\frac{8+12}{2}=10(\text{시간})$ $\quad\therefore a=10$

최빈값은 도수가 11명으로 가장 큰 계급의 계급값이므로 14시간이다. $\quad\therefore b=14$

따라서 $a+b=24$

08
① 최빈값은 없을 수도 있고 여러 개 있을 수도 있다.
② 평균만으로 모든 자료의 특징을 나타낼 수 없다.
③ 자료들의 변량의 개수가 짝수이면 가운데 두 수의 평균으로 중앙값을 구한다.
⑤ 자료가 노랑, 파랑, 초록, 초록, 초록, 빨강, 파랑, 검정 등으로 숫자로 되어 있지 않아도 최빈값은 '초록'으로 정할 수 있다.

09
5명의 평균을 m이라 하면 A의 점수는

$m+4$, F의 점수는 $m+4+11=m+15$이므로

$(6\text{명의 평균})=\dfrac{5m+(m+15)}{6}=m+m\times\dfrac{4}{100}$

$m+\dfrac{15}{6}=m+\dfrac{4m}{100}$, $\dfrac{4m}{100}=\dfrac{15}{6}$

$24m=1500 \qquad \therefore m=62.5$ (점)

따라서 점수가 가장 낮은 학생은 B이고 그 점수는 $m-12=62.5-12=50.5$(점)이다.

10

평균이 5점이므로

$$(\text{분산})=\frac{\{(\text{편차})^2\times(\text{도수})\}\text{의 총합}}{(\text{도수})\text{의 총합}}$$

$$=\frac{(2-5)^2\times3+(4-5)^2\times5+(6-5)^2\times6}{16}$$

$$+\frac{(8-5)^2\times1+(10-5)^2\times1}{16}$$

$$=\frac{27+5+6+9+25}{16}=4.5$$

11

(평균) → (분산) → (표준편차) 순서로 구한다.

20 이상 30 미만인 계급의 도수를 a라고 하면, $2+5+a=10$에서 $a=3$

$$(\text{평균})=\frac{\{(\text{계급값})\times(\text{도수})\}\text{의 총합}}{(\text{도수})\text{의 총합}}=\frac{5\times2+15\times5+25\times3}{10}$$

$$=16$$

$$(\text{분산})=\frac{\{(\text{편차})^2\times(\text{도수})\}\text{의 총합}}{(\text{도수})\text{의 총합}}$$

$$=\frac{(5-16)^2\times2+(15-16)^2\times5+(25-16)^2\times3}{10}$$

$$=\frac{490}{10}=49$$

따라서 $(\text{표준편차})=\sqrt{(\text{분산})}=7$

12

$$(\text{평균})=\frac{\{(\text{계급값})\times(\text{도수})\}\text{의 총합}}{(\text{도수})\text{의 총합}}$$

$$=\frac{35\times4+45\times6+55\times6+65\times2+75\times2}{20}$$

$$=\frac{1020}{20}=51(\text{kg})$$

$$(\text{분산})=\frac{\{(\text{편차})^2\times(\text{도수})\}\text{의 총합}}{(\text{도수})\text{의 총합}}$$

$$=\frac{(-16)^2\times4+(-6)^2\times6+4^2\times6+14^2\times2+24^2\times2}{20}$$

$$=\frac{2880}{20}=144$$

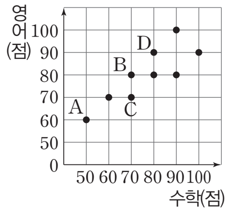
따라서 $(\text{표준편차})=\sqrt{144}=12(\text{kg})$

13

주어진 산점도는 x의 값이 커짐에 따라 y의 값이 대체로 작아지므로 음의 상관관계를 나타낸다. ①, ③ 양의 상관관계 ⑤ 상관관계가 없다.

14

수학 성적을 x점 영어 성적을 y점이라 하고, x와 y에 관한 산점도를 그리면 다음과 같다.



따라서 점 E는 잘못 찍은 점이다.

15

① 산점도에서 변량이 같은 자료는 모두 한 점으로 나타내므로 점의 개수와 자료의 수가 다를 수도 있다.

16

대각선 아래쪽 부분이므로 (학기 초, 학기 말) 성적이 (40, 30), (60, 40), (60, 50), (70, 30), (70, 60), (80, 60), (80, 70), (90, 70), (100, 90)인 9명이다.

따라서 $\dfrac{9}{30}\times100=30(\%)$

17

성적이 최고로 향상된 학생은 (학기초, 학기말) 성적이 (40, 90)인 학생이다.

따라서 $90-40=50$(점)

18

학기 초에 50점 이하였던 학생 중에서 학기 말에 성적이 향상된 학생은 (학기 초, 학기 말) 성적이 (30, 40), (30, 60), (40, 50), (40, 60), (40, 90), (50, 60), (50, 70)인 7명이다.

MEMO

MEMO

MEMO