정답 및 해설

정답 및 해설

I. 삼각형의 성질

1 삼각형의 성질 (1)

STEP 1 유형 익히기 :: 006쪽 ~ 007쪽

01 ④　**02** ③　**03** ①　**04** ④, ⑤
05 $\triangle ABC \equiv \triangle FDE$, RHS 합동　**06** 6
07 8 cm　**08** ③

01
$\triangle ABC$가 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이므로
$\angle B=\angle C$
따라서 $\angle x=65^\circ$

02
$\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이므로
$\angle B=\angle C=64^\circ$
그러므로 $x^\circ=180^\circ-(64^\circ+64^\circ)=52^\circ$
따라서 $x=52$

03
$\triangle AOD$와 $\triangle BOC$에서
$\overline{OA}=\overline{OB}$, $\angle O$는 공통, $\overline{OD}=\overline{OB}+\overline{BD}=\overline{OA}+\overline{AC}=\overline{OC}$
따라서 $\triangle AOD \equiv \triangle BOC$ (SAS 합동)이므로
$\overline{CB}=\overline{DA}$, $\angle CBO=\angle DAO$, $\angle OCB=\angle ODA$

04
$\triangle AOD$와 $\triangle BOC$에서
반지름의 길이가 같으므로 $\overline{AO}=\overline{BO}=\overline{DO}=\overline{CO}$
맞꼭지각의 크기가 같으므로 $\angle AOD=\angle BOC$
따라서 $\triangle AOD \equiv \triangle BOC$ (SAS 합동)이므로
$\angle DAO=\angle CBO$에서 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$
$\triangle AOD$는 $\overline{AO}=\overline{DO}$인 이등변삼각형이다.

05
$\angle ACB=\angle FED=90^\circ$, $\overline{AC}=\overline{EF}=3$ cm,
$\overline{AB}=\overline{FD}=5$ cm
두 직각삼각형에서 빗변과 다른 한 변이 같으면 합동이다.
따라서 $\triangle ABC \equiv \triangle FDE$이고, RHS 합동이다.

06
$\triangle ABC$와 $\triangle DEF$에서
$\angle C=\angle F=90^\circ$, $\overline{AB}=\overline{DE}=10$
$\angle B=a^\circ=90^\circ-\angle D=\angle E$
그러므로 $\triangle ABC \equiv \triangle DEF$ (RHA 합동)
따라서 $\overline{EF}=\overline{BC}=6$

07
$\overline{AB}=\overline{AC}$이므로 $\angle B=\angle ACB=\frac{1}{2}\times(180^\circ-36^\circ)=72^\circ$
그러므로 $\angle ACD=\angle DCB=\frac{1}{2}\times 72^\circ=36^\circ$
즉, $\angle A=\angle ACD$이므로 $\triangle ADC$는 $\overline{AD}=\overline{DC}$인 이등변삼각형이다.
$\triangle BCD$에서 $\angle BDC=180^\circ-(72^\circ+36^\circ)=72^\circ$
즉, $\angle B=\angle BDC$이므로 $\triangle BCD$는 $\overline{BC}=\overline{CD}$인 이등변삼각형이다.
따라서 $\overline{AD}=\overline{CD}=\overline{BC}=8$(cm)

08
$\triangle POH$와 $\triangle POK$에서
$\angle HOP=\angle KOP$ ...... ㉠
$\angle OHP=\angle OKP=90^\circ$ ...... ㉡
$\overline{OP}$는 공통 ...... ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의하여
$\triangle POH \equiv \triangle POK$ (RHA 합동)

STEP 2 유형 다지기 :: 008쪽 ~ 017쪽

01 (1) 8 cm (2) 6 cm　**02** a　**03** 43 cm
04 ㄱ, ㄹ, ㅁ　**05** ⑤　**06** 50°
07 126°　**08** 120°　**09** ③　**10** 3 cm　**11** 10
12 (1) 36° (2) 72° (3) $\triangle ABC$, $\triangle ABD$, $\triangle BCD$
13 $\angle B=\angle C$, $\overline{AD}=\overline{AE}$　**14** 해설 참조
15 해설 참조　**16** 해설 참조　**17** (1) 6 (2) 9
18 9 cm　**19** ⑤　**20** 80°　**21** 36°
22 140°　**23** 16°　**24** 28.5°　**25** 30°　**26** 72°
27 30°　**28** 4　**29** 55°　**30** 25°　**31** 65°
32 53°　**33** 57°　**34** 65　**35** ②　**36** ⑤
37 23　**38** 4 cm　**39** 3
40 (1) $\triangle ABD \equiv \triangle CAE$ (RHA 합동) (2) 13 cm
41 11 cm　**42** 32 cm^2　**43** ③　**44** 63°
45 22.5°　**46** 60°　**47** ①
48 (1) 3 cm (2) 3 cm　**49** (1) 7 (2) 7
50 124°　**51** 5 cm　**52** 15　**53** 18 cm

01
(1) $\angle C=180^\circ-(50^\circ+65^\circ)=65^\circ$

따라서 $\overline{AC}=\overline{AB}=8$ (cm)

(2) $\angle B=72^\circ$, $\angle DBA=\frac{1}{2}\times 72^\circ=36^\circ$

따라서 $\overline{BD}=\overline{AD}=6$ (cm)

02

$\angle ABC=180^\circ-62^\circ-59^\circ=59^\circ$

그러므로 △ABC는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이다.

따라서 $\overline{AB}=a$

03

$\overline{AB}=\overline{AC}=13$ cm이므로 둘레의 길이 l은

$l=17+2\times 13=43$(cm)

04

이등변삼각형은 두 변의 길이가 같은 삼각형이다.

이등변삼각형의 두 밑각의 크기는 같다.

따라서 이등변삼각형인 것을 찾으면

ㄱ. 120°와 이웃하는 각의 크기는 60°이다.

ㄹ. 나머지 각의 크기는 45°이다.

ㅁ. 나머지 각의 크기는 72°이다.

05

① 두 변의 길이가 같으므로 이등변삼각형이다.

② 세 변의 길이가 같으므로 정삼각형이고, 정삼각형은 이등변삼각형이다.

③ 두 각의 크기가 같으므로 이등변삼각형이다.

④ $\angle B=180^\circ-(\angle A+\angle C)=180^\circ-(50^\circ+80^\circ)=50^\circ$
따라서 $\angle A=\angle B$로 두 각의 크기가 같으므로 이등변삼각형이다.

⑤ $\angle B=180^\circ-(\angle A+\angle C)=180^\circ-(60^\circ+50^\circ)=70^\circ$
따라서 세 내각의 크기가 모두 다르므로 이등변삼각형이 아니다.

06

$\angle ACB=180^\circ-115^\circ=65^\circ$

△ABC에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로

$\angle B=\angle ACB=65^\circ$

따라서 $\angle x=180^\circ-2\times 65^\circ=50^\circ$

07

$\overline{AB}=\overline{AC}$이므로

$\angle ABC=\angle ACB=\frac{180^\circ-72^\circ}{2}=54^\circ$

한편 삼각형의 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않은 두 내각의 크기의 합과 같다.

따라서 $\angle x=\angle ACB+72^\circ=54^\circ+72^\circ=126^\circ$

08

$\angle B=\angle C=60^\circ$이고

$\angle DBC=\angle DCB=30^\circ$이다.

따라서 $\angle BDC=180^\circ-30^\circ-30^\circ=120^\circ$

09

① 꼭지각 A의 이등분선

② 밑변 BC의 수직이등분선

④ 꼭짓점 A에서 밑변 BC에 내린 수선

⑤ 꼭짓점 A와 밑변 BC의 중점을 이은 직선 위는 모두 밑변 BC의 수직이등분선으로 같은 직선을 나타낸다.

10

이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분하므로

$\overline{BH}=\overline{CH}=3$ (cm)

11

$\angle C=\angle B=60^\circ$이고

$\angle A=180^\circ-2\times 60^\circ=60^\circ$

그러므로 △ABC는 정삼각형이다.

따라서 $x=2\times 5=10$

12

(1) $\angle A=180^\circ-72^\circ-72^\circ=36^\circ$

(2) $\angle CBD=72^\circ\div 2=36^\circ$
따라서 $\angle BDC=180^\circ-72^\circ-36^\circ=72^\circ$

(3) $\angle A=\angle ABD=36^\circ$이므로 △ABD는 이등변삼각형이다.
$\angle BCD=\angle BDC=72^\circ$이므로
△BCD는 이등변삼각형이다.

13

△ABD와 △ACE에서

$\overline{AB}=\overline{AC}$, $\boxed{\angle B=\angle C}$, $\angle BAD=\angle CAE$

∴ △ABD≡△ACE (ASA 합동)

따라서 $\boxed{\overline{AD}=\overline{AE}}$이므로 △ADE는 이등변삼각형이다.

14

△ABC가 이등변삼각형이므로 $\angle B=\angle C$

그런데 $\angle IBC=\frac{1}{2}\angle B$, $\angle ICB=\frac{1}{2}\angle C$

이므로 $\angle IBC=\angle ICB$

따라서 △IBC는 이등변삼각형이다.

15

△ABD와 △ACE에서

$\overline{AB}=\overline{AC}$이고 $\angle A$는 공통

$\angle ABD=90^\circ-\angle A=\angle ACE$

그러므로 △ABD≡△ACE (ASA 합동)

따라서 $\overline{BD}=\overline{CE}$

16

$\overline{AC}=\overline{BE}$, $\angle DBE=\angle DCA$ (∵ 엇각),

$\angle DEB=\angle DAC$ (∵ 엇각)이므로

△ACD≡△EBD (ASA 합동)

그러므로 $\overline{BD}=\overline{CD}$

따라서 $\triangle ABC$에서 $\angle A$의 이등분선이 $\overline{BC}$의 중점을 지나므로 $\triangle ABC$는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이다.

17

$\triangle ABC$에서 $\angle B=\angle C$이므로

$\triangle ABC$는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이다.

(1) $\overline{AB}=\overline{AC}=6(\text{cm})$이므로 $x=6$

(2) $\overline{AB}=\overline{AC}=9(\text{cm})$이므로 $x=9$

18

$\angle A=180°-(\angle B+\angle C)$

$\quad=180°-(65°+50°)=65°$

이때, $\angle A=\angle B$이므로 $\overline{AC}=\overline{BC}=9(\text{cm})$

19

$\triangle ABC$에서

$\angle ACB=80°-40°=40°$이므로 $\overline{AB}=\overline{AC}$

$\triangle ACD$에서

$\angle ADC=180°-100°=80°$이므로 $\overline{AC}=\overline{CD}$

따라서 $\overline{CD}=\overline{AC}=\overline{AB}=8\text{ cm}$

20

$\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로 $\angle ACB=\angle B=70°$

그러므로 $\angle A=180°-(70°+70°)=40°$

$\triangle ADC$에서 $\overline{AD}=\overline{CD}$이므로 $\angle C=\angle A=40°$

따라서 $\angle BDC=80°$

21

$\angle A=a$라 하면 $\triangle ABD$에서 $\overline{AD}=\overline{DB}$이므로

$\triangle ABD$는 이등변삼각형이다.

$\therefore\ \angle DAB=\angle DBA=a$

또한, $\triangle BCD$에서 $\overline{BD}=\overline{BC}$이므로

$\triangle BCD$는 이등변삼각형이고, $\angle ABC=\angle ACB=2a$이다.

$\angle A+\angle ABC+\angle ACB=a+2a+2a$

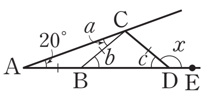
$\qquad\qquad\qquad\qquad\quad=180°$

따라서 $a=36°$

22

각을 a, b, c라고 하여

그림에 나타내면 다음과 같다.



$\triangle ABC$가 이등변삼각형이므로 $a=20°$

$\triangle ABC$에서 삼각형의 한 외각의 크기는 이웃하지 않는 두 내각의 크기와 같으므로

$b=20°+a=20°+20°=40°$

$\triangle CBD$가 이등변삼각형이므로 $c=b=40°$이다.

따라서 $\angle CDE=180°-c=180°-40°=140°$

23

이등변삼각형 ABC에서

$\angle ABC=\angle ACB=\frac{1}{2}(180°-32°)=74°$

$\overline{BD}$는 $\angle ABC$의 이등분선이므로 $\angle DBC=37°$

$\angle ACE=180°-\angle ACB=180°-74°=106°$

$\overline{CD}$는 $\angle ACE$의 이등분선이므로 $\angle ACD=53°$

$\triangle BCD$에서 $\angle BDC+\angle DBC+\angle BCD=180°$

따라서 $\angle BDC=180°-\{37°+(74°+53°)\}=16°$

24

$\angle ABC=\angle ACB=\frac{180°-48°}{2}=66°$

$\angle ACD=\frac{180°-66°}{2}=57°$

그런데 $\triangle CDB$에서 $\angle CBD=\angle CDB$이므로

$2\angle BDC+(66°+57°)=180°$

따라서 $\angle BDC=28.5°$

25

$\angle ACD=\angle DCB=x$라 하면

$\angle A=\angle ADC=45°+x$

$\triangle ABC$에서 $\angle A+\angle B+\angle ACB$는

$(45°+x)+45°+2x=180°$를 만족한다.

$90°+3x=180°,\ 3x=90°\qquad\therefore\ x=30°$

따라서 $\angle ACD=30°$

26

$\angle ACE=\angle ECF=\angle FCB=\angle x$라 하면

$\angle ACF=2\angle x$이고

$\triangle ACF$에서 $\overline{FA}=\overline{FC}$이므로

$\angle CAF=\angle ACF=2\angle x$에서

$\angle CFB=2\angle x+2\angle x=4\angle x$

$\triangle CBF$에서 $\angle x+4\angle x+90°=180°$이므로

$5\angle x=90°$에서 $\angle x=18°$

따라서 $\angle BFC=18°\times 4=72°$

27

$\triangle BCF$는 $\overline{BC}=\overline{BF}$인 이등변삼각형이고,

정오각형의 한 내각의 크기는 $108°$이므로 $\angle ABC=108°$

$\angle CBF=\angle ABC-\angle ABF=108°-60°=48°$

그러므로 $\angle BCF=(180°-48°)\times\frac{1}{2}=66°$

한편 $\triangle ABC$는 $\overline{AB}=\overline{BC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle BAC=\angle BCA$에서

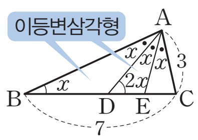
$\angle BCA=(180°-108°)\times\frac{1}{2}=36°$

따라서 $\angle ACF=\angle BCF-\angle BCA=66°-36°=30°$

28

$\angle B=\angle x$라 하여 그림에 나타내면

그림과 같다.



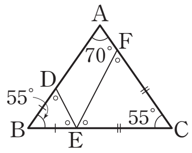
$\angle ADC=2\angle x$, $\angle CAD=2\angle x$이므로

$\triangle CAD$는 이등변삼각형이다.

그러므로 $\overline{AC}=\overline{CD}=3$
$\angle ABD=\angle BAD$이므로
$\triangle ABD$에서 $\overline{AD}=\overline{BD}$
따라서 $\overline{AD}=\overline{BD}=7-3=4$

29

$\angle B=\angle C=\frac{1}{2}(180^\circ-70^\circ)=55^\circ$
$\angle BDE=\angle BED=\angle CEF=\angle CFE$
$=\frac{1}{2}(180^\circ-55^\circ)=62.5^\circ$



따라서 $\angle DEF=180^\circ-(62.5^\circ+62.5^\circ)=55^\circ$

30

$\angle BAE=\angle x$, $\angle CAD=\angle y$라 하면
$\triangle ABE$, $\triangle CAD$는 이등변삼각형이므로
$\angle BEA=\angle BAE=\angle x$, $\angle CDA=\angle CAD=\angle y$
$\angle DAE=\angle x+\angle y-130^\circ$
$\triangle ADE$에서
$\angle DAE=180^\circ-(\angle ADE+\angle AED)$
$=180^\circ-(\angle x+\angle y)$이므로
$\angle x+\angle y-130^\circ=180^\circ-(\angle x+\angle y)$를 만족한다.
$2(\angle x+\angle y)=310^\circ$에서 $\angle x+\angle y=155^\circ$
따라서 $\angle DAE=155^\circ-130^\circ=25^\circ$

31

$\angle B=\angle C=50^\circ$
$\triangle BFD\equiv\triangle CDE$ (SAS 합동)
$\angle BFD=\angle CDE$이므로 $\angle FDE=50^\circ$
한편 $\overline{ED}=\overline{FD}$이고 $\triangle DEF$는 이등변삼각형이다.
따라서 $\angle DEF=\angle DFE=\angle x$라 하면
$50^\circ+\angle x+\angle x=180^\circ$에서 $\angle x=65^\circ$

32

접었으므로 $\angle DFE=\angle GFE$
또한 $\angle DFE=\angle FEG$ (엇각)
따라서 $\angle DFE=53^\circ$

33

$\angle ABE=90^\circ$이므로
$\triangle ABE$에서 $\angle AEB=180^\circ-90^\circ-24^\circ=66^\circ$
$\angle AEC=180^\circ-66^\circ=114^\circ$
$\angle CEF=\angle AEF=\angle x$ (접은 각)이므로
$\angle x=\frac{1}{2}\times 114^\circ=57^\circ$

34

$\angle ABC=\angle CBD$ (접은각)이고,
$\angle ACB=\angle CBD$ (엇각)이므로
$\angle ABC=\angle ACB$
따라서 $\triangle ABC$는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형
$\overline{AB}=\overline{AC}=5$ cm에서 $x=5$
$\angle BAC=180^\circ-(60^\circ+60^\circ)=60^\circ$에서 $y=60$
따라서 $x+y=5+60=65$

35

① $\angle B=\angle E$이므로, 주어진 조건에 의해 'SAS 합동'이 성립한다.
③ 빗변의 길이가 같고, 한 쌍의 대응변의 길이가 같으므로 'RHS 합동'이 성립한다.
④ 대응변의 길이가 같고, 한 쌍의 대응각의 크기가 같으므로 'RHA 합동'이 성립한다.
⑤ $\angle B=\angle E$이므로, 주어진 조건에 의해 'ASA 합동'이다.

36

① 두 변의 길이와 사이의 끼인각이 같으므로 합동조건은 SAS 합동이다.
② 직각삼각형에서 빗변의 길이가 같고 다른 한 변의 길이가 같으므로 RHS 합동이다.
③ 세 각의 크기가 같으므로 합동조건이 아니다.
④ 한 변의 길이가 같고 양 끝각의 크기가 같으므로 ASA 합동이다.

37

$\triangle ABC$와 $\triangle FED$에서
$\angle B=\angle E=90^\circ$, $\overline{AC}=\overline{FD}$, $\overline{BC}=\overline{ED}$이므로
$\triangle ABC\equiv\triangle FED$ (RHS 합동)
따라서 $\overline{AB}=\overline{FE}$이므로 $x+1=24$에서 $x=23$

38

두 직각삼각형의 빗변의 길이가 같고,
각의 크기가 같으므로 합동이다. (RHA 합동)
따라서 밑변의 길이 $x=4$ (cm)

39

$\triangle ABC$와 $\triangle DBC$에서 $\angle A=\angle D=90^\circ$,
$\overline{BC}$는 공통, $\angle ACB=\angle DCB$이므로
$\triangle ABC\equiv\triangle DBC$ (RHA 합동)
즉, $\overline{AC}=\overline{DC}$이므로 $x+5=14-2x$에서 $3x=9$
따라서 $x=3$

40

(1) $\triangle ABD$와 $\triangle CAE$에서
$\angle D=\angle E=90^\circ$, $\overline{AB}=\overline{CA}$,
$\angle BAD=90^\circ-\angle CAE=\angle ACE$
따라서 $\triangle ABD\equiv\triangle CAE$ (RHA 합동)
(2) $\triangle ABD\equiv\triangle CAE$ 이므로 $\overline{DA}=\overline{EC}=5$ cm
$\overline{AE}=\overline{BD}=8$ cm
따라서 $\overline{DE}=\overline{DA}+\overline{AE}=5+8=13$(cm)

41
$\triangle ADB$와 $\triangle BEC$에서
$\angle ADB=\angle BEC=90^\circ$, $\overline{AB}=\overline{BC}$
$\angle DAB=90^\circ-\angle DBA=\angle EBC$
그러므로 $\triangle ADB\equiv\triangle BEC$ (RHA 합동)
따라서 $\overline{DB}=\overline{EC}=7(\mathrm{cm})$, $\overline{BE}=\overline{AD}=4(\mathrm{cm})$이므로
$\overline{DE}=\overline{DB}+\overline{BE}=7+4=11(\mathrm{cm})$

42
$\triangle ABD\equiv\triangle CAE$이므로
$\overline{DA}=\overline{EC}=5(\mathrm{cm})$
$\overline{BD}=\overline{AE}=3(\mathrm{cm})$
$\overline{DE}=\overline{DA}+\overline{AE}=5+3=8(\mathrm{cm})$
따라서 $\square DBCE=(3+5)\times8\times\frac{1}{2}=32(\mathrm{cm}^2)$

43
$\triangle CAB$와 $\triangle ECD$에서
$\angle ABC=\angle CDE=90^\circ$, $\overline{AC}=\overline{CE}$,
$\angle ACB=90^\circ-\angle ECD=\angle CED$
그러므로 $\triangle CAB\equiv\triangle ECD$ (RHA 합동)
$\overline{BC}=6\ \mathrm{cm}$, $\overline{CD}=4\ \mathrm{cm}$
$\triangle ACE=\square ABDE-(\triangle ABC+\triangle CED)$이므로
$\triangle ACE=\frac{1}{2}\times(4+6)\times10-\left(\frac{1}{2}\times4\times6+\frac{1}{2}\times4\times6\right)$
$=50-24=26(\mathrm{cm}^2)$

44
$\triangle CBD$와 $\triangle CDE$에서
$\angle CBD=\angle CDE=90^\circ$, $\overline{CE}$는 공통, $\overline{CB}=\overline{CD}$,
그러므로 $\triangle CBE\equiv\triangle CDE$ (RHS 합동)
$\triangle ABC$에서
$\angle ACB=180^\circ-(90^\circ+36^\circ)=54^\circ$
$\angle BCE=\angle DCE=\frac{1}{2}\angle ACB=\frac{1}{2}\times54^\circ=27^\circ$
따라서 $\angle DEC=180^\circ-(90^\circ+27^\circ)=63^\circ$

45
$\angle ADE=90^\circ$이고 $\overline{AD}=\overline{DE}$이므로
$\angle DAE=\angle DEA=45^\circ$
$\angle ACB=90^\circ$이므로 $\angle ABC=45^\circ$이고
$\overline{DE}=\overline{EC}$이므로 $\triangle EDB\equiv\triangle ECB$에서
$\angle EBD=\angle EBC=22.5^\circ$

46
$\angle DAC=\angle DCA=\angle BAE$
$\angle B=\angle ADB=\angle DAC+\angle DCA=2\angle DAC$
$\angle BAE+\angle B=90^\circ$이므로
$\angle DAC+2\angle DAC=90^\circ$, $\angle DAC=30^\circ$
따라서 $\angle B=2\times30^\circ=60^\circ$

47
$\triangle ABD$와 $\triangle AED$에서 $\angle B=\angle E=90^\circ$
$\overline{AD}$는 공통 $\angle BAD=\angle EAD$
그러므로 $\triangle ABD\equiv\triangle AED$ (RHA 합동)
따라서 $\overline{BD}=\overline{ED}$ …… ㉠
$\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=\overline{BC}$, $\angle B=90^\circ$이므로
$\angle C=\frac{1}{2}(180^\circ-90^\circ)=45^\circ$
$\angle EDC=90^\circ-\angle C=45^\circ$
따라서 $\angle EDC=\angle ECD$이므로 $\overline{ED}=\overline{EC}$ …… ㉡
㉠, ㉡에서 $\overline{BD}=\overline{EC}$

48
(1) $\triangle ABE$와 $\triangle GBE$에서
$\angle BAE=\angle BGE=90^\circ$
$\angle ABE=\angle GBE$, $\overline{BE}$는 공통이므로
$\triangle ABE\equiv\triangle GBE$ (RHA 합동)
따라서 $\overline{AE}=\overline{EG}=10-7=3(\mathrm{cm})$
(2) $\angle B=45^\circ$, $\angle ABE=\angle CBE=22.5^\circ$
그러므로 $\angle BFD=\angle AFE=90^\circ-22.5^\circ=67.5^\circ$ …… ㉠
$\angle BAD=\angle EAF=45^\circ$ …… ㉡
㉠, ㉡에서
$\angle AEF=180^\circ-67.5^\circ-45^\circ=67.5^\circ$
그러므로 $\triangle AFE$는 이등변삼각형이다.
따라서 $\overline{AF}=\overline{AE}=10-7=3(\mathrm{cm})$

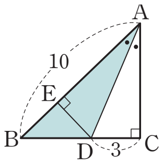
49
(1) $\triangle OPA\equiv\triangle OPB$ (RHA 합동)이므로 $\overline{AP}=\overline{BP}$
따라서 $x=7$
(2) $\triangle OPA\equiv\triangle OPB$ (RHS 합동)이므로 $\overline{OA}=\overline{OB}$
따라서 $x=7$

50
$\triangle PAO$와 $\triangle PBO$에서
$\angle PAO=\angle PBO=90^\circ$, $\overline{PO}$는 공통, $\overline{PA}=\overline{PB}$
$\therefore$ $\triangle PAO\equiv\triangle PBO$ (RHS 합동)
따라서 $\angle AOP=\angle BOP$, $\angle OPA=\angle OPB$이므로
$\angle APB=2\angle APO=2\times(90^\circ-28^\circ)=124^\circ$

51
$\triangle DAB$와 $\triangle DEB$에서
$\angle DAB=\angle DEB=90^\circ$, $\overline{AB}=\overline{EB}$, $\overline{BD}$는 공통이므로
$\triangle DAB\equiv\triangle DEB$ (RHS 합동)
그러므로 $\overline{DE}=\overline{DA}=5(\mathrm{cm})$
$\angle C=\angle ABC=\frac{1}{2}\times90^\circ=45^\circ$이므로
$\angle CDE=90^\circ-\angle C=90^\circ-45^\circ=45^\circ$
따라서 $\overline{CE}=\overline{DE}=5(\mathrm{cm})$

52

점 D에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 E라 하자.



$\triangle ADE \equiv \triangle ADC$ (RHA 합동)이므로

$\overline{ED}=\overline{CD}=3$

따라서 $\triangle ABD=\frac{1}{2}=10\times3=15$

53

$\triangle ADE \equiv \triangle ACE$이므로

$\overline{AC}=\overline{AD}=9(\text{cm})$이고, $\overline{BD}=6(\text{cm})$이다.

$\overline{CE}=\overline{DE}$이므로 $\overline{DE}+\overline{BE}=\overline{BC}=12(\text{cm})$이다.

따라서 $\triangle BED$의 둘레의 길이 l은

$l=\overline{BD}+\overline{DE}+\overline{EB}=18(\text{cm})$

STEP 3 단원 마무리

:: 018쪽 ~ 019쪽

01 ④	**02** ③	**03** ⑤	**04** ③	**05** ④
06 70°	**07** ①	**08** ①, ④	**09** ②	
10 ①, ④	**11** ⑤	**12** 22 cm		

01

$\overline{AD}\perp\overline{BC}$이고, $\overline{BD}=\overline{CD}$이므로

$\angle BAD=\angle CAD$

따라서 $\angle x=180^\circ-(90^\circ+34^\circ)=56^\circ$

02

$\angle BAC=\angle BCA=50^\circ$이므로 $\overline{BC}=\overline{BA}=10(\text{cm})$이다.

따라서 $x=10(\text{cm})$

03

① $\triangle DBC$와 $\triangle ECB$에서

$\overline{DB}=\overline{EC}$, $\angle DBC=\angle ECB$, $\overline{BC}$는 공통

$\therefore \triangle DBC\equiv\triangle ECB$ (SAS 합동)

② $\angle DCB=\angle EBC$이므로 $\angle PBC=\angle PCB$

③ $\triangle DBC\equiv\triangle ECB$이므로 $\overline{BE}=\overline{CD}$

④ $\angle PBC=\angle PCB$이므로 $\overline{PB}=\overline{PC}$

04

$\angle DBC=\angle DCB=38^\circ$, $\angle CDA=\angle CAD=76^\circ$

따라서 $\angle x=\angle ABC+\angle CAB=38^\circ+76^\circ=114^\circ$

05

$\angle ABC=\angle ACB=\frac{1}{2}(180^\circ-44^\circ)=68^\circ$

그러므로 $\angle DBC=\frac{1}{2}\angle ABC=34^\circ$

$\angle ACD=\frac{1}{2}(180^\circ-\angle ACB)$

$=\frac{1}{2}(180^\circ-68^\circ)=56^\circ$

따라서 $\angle BDC=180^\circ-(\angle DBC+\angle BCD)$

$=180^\circ-(34^\circ+124^\circ)=22^\circ$

06

$\angle A=40^\circ$이므로

$\angle B=\angle C=\frac{180^\circ-40^\circ}{2}=70^\circ$

$\triangle BDE$에서 $\angle B=70^\circ$이므로

$\angle BED+\angle BDE=110^\circ$

그런데 $\triangle BDE\equiv\triangle CEF$ (SAS 합동)이므로

$\angle BDE=\angle CEF$

따라서 $\angle DEF=180^\circ-(\angle BED+\angle CEF)$

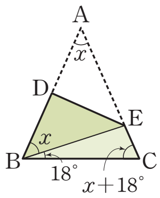
$=180^\circ-(\angle BED+\angle BDE)$

$=180^\circ-110^\circ=70^\circ$

07

$\angle A=\angle x$라 하면 $\angle DBE=\angle x$이므로

그림에 나타내면 다음과 같다.



$\angle ABC=\angle ACB=\angle x+18^\circ$

$\triangle ABC$에서

$\angle x+(\angle x+18^\circ)+(\angle x+18^\circ)=180^\circ$

따라서 $\angle x=48^\circ$

08

① 두 직각삼각형의 빗변의 길이와 다른 한 변의 길이가 각각 같으므로 합동이다.

(RHS 합동)

④ 두 직각삼각형의 빗변의 길이와 한 예각의 크기가 각각 같으므로 합동이다.

(RHA 합동)

따라서 합동인 삼각형은 ①, ④이다.

09

$\triangle ABD\equiv\triangle CAE$ (RHS 합동)

따라서 $\overline{DE}=\overline{DA}+\overline{AE}=\overline{CE}+\overline{BD}$

10

$\triangle EBM$과 $\triangle FCM$에서

$\angle E=\angle F=90^\circ$, $\overline{BM}=\overline{CM}$, $\overline{EM}=\overline{FM}$이므로

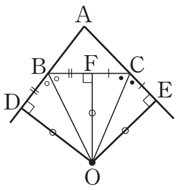
$\triangle EBM\equiv\triangle FCM$ (RHS 합동) ······ ⑤

$\therefore$ $\overline{BE}=\overline{CF}$, $\angle B=\angle C$ ······ ②, ③

한편 $\angle ABC=\angle ACB=\frac{180^\circ-74^\circ}{2}=53^\circ$

따라서 $\angle BME=180^\circ-(90^\circ+53^\circ)=37^\circ$

11



같은 길이를 그림에 나타내면 다음과 같다.

$\triangle ODB$와 $\triangle OFB$에서

$\angle ODB=\angle OFB=90^\circ$, $\overline{OB}$는 공통,

$\angle OBD=\angle OBF$이므로

$\triangle ODB\equiv\triangle OFB$ (RHA 합동)

그러므로 $\overline{DB}=\overline{FB}$, $\overline{OD}=\overline{OF}$, $\angle DOB=\angle BOF$

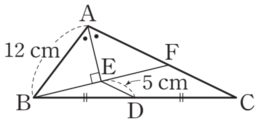
$\triangle OFC$와 $\triangle OEC$에서

$\angle OFC=\angle OEC=90^\circ$, $\overline{OC}$는 공통, $\angle OCF=\angle OCE$이므로

$\triangle OFC\equiv\triangle OEC$ (RHA 합동)

따라서 $\overline{FC}=\overline{EC}$, $\overline{OF}=\overline{OE}$

12



$\overline{BE}$의 연장선이 $\overline{AC}$와 만나는 점을 F라 하면

$\triangle ABE\equiv\triangle AEF$ (ASA 합동)

이므로

$\overline{AB}=\overline{AF}$

그러므로 $\overline{AF}=12(\text{cm})$ ······ ㉠

또한 점 E는 $\overline{BF}$의 중점이고

점 D는 $\overline{BC}$의 중점이므로 $\overline{FC}=2\times\overline{ED}$에서

$\overline{FC}=5\times2=10\ (\text{cm})$ ······ ㉡

따라서 ㉠, ㉡에 의해서

$\overline{AC}=\overline{AF}+\overline{FC}=22\ (\text{cm})$

2 삼각형의 성질 (2)

STEP 1 유형 익히기 :: 020쪽 ~ 021쪽

01 (가) $\overline{OB}$ (나) $\angle x$ (다) $\angle y$ (라) 90°

02 $\angle x=33^\circ$, $\angle y=32^\circ$, $\angle z=25^\circ$ **03** $\frac{5}{2}$ cm **04** 64°

05 (가) $\overline{IE}$ (나) $\angle CFI$ (다) $\triangle CIF$ (라) $\angle ICF$

06 3 cm **07** 125° **08** 4 cm

01

점 O가 $\triangle ABC$의 외심이므로

$\overline{OA}=\boxed{\overline{OB}}=\overline{OC}$

$\angle A=\angle x+\angle z$,

$\angle B=\boxed{\angle x}+\angle y$,

$\angle C=\boxed{\angle y}+\angle z$이고

$\angle A+\angle B+\angle C=180^\circ$이므로

$\angle x+\angle y+\angle z=\boxed{90^\circ}$

02

점 O가 $\triangle ABC$의 외심이므로 $\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$

$\triangle OAB$, $\triangle OBC$, $\triangle OCA$는 이등변삼각형이다.

따라서 $\angle x=33^\circ$, $\angle y=32^\circ$, $\angle z=25^\circ$

03

$\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$이므로

$\triangle AOB$의 둘레의 길이 l은

$l=4+\overline{OA}+\overline{OB}=4+2\overline{OA}=9(\text{cm})$

따라서 외접원의 반지름의 길이 r은

$r=\overline{OA}=\frac{5}{2}(\text{cm})$

04

점 O는 $\triangle ABC$의 외심이므로 $\overline{OA}=\overline{OB}$에서

$\angle OAB=\angle OBA=\angle x$

따라서 $\angle x+\angle y=\frac{1}{2}\angle BOC=\frac{1}{2}\times128^\circ=64^\circ$

05

$\overline{ID}=\overline{IF}$, $\overline{ID}=\overline{IE}$

$\therefore\ \overline{IF}=\boxed{\overline{IE}}$ ······ ㉠

또 $\angle CEI=\boxed{\angle CFI}=90^\circ$ ······ ㉡

$\overline{IC}$는 공통 ······ ㉢

㉠, ㉡, ㉢에서 $\triangle CIE\equiv\boxed{\triangle CIF}$ (RHS 합동)

$\therefore\ \angle ICE=\boxed{\angle ICF}$

따라서 $\triangle ABC$의 세 내각의 이등분선은 한 점 I에서 만난다.

06

$\overline{AB}=\overline{AC}$이므로 $\angle ABC=\angle ACB$이고,

점 I는 내심이므로

$\angle ABI=\angle IBC$, $\angle ACI=\angle ICB$

또한, $\angle IBC=\angle ICB$이므로 $\overline{IC}=\overline{IB}=3(\text{cm})$

07

점 I가 $\triangle ABC$의 내심이므로

$\angle BIC=90°+\frac{1}{2}\times 70°=125°$

08

$\triangle ABC$의 내접원의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\frac{1}{2}\times r\times(13+15+14)=84$에서 $21r=84$ $\quad\therefore r=4$

따라서 $\triangle ABC$의 내접원의 반지름의 길이는 4 cm이다.

STEP 2 유형 다지기

:: 022쪽 ~ 031쪽

01 (1) 4 cm (2) 3 cm **02** 10 **03** 144
04 (1) 3 (2) 31 **05** 40°, 80°, 40°
06 64 cm **07** 6 cm **08** 16π cm **09** 78 cm^2
10 ② **11** ⑤ **12** ② **13** 18 cm
14 12 cm^2 **15** 6 cm **16** 8 cm **17** 110°
18 70° **19** 35° **20** 49° **21** (1) $\angle BOD=60°$, $\angle COD=80°$ (2) 2
22 70° **23** 140°
24 135° **25** 180° **26** 110° **27** (1) 3 (2) 4
28 6 **29** 54° **30** ⑤ **31** ①
32 (1) 28° (2) 36° **33** 67° **34** 11°
35 (1) 50°, 60° (2) 32°, 122° **36** 62° **37** 76°
38 $\frac{21}{11}$ cm **39** 33 cm^2 **40** 12 cm **41** (1) 2 (2) 6
42 3 cm **43** (1) 4 cm (2) 10 cm **44** 13 cm
45 10 cm **46** 12 cm **47** $\frac{40}{3}$ cm **48** 36 cm^2 **49** ①
50 (1) 점 F (2) 점 G **51** 이등변삼각형 **52** 70°
53 25° **54** ⑤ **55** 153π cm^2
56 외접원 : $\frac{5}{2}$ cm, 내접원 : 1 cm **57** 22 cm^2

01

(1) 외심 O에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발 F가 $\overline{AC}$를 수직이등분하므로 4 cm

(2) 외심 O에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발 E가 $\overline{BC}$를 수직이등분하므로 3 cm

02

삼각형의 외심에서 세 꼭짓점에 이르는 거리는 같다.

03

$\overline{OB}=\overline{OC}$

이므로

$\angle OBC=\angle OCB=18°$

따라서 $x=180-2\times 18=144$

04

(1) $\overline{OA}=\overline{OB}=3(\text{cm})$이므로 $x=3$

(2) $\triangle OAC$는 $\overline{OA}=\overline{OC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle OAC=\angle OCA=31°$

따라서 $x=31$

05

점 O는 $\triangle ABC$의 외심이므로 $\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$

$\angle x=\angle OAB=40°$

$\triangle OAB$에서 $\angle y=40°+40°=80°$

$\angle OAC=\angle OCA=20°$이므로 $\triangle OAC$에서

$\angle z=20°+20°=40°$

06

$\overline{BD}=\overline{AD}=10(\text{cm})$

$\overline{CE}=\overline{BE}=9(\text{cm})$

$\overline{AF}=\overline{CF}=13(\text{cm})$

따라서 $\triangle ABC$의 둘레의 길이 l은

$l=\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}=2\times(10+9+13)=64(\text{cm})$

07

점 O가 삼각형 ABC의 외심이므로

$\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$

$\overline{OB}+\overline{OC}+10=22$

따라서 $\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}=6$ cm

08

$\triangle OBC$에서 $\overline{OB}=\overline{OC}$이므로

$\overline{OB}=\overline{OC}=\frac{1}{2}\times(28-12)=8(\text{cm})$

따라서 $\triangle ABC$의 외접원의 반지름의 길이가 8 cm이므로

$\triangle ABC$의 외접원의 둘레의 길이 l은

$l=2\pi\times 8=16\pi(\text{cm})$

09

점 O는 $\triangle ABC$의 외심이므로

$\triangle OBD=\triangle ODA$, $\triangle OBE=\triangle OEC$에서

$\triangle OAB+\triangle OBC=2\times 33=66(\text{cm}^2)$

$\triangle OAC=\frac{1}{2}\times 3\times 8=12(\text{cm}^2)$

따라서 $\triangle ABC=66+12=78(\text{cm}^2)$

10

$\overline{OB}=\overline{OC}$이므로 $\angle OBC=\angle OCB=62°$

그러므로 $\angle BOC=180°-(62°+62°)=56°$

$\triangle AOB$에서 $\overline{OA}=\overline{OB}$이므로 $\angle OAB=\angle OBA=12^\circ$
그러므로 $\angle AOB=180^\circ-(12^\circ+12^\circ)=156^\circ$
따라서 $\angle AOC=\angle AOB-\angle BOC$
$=156^\circ-56^\circ=100^\circ$

11
점 O는 $\triangle ABC$의 외심이므로 $\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$
$\angle OBC=\angle OCB=\angle x$라 하면
$\overline{OA}=\overline{OB}$이므로
$\angle OBA=\angle OAB=\angle x+30^\circ$
$\overline{OA}=\overline{OC}$이므로
$\angle OAC=\angle OCA=\angle x+35^\circ$
$\triangle ABC$에서
$30^\circ+(\angle x+30^\circ)+(\angle x+35^\circ)+35^\circ=180^\circ$
$2\angle x=50^\circ \quad \therefore \angle x=25^\circ$
따라서 $\triangle BOC$에서
$\angle BOC=180^\circ-2\angle x$
$=180^\circ-2\times25^\circ=130^\circ$

12
직각삼각형에서 외심은 빗변의 중심이다. 빗변의 길이가 10 cm 이므로
외접원의 반지름은 5 cm이다.
따라서 외접원의 넓이 S는
$S=5\times5\times\pi=25\pi(\text{cm}^2)$

13
직각삼각형의 외심은 직각삼각형의 빗변의 중점이므로
$\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}=\frac{10}{2}=5(\text{cm})$
따라서 $\triangle AOC$의 둘레의 길이 l은
$l=\overline{OA}+\overline{OC}+\overline{AC}=5+5+8=18(\text{cm})$

14
점 O는 직각삼각형 ABC의 외심이므로 $\overline{OB}=\overline{OC}$
따라서 $\triangle ABO=\triangle AOC$이므로
$\triangle AOC=\frac{1}{2}\triangle ABC$
따라서 $\triangle AOC$의 넓이 S는
$S=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times6\times8=12(\text{cm}^2)$

15
직각삼각형에서 빗변의 중점은 외심이므로
$\overline{MA}=\overline{MC}=\overline{MB}=3(\text{cm})$
따라서 $\overline{AC}=2\overline{BM}=6(\text{cm})$

16
직각삼각형 ABC에서 $\overline{AB}=16$ cm이고,
외심에서 세 꼭짓점에 이르는 거리가 같으므로
$\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$
$\overline{AB}=\overline{OA}+\overline{OB}=16(\text{cm})$
따라서 $\overline{OC}=8(\text{cm})$

17
점 M이 직각삼각형 ABC의 외심이므로
$\overline{AM}=\overline{BM}=\overline{CM}$
$\triangle MBC$는 이등변삼각형이므로
$\angle MCB=\angle MBC=55^\circ$
따라서 $\angle CMA=55^\circ+55^\circ=110^\circ$

18
점 O가 $\triangle ABC$의 외심이므로
$\angle OBA=\angle OAB=30^\circ$
$30^\circ+20^\circ+\angle OAC=90^\circ$에서 $\angle OAC=40^\circ$
따라서 $\angle BAC=\angle OAB+\angle OAC=30^\circ+40^\circ=70^\circ$

19
외심에서 각 꼭짓점에 이르는 거리는 같다.
$\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$
$\angle OAB=\angle OBA=40^\circ$
$\angle OAC=\angle OCA=15^\circ$
$\angle OBC=\angle OCB$이므로
$\angle OCB+\angle OBC=180^\circ-2(40^\circ+15^\circ)=70^\circ$
따라서 $\angle OCB=\angle OBC=\frac{1}{2}\times70^\circ=35^\circ$

20
$\angle AOC=360^\circ-(138^\circ+140^\circ)=82^\circ$
따라서 $\angle x=\frac{1}{2}\times(180^\circ-82^\circ)=49^\circ$

21
(1) 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이므로
$\overline{AO}=\overline{BO}=\overline{CO}$
따라서 $\triangle OAB$, $\triangle OAC$는 이등변삼각형이다.
그러므로 $\angle ABO=\angle BAO=30^\circ$, $\angle ACO=\angle CAO=40^\circ$
따라서 $\angle BOD=60^\circ$, $\angle COD=80^\circ$
(2) $\angle BOC$의 크기는 $\angle BAC$의 크기의 2배이다.

22
점 O는 $\triangle ABC$의 외심이므로 $\overline{OA}=\overline{OC}$에서
$\angle OAC=\angle OCA=\angle y$
따라서 $\angle BAC=\angle x+\angle y=\frac{1}{2}\angle BOC$
$=\frac{1}{2}\times140^\circ=70^\circ$

23
물결이 퍼지는 속력이 모두 같으므로
$\overline{AH}=\overline{BH}=\overline{CH}$
이때 점 H는 $\triangle ABC$의 외심이므로

$\triangle$ABC에서 $\angle C=180°-(72°+38°)=70°$

따라서 $\angle AHB=2\angle C=2\times70°=140°$

24

주어진 그림에 보조선을 그으면 다음과 같다.

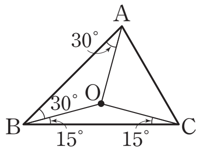
$30°+30°+15°+15°+\angle OCA+\angle OAC=180°$에서

$\angle OCA=\angle OAC=45°$

그러므로 $\angle A=30°+45°=75°$이고

$\angle C=15°+45°=60°$이다.

따라서 $\angle A+\angle C=75°+60°=135°$



25

점 O가 $\triangle$ABC의 외심이므로 $\overline{AO}=\overline{BO}=\overline{CO}$

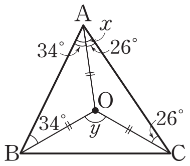
그러므로 $\angle BAO=\angle ABO=34°$이고

$\angle CAO=\angle ACO=26°$이다.

$\angle x=\angle BAO+\angle CAO=34°+26°=60°$

$\angle y=2\angle x=2\times60°=120°$

따라서 $\angle x+\angle y=60°+120°=180°$



26

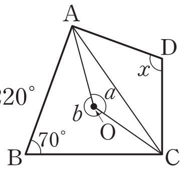
다음 그림에서 점 O는 $\triangle$ABC와 $\triangle$ACD의 외심이다.

$\angle B=70°$이므로

$\triangle$ABC에서 $\angle AOC=\angle a=70°\times2=140°$

$\triangle$ACD에서 $\angle AOC=\angle b=360°-140°=220°$

따라서 $\angle x=\frac{1}{2}\times\angle b=\frac{1}{2}\times220°=110°$



27

(1) 점 I가 $\triangle$ABC의 내심이므로 점 I에서 각 변에 이르는 거리가 모두 같으므로 $x=3$

(2) 점 I가 $\triangle$ABC의 내심이므로 $\triangle IEC\equiv\triangle IDC$

따라서 $\overline{EC}=\overline{DC}$이므로 $x=4$

28

$\overline{DC}=\overline{EC}$이므로 $x=6$

29

$\angle ABI=\angle CBI=28°$

$\angle ACI=\angle BCI=35°$

그러므로 $\triangle$ABC에서

$\angle x+28°\times2+35°\times2=180°$

따라서 $\angle x=54°$

30

삼각형의 내심은 세 내각의 이등분선의 교점이다.

31

② $\triangle$ADI와 $\triangle$AFI에서 $\angle ADI=\angle AFI=90°$, $\overline{ID}=\overline{IF}$, $\overline{AI}$는 공통

그러므로 $\triangle ADI\equiv\triangle AFI$ (RHS 합동)

따라서 $\overline{AD}=\overline{AF}$

③ 내심에서 세 변에 이르는 거리는 같다.

④ ,⑤ $\triangle$BDI와 $\triangle$BEI에서

$\angle BDI=\angle BEI=90°$, $\overline{ID}=\overline{IE}$, $\overline{BI}$는 공통

$\therefore$ $\triangle BDI\equiv\triangle BEI$ (RHS 합동)

따라서 옳지 않은 것은 ①이다.

32

(1) 점 I가 $\triangle$ABC의 내심이므로 세 내각을 이등분한 교점이므로

$\angle x=28°$

(2) $\angle x+\angle x+33°+33°+21°+21°=180°$에서

$2\angle x=72°$

따라서 $\angle x=36°$

33

$\angle ABI=\angle IBC=\angle x$

$\angle BAI=\angle IAC=\angle y$

$\angle A+\angle B+\angle C=2\angle x+2\angle y+46°=180°$

따라서 $\angle x+\angle y=67°$

34

$\angle IAB+36°+25°=90°$이므로 $\angle IAB=29°$

$\angle ABC=2\angle IBA=2\times36°=72°$

$\triangle$ABD에서 $\angle BAD=180°-(90°+72°)=18°$

따라서 $\angle IAD=\angle IAB-\angle BAD=29°-18°=11°$

35

(1) 점 I는 $\triangle$ABC의 내심이므로

$\angle IAB=\angle IAC=20°$

따라서 $\angle x=30°+20°=50°$

$\angle y=20°+40°=60°$

(2) 점 I는 $\triangle$ABC의 내심이므로 $\angle x=32°$

따라서 $\angle y=90°+\frac{1}{2}\angle A=90°+\frac{1}{2}\times64°=122°$

36

점 I가 내심이므로 $\angle IBC=27°$, $\angle ICB=32°$

$\triangle$IBC에서 $\angle BIC=180°-(27°+32°)=121°$

$\angle BIC=90°+\frac{1}{2}\angle x$이므로 $121°=90°+\frac{1}{2}\angle x$

따라서 $\angle x=62°$

37

점 I는 $\triangle$ABC의 내심이므로 $\angle IBC=\angle IBA=20°$

$\triangle$IBC에서

$\angle ICB=\angle ICA=180°-(128°+20°)=32°$

$\angle ABC=2\angle IBC=2\times20°=40°$,

$\angle ACB=2\angle ICB=2\times32°=64°$

따라서 $\angle A=180°-(40°+64°)=76°$

38

$\overline{AF}=\overline{AD}=2$ cm이므로 $\overline{DI}=r$ cm라고 하면

$\frac{1}{2}\times r\times(2+4+9+5+2)=21$에서

$11r=21$이므로 $r=\frac{21}{11}$

따라서 $\overline{DI}=\frac{21}{11}$(cm)

39

$\triangle ABC=(10+7+5)\times3\times\frac{1}{2}=33(cm^2)$

40

$\triangle ABC=\triangle IAB+\triangle IBC+\triangle ICA$

$=\frac{1}{2}\times3\times\overline{AB}+\frac{1}{2}\times3\times\overline{BC}+\frac{1}{2}\times3\times\overline{AC}$

$=\frac{3}{2}\times(\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA})=18$

따라서 $\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}=12$(cm)

41

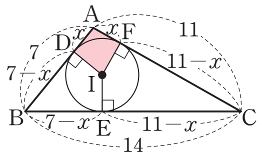
(1) $\overline{AD}=\overline{AF}=x$이므로

$\overline{BD}=\overline{BE}=7-x$,

$\overline{CF}=\overline{CE}=11-x$

$\overline{BC}=(7-x)+(11-x)=14$

따라서 $x=2$



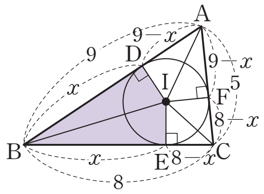
(2) $\overline{BD}=\overline{BE}=x$이므로

$\overline{AD}=\overline{AF}=9-x$

$\overline{CE}=\overline{CF}=8-x$

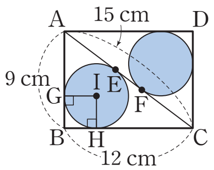
$\overline{AC}=(9-x)+(8-x)=5$

따라서 $x=6$



42

그림과 같이 $\triangle ABC$의 내심을 I라고 하고 내심 I에서 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 각각 G, H라 하자.



$\overline{AE}=\overline{AG}=x$ cm라 하면

$\overline{BG}=\overline{BH}=(9-x)$cm,

$\overline{CE}=\overline{CH}=(15-x)$cm이므로

$(9-x)+(15-x)=12$에서 $-2x=-12$

$\therefore x=6$

같은 방법으로 하면 $\triangle ACD$에서 $\overline{CF}=6$ cm

따라서 $\overline{EF}=\overline{AC}-\overline{AE}-\overline{CF}=15-6-6=3$(cm)

43

(1) $\angle DBI=\angle IBC=\angle BID$이고, $\angle ECI=\angle ICB=\angle CIE$이므로

$\triangle DBI$와 $\triangle ECI$는 이등변삼각형이다.

따라서 $\overline{DI}=\overline{DB}=4$(cm)

(2) $\angle DBI=\angle IBC=\angle BID$이고, $\angle ECI=\angle ICB=\angle CIE$이므로

$\triangle DBI$와 $\triangle ECI$는 이등변삼각형이다.

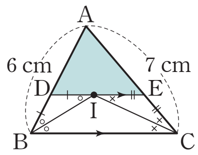
$\overline{DI}=\overline{DB}=4$(cm), $\overline{EI}=\overline{EC}=6$(cm)

따라서 $\overline{DE}=\overline{DI}+\overline{EI}=4+6=10$(cm)

44

$\angle CBI=\angle DIB$ (엇각)$=\angle DBI$이므로

$\overline{DB}=\overline{DI}$



또, 같은 방법으로 $\overline{IE}=\overline{EC}$이므로

$\triangle ADE$의 둘레의 길이 l은

$l=\overline{AD}+\overline{DI}+\overline{IE}+\overline{AE}$

$=\overline{AD}+\overline{DB}+\overline{EC}+\overline{AE}$

$=\overline{AB}+\overline{AC}$

$=6+7=13$(cm)

45

$\overline{DE}/\!/\overline{BC}$이므로

$\angle DIB=\angle IBC=\angle DBI$이고,

$\angle EIC=\angle ICB=\angle ECI$

그러므로 $\overline{DI}=\overline{DB}$, $\overline{EI}=\overline{EC}$

한편 $20=\overline{AD}+\overline{DE}+\overline{EA}$

$=\overline{AD}+\overline{DI}+\overline{IE}+\overline{EA}=\overline{AB}+\overline{AC}$

따라서 $\overline{AB}=10$(cm) ($\because \overline{AB}=\overline{AC}$)

46

점 I는 내심이므로 $\angle ABI=\angle DBI$이고,

$\overline{AB}/\!/\overline{ID}$이므로 $\angle ABI=\angle BID$ ($\because$ 엇각)이다.

$\angle DBI=\angle BID$이므로 $\triangle IBD$는 $\overline{BD}=\overline{ID}$인 이등변삼각형이다.

같은 방법으로 $\triangle ICE$는 $\overline{CE}=\overline{IE}$인 이등변삼각형이다.

따라서 $\triangle IDE$의 둘레의 길이 l은

$l=\overline{ID}+\overline{DE}+\overline{EI}$

$=\overline{BD}+\overline{DE}+\overline{EC}=12$(cm)

47

점 I가 $\triangle ABC$의 내심이므로 $\angle DBI=\angle IBC$, $\angle ECI=\angle ICB$이다.

$\overline{DE}/\!/\overline{BC}$이므로 $\angle DIB=\angle IBC$ (엇각), $\angle ECI=\angle EIC$ (엇각)이고,

$\triangle DBI$와 $\triangle EIC$는 이등변삼각형이다.

$\overline{BD}=\overline{ID}=\overline{IF}=30-18=12$(cm)

$\triangle ADE\equiv\triangle ABC$ (AA 닮음)

$\overline{AD}:\overline{AB}=18:12=3:2$

$=\overline{AE}:\overline{EC}$

$\overline{IG}=\overline{CE}=\overline{IE}=20\times\frac{2}{5}=8$(cm)

그러므로 $\overline{DE}=\overline{ID}+\overline{IE}=12+8=20$(cm)

$\triangle ADE\backsim\triangle IFG$ (AA 닮음)이므로

$\overline{AD}:\overline{IF}=\overline{DE}:\overline{FG}$에서 $18:12=20:\overline{FG}$

따라서 $\overline{FG}=\frac{40}{3}(cm)$

48

점 I가 △ABC의 내심이고 $\overline{DE}/\!/\overline{BC}$일 때

△ADE의 둘레의 길이 l은 $l=\overline{AB}+\overline{AC}=14+10=24(cm)$

따라서 △ADE의 내접원의 반지름의 길이가 3 cm이므로

$\triangle ADE=\frac{1}{2}\times3\times24=36(cm^2)$

49

세 내각의 이등분선이 내심이고 세 변의 수직이등분선이 외심이다. 정삼각형에서는 내심에 의하여 쪼개진 세 삼각형이 합동이므로 내심과 외심이 일치한다.

50

(1) 세 변의 수직이등분선의 교점이므로 점 F

(2) 세 내각의 이등분선의 교점이므로 점 G

51

한 꼭짓점과 내심과 외심이 일직선 위에 있으므로 △ABC는 이등변삼각형이다.

52

점 I는 △OBC의 내심이므로 $\angle IBC+\angle ICB=20°$

△OBC에서 점 O는 △ABC의 외심이므로

$\angle OBC+\angle OCB=40°$

그러므로 $\angle BOC=180°-40°=140°$

따라서 $\angle A=\frac{1}{2}\angle BOC=\frac{1}{2}\times140°=70°$

53

$\angle A=70°$, $\angle BAI=35°$,

$\angle BOC=2\angle A=140°$이므로

$\angle OBC=20°$, $\angle ABO=10°=\angle OAB$

따라서 $\angle IAO=35°-10°=25°$

54

①은 외심의 정의,

②는 내심의 성질,

③은 내심의 정의,

④는 외심의 성질이지만, 두 내각의 이등분선이 만난 점은 내심이다.

따라서 틀린 것은 ⑤이다.

55

내접원의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\frac{1}{2}\times r\times(10+24+26)=\frac{1}{2}\times10\times24$에서 $r=4(cm)$

외접원의 반지름의 길이 R은

$R=\frac{1}{2}\times$(빗변의 길이)$=13(cm)$

따라서 색칠한 부분의 넓이 S는

$S=$(외접원의 넓이)$-$(내접원의 넓이)

$=169\pi-16\pi=153\pi(cm^2)$

56

직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이므로

$\overline{AB}$의 중점을 O라고 하면 $\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}=\frac{5}{2}(cm)$

그러므로 외접원의 반지름의 길이 R은 $R=\frac{5}{2}$ cm

내접원의 반지름의 길이를 x cm라고 하면

$5=(3-x)+(4-x)$

따라서 $x=1(cm)$

다른 풀이

넓이를 이용하여

$\frac{1}{2}r(5+3+4)=\frac{1}{2}\times3\times4$에서 $r=1$

57

직각삼각형 ABC의 외심은 빗변의 중심에 있으므로

직각삼각형 ABC의 빗변 AC의 길이는 9 cm이다.

△ABC의 내접원과 변 AB, 변 BC와 변 AC와 접하는 점을 각각 D, E, F라 하자.

□IDBE는 정사각형이므로 $\overline{DB}=\overline{BE}=2$이고,

내심의 성질에 의하여

$\overline{EC}=\overline{CF}=x$, $\overline{BC}=2+x$, $\overline{AC}=9$, $\overline{AB}=11-x$이다.

따라서 △ABC의 넓이 S는

$S=(11-x+2+x+9)\times2\times\frac{1}{2}=22(cm^2)$

STEP 3 단원 마무리

:: 032쪽 ~ 033쪽

01 ⑤	**02** ②	**03** ④	**04** ①	
05 100°	**06** 3 cm	**07** ⑤	**08** ④	**09** ④
10 102 cm²		**11** ④	**12** 7 cm²	

01

외심은 삼각형의 세 변의 수직이등분선의 교점이고, 외심에서 삼각형의 세 꼭짓점에 이르는 거리가 같다.

따라서 △OAF≡△OCF

02

△OBC에서 $\overline{OB}=\overline{OC}$이므로

$\overline{OB}=\overline{OC}=\frac{1}{2}\times(37-13)=12(cm)$

따라서 △ABC의 외접원의 반지름의 길이가 12 cm이므로

△ABC의 외접원의 둘레의 길이 l은

$l=2\pi\times12=24\pi(cm)$

03
직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이므로

$\triangle$ABC의 외접원의 반지름의 길이는 $\frac{1}{2}\times10=5(\text{cm})$

따라서 $\triangle$ABC의 외접원의 둘레의 길이는 $2\pi\times5=10\pi(\text{cm})$

04
$\overline{\text{OA}}=\overline{\text{OB}}=\overline{\text{OC}}$이므로 $\triangle$OAB, $\triangle$OBC, $\triangle$OCA는 모두 이등변삼각형이다.

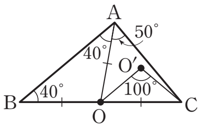
$\angle\text{OAB}=\angle\text{OBA}$, $\angle\text{OBC}=\angle\text{OCB}=30^\circ$,

$\angle\text{OCA}=\angle\text{OAC}=50^\circ$이므로

$\triangle$ABC에서 $\angle\text{OAB}+30^\circ+50^\circ=90^\circ$

따라서 $\angle\text{OAB}=10^\circ$

05
빗변 위에 외심이 있는 삼각형은 직각삼각형이므로



$\angle\text{A}=90^\circ$

$\triangle$ABC에서 $\angle\text{ACB}=90^\circ-40^\circ=50^\circ$

$\triangle$OAC에서 $\overline{\text{OA}}=\overline{\text{OC}}$이므로 $\angle\text{OAC}=50^\circ$

따라서 점 O'은 $\triangle$AOC의 외심이므로

$\angle\text{OO'C}=2\angle\text{OAC}=2\times50^\circ=100^\circ$

06
점 M이 빗변의 중점이므로 점 M은 $\triangle$ABC의 외심이다.

$\overline{\text{MA}}=\overline{\text{MB}}=\overline{\text{MC}}=6(\text{cm})$이고, $\angle\text{A}=60^\circ$이므로

$\triangle$ABM은 정삼각형이다.

따라서 $\overline{\text{DM}}=\frac{1}{2}\overline{\text{BM}}=3(\text{cm})$

07
내심은 세 내각의 이등분선의 교점이므로

$\angle\text{BAD}=\angle\text{CAD}=a$, $\angle\text{ABE}=\angle\text{CBE}=b$라 하면

$\triangle$ABE에서 $2a+b+88^\circ=180^\circ$ ⋯⋯ ㉠

$\triangle$ABD에서 $2b+a+86^\circ=180^\circ$ ⋯⋯ ㉡

㉠과 ㉡을 연립하면 $a=30^\circ$, $b=32^\circ$

따라서 $\angle\text{C}=180^\circ-2(a+b)$

$=180^\circ-124^\circ=56^\circ$

08
삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로

$\angle\text{B}=\frac{5}{8+5+7}\times180^\circ=\frac{1}{4}\times180^\circ=45^\circ$

점 I가 $\triangle$ABC의 내심이므로

$\therefore\ \angle x=90^\circ+\frac{1}{2}\angle\text{B}$

$=90^\circ+\frac{1}{2}\times45^\circ=112.5^\circ$

따라서 $\angle x$의 크기는 ④ 이다.

09
내접원의 반지름의 길이를 x라 하면

$9\times12\times\frac{1}{2}=\frac{1}{2}\times x\times(9+12+15)$에서

$x=3(\text{cm})$

따라서 내접원 I의 넓이 S는

$S=9\pi(\text{cm}^2)$

10
$\overline{\text{BI}}$, $\overline{\text{CI}}$를 그으면 $\triangle$DBI, $\triangle$CEI는 이등변삼각형이므로

$\overline{\text{DI}}=\overline{\text{BD}}=8(\text{cm})$, $\overline{\text{IE}}=\overline{\text{EC}}=6(\text{cm})$

$\overline{\text{DE}}=\overline{\text{DI}}+\overline{\text{IE}}=8+6=14(\text{cm})$

따라서 □DBCE의 넓이 S는

$S=\frac{1}{2}\times(14+20)\times6=102(\text{cm}^2)$

11
점 O는 $\triangle$ABC의 외심이므로

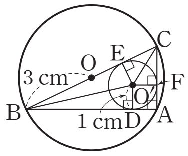
$\angle\text{A}=\frac{1}{2}\angle\text{BOC}=\frac{1}{2}\times100^\circ=50^\circ$

점 I는 $\triangle$ABC의 내심이므로

$\angle\text{BIC}=\frac{1}{2}\angle\text{A}+90^\circ=\frac{1}{2}\times50^\circ+90^\circ$

$=25^\circ+90^\circ=115^\circ$

12
외심 O가 $\overline{\text{BC}}$의 중점이므로



$\triangle$ABC는 $\angle\text{A}=90^\circ$인 직각삼각형이다.

따라서, □O'DAF는 정사각형이다.

점 O'은 $\triangle$ABC의 내심이므로

$\triangle\text{BEO'}\equiv\triangle\text{BDO'}$, $\triangle\text{CEO'}\equiv\triangle\text{CFO'}$ (RHA 합동)이다.

그러므로 $\triangle\text{O'BC}=\triangle\text{O'BD}+\triangle\text{O'CF}$

$=\frac{1}{2}\times6\times1=3(\text{cm}^2)$

따라서 $\triangle$ABC의 넓이 S는

$S=\triangle\text{O'BC}+\triangle\text{O'BD}+\triangle\text{O'CF}+\square\text{O'DAF}$

$=3+3+1=7(\text{cm}^2)$

STEP 4 실전 대비하기

:: 034쪽 ~ 036쪽

01 ③	**02** ③	**03** 5 cm	**04** ④	**05** ①
06 ①	**07** ⑤	**08** 28°	**09** ③	**10** ⑤
11 64°	**12** ①	**13** ④	**14** ①	
15 150°	**16** 58°	**17** ②	**18** 20 cm	

01
$\overline{\text{AB}}=\overline{\text{AC}}$이므로 $\angle\text{C}=\angle\text{B}=2\angle x-10^\circ$

$(2\angle x-10^\circ)+(2\angle x-10^\circ)+\angle x=180^\circ$

$5\angle x=200^\circ$

따라서 $\angle x=40^\circ$

02

$\triangle ABC$가 정삼각형이므로 $\angle A$의 이등분선 $\overline{AD}$와 $\overline{BC}$는 수직이고 $\overline{BD}=\overline{CE}$이다.

또한, $\overline{ED}$는 공통이므로 $\triangle EBD\equiv\triangle ECD$

$\therefore\ \angle EBD=\angle ECD=20^\circ$

그리고 $\triangle ABC$가 정삼각형으로

$\angle A=\angle B=\angle C=60^\circ$이므로

$\angle ACE=60^\circ-\angle ECD=60^\circ-20^\circ=40^\circ$

03

$\triangle DBC$는 이등변삼각형이므로

$\overline{DC}=5(\mathrm{cm})$

04

$\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로

$\angle ABC=\angle ACB=\dfrac{1}{2}\times(180^\circ-48^\circ)=66^\circ$

그러므로 $\angle DBC=\dfrac{1}{2}\times 66^\circ=33^\circ$

$\angle DCE=\dfrac{1}{2}\times(180^\circ-66^\circ)=57^\circ$

따라서 $\triangle BCD$에서

$\angle x=\angle DCE-\angle DBC=57^\circ-33^\circ=24^\circ$.

05

$\angle B=\angle C=\dfrac{1}{2}(180^\circ-52^\circ)=64^\circ$이고,

$\triangle BDF\equiv\triangle CED$ (SAS 합동)이므로

$\angle BFD=\angle CDE$, $\angle BDF=\angle CED$

$\therefore\ \angle BFD+\angle BDF=\angle CDE+\angle BDF$

$=180^\circ-64^\circ=116^\circ$

$\therefore\ \angle x=180^\circ-116^\circ=64^\circ$

06

$\angle ABE=\angle x$이고

$\angle ABC=\angle ACB=\angle x+24^\circ$이므로

$\angle x+(\angle x+24^\circ)+(\angle x+24^\circ)=180^\circ$에서

$3x+48^\circ=180^\circ$, $3\angle x=132^\circ$

따라서 $\angle x=44^\circ$

07

$\angle D=\angle E=90^\circ$, $\overline{AB}=\overline{AC}$이고

$\angle ABD+\angle BAD=\angle CAE+\angle BAD=90^\circ$이므로

$\angle ABD=\angle CAE$

따라서 $\triangle ABD\equiv\triangle CAE$ (RHA 합동)

08

$\triangle ABE\equiv\triangle ADE$이므로 $\angle BAE=\angle DAE$

$\angle A=90^\circ-34^\circ=56^\circ$

따라서 $\angle x=28^\circ$

09

$\triangle OAP$와 $\triangle OBP$에서

$\angle OAP=\angle OBP=90^\circ$,

$\angle AOP=\angle BOP$, $\overline{OP}$는 공통

그러므로 $\triangle OAP\equiv\triangle OBP$ (RHA 합동)

따라서 $\overline{AP}=\overline{BP}=5\ \mathrm{cm}$, $\overline{OB}=\overline{OA}=12\ \mathrm{cm}$

$x=12$, $y=5$이므로 $x+y=12+5=17$

10

ㄱ. 점 O가 $\triangle ABC$의 외심이므로 $\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$

ㄴ. $\overline{OC}=\overline{OB}$, $\angle OEC=\angle OEB=90^\circ$

$\overline{OE}$는 공통이므로 $\triangle OEC\equiv\triangle OEB$ (RHS 합동)

ㄷ. 점 O가 $\triangle ABC$의 외심이므로

$\angle OAD+\angle OBE+\angle OCF=90^\circ$

11

점 M이 삼각형 ABC의 외심이므로

$\overline{MA}=\overline{MB}=\overline{MC}$

그러므로 $\angle MCA=\angle MAC=32^\circ$

따라서 $\angle BMC=\angle MAC+\angle MCA$

$=32^\circ+32^\circ=64^\circ$

12

외심에서 각 꼭짓점에 이르는 거리는 같으므로

$\overline{AO}=\overline{BO}=\overline{CO}$

$\angle BAO=\angle ABO=35^\circ$

$\angle BCO=\angle CBO=\dfrac{1}{2}(180^\circ-100^\circ)=40^\circ$

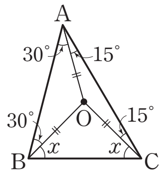
$\angle ACO=\angle CAO$

$=\dfrac{1}{2}\{180^\circ-2(35^\circ+40^\circ)\}=15^\circ$

13

$\triangle OBA$, $\triangle OBC$, $\triangle OAC$는

모두 이등변삼각형이다.



삼각형의 내각의 크기의 합은 180°이므로

$(30^\circ+15^\circ+x)\times 2=180^\circ$

따라서 $x=45^\circ$

14

점 O가 $\triangle ABC$의 외심이므로 $\angle OBA+48^\circ+30^\circ=90^\circ$

따라서 $\angle OBA=12^\circ$

15

$\angle ADB=x$, $\angle AEB=y$라 하면

$\angle BAD=\angle DAC=a$

$\angle ABE=\angle EBC=b$

$\angle ACB=40^\circ$

$2a+2b+40^\circ=180^\circ$

이므로 $a+b=70^\circ$이다.

그러므로 $a+40^\circ=x$, $b+40^\circ=y$이다.

따라서 $x+y=(a+40^\circ)+(b+40^\circ)$

$=70^\circ+40^\circ+40^\circ=150^\circ$

16

점 I는 $\triangle$ABC의 내심이므로 $\angle ICB=\angle ICA=26^\circ$,

$\triangle$IBC에서 $\angle y=180^\circ-(32^\circ+26^\circ)=122^\circ$

$\angle ABC=2\angle IBC=2\times32^\circ=64^\circ$,

$\angle ACB=26^\circ\times2=52^\circ$

그러므로 $\angle x=180^\circ-(64^\circ+52^\circ)=64^\circ$

따라서 $\angle y-\angle x=122^\circ-64^\circ=58^\circ$

17

점 I가 $\triangle$ABC의 내심이고, $\overline{BC}$와 $\overline{DE}$가 평행이므로

$\overline{BD}=\overline{DI}=4(\text{cm})$

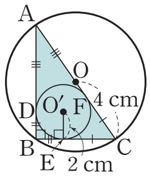
$\overline{EC}=\overline{IE}=5(\text{cm})$

따라서 □DECB의 넓이 S는

$S=(15+4+5)\times3\times\frac{1}{2}=36(\text{cm}^2)$

18

$\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$와 내접원과의 교점을 D, E, F라 하면



$\overline{AD}=\overline{AF}$, $\overline{CE}=\overline{CF}$, $\overline{BD}=\overline{BE}=2(\text{cm})$

$\overline{AF}+\overline{CF}=\overline{AD}+\overline{CE}=8(\text{cm})$

따라서 $\triangle$ABC의 둘레의 길이 l은

$l=8+8+2+2=20(\text{cm})$

Ⅱ. 사각형의 성질

3 평행사변형

STEP 1 유형 익히기

:: 038쪽 ~ 039쪽

01 대변 대변 **02** 40° **03** 108° **04** 12 cm
05 $\angle x=65^\circ$, $\angle y=115^\circ$ **06** $x=7$, $\angle y=60^\circ$
07 (1) $\overline{BC}$ (2) $\overline{DO}$ **08** (1) $\overline{AB}/\!/\overline{DC}$, $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$
(2) $\overline{AB}=\overline{DC}$, $\overline{AD}=\overline{BC}$ (3) $\angle A=\angle C$, $\angle B=\angle D$
09 25 cm^2 **10** ⑤

01

평행사변형의 성질

(가) 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.

(나) 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.

02

$\angle ADB=\angle DBC=30^\circ$

$\angle BAD=\angle DCB=110^\circ$

$\triangle$BCD에서 $\angle BDC=180^\circ-(110^\circ+30^\circ)=40^\circ$

03

$\overline{AB}/\!/\overline{DC}$이므로 $\angle DCA=\angle BAC=76^\circ$ (엇각)

$\triangle$OCD에서 $\angle x=\angle CDO+\angle DCO=32^\circ+76^\circ=108^\circ$

04

평행사변형의 대변의 길이는 서로 같으므로

$x=12(\text{cm})$

05

평행사변형은 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같으므로

$\angle y=115^\circ$,

$\angle x=\frac{1}{2}\times\{360^\circ-(115^\circ+115^\circ)\}=65^\circ$

06

두 대각선은 서로 다른 것을 이등분하므로 $x=7$

$\angle A+\angle B=180^\circ$이므로

$\angle y=180^\circ-120^\circ=60^\circ$

07

(1) 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같으면 평행사변형이므로

$\overline{AB}=\overline{CD}$, $\overline{AD}=\overline{BC}$

(2) 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하면 평행사변형이므로

$\overline{AO}=\overline{CO}$, $\overline{BO}=\overline{DO}$

08

(1) 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.

$\overline{AB} /\!/ \overline{DC}$, $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$

(2) 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.

$\overline{AB}=\overline{DC}$, $\overline{AD}=\overline{BC}$

(3) 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.

$\angle A=\angle C$, $\angle B=\angle D$

09

평행사변형의 넓이는 대각선에 의해 이등분되므로

$\triangle BCD=\frac{1}{2}\square ABCD=\frac{1}{2}\times 50=25(\text{cm}^2)$

10

평행사변형의 넓이는 두 대각선에 의해서 사등분되므로

$\triangle OAD=\frac{1}{4}\square ABCD$

따라서 $\square ABCD=4\triangle OAD=4\times 9=36(\text{cm}^2)$

STEP 2 유형 다지기

:: 040쪽 ~ 047쪽

01 (1) 60° (2) 30° **02** 70° **03** 90°
04 (가) $\angle DCA$ (나) $\angle CAD$ (다) ASA (라) $\angle D$ (마) $\angle C$
05 (가) $\overline{CD}$ (나) $\angle CDO$ (다) 엇각 (라) ASA (마) $\overline{OD}$
06 6 cm **07** 4 cm **08** 28 cm **09** 11 cm
10 34 cm **11** 2 cm **12** 100° **13** 72° **14** 40°
15 36 cm **16** 14 **17** 3 **18** 2 cm
19 2 cm **20** 130° **21** 20 **22** 42 cm
23 9 cm^2 **24** (가) $\angle DCA$ (나) $\overline{DC}$ (다) $\angle DAC$ (라) $\overline{BC}$
25 (가) $\triangle COD$, (나) SAS, (다) $\overline{DC}$ **26** ④ **27** ②
28 ⑤ **29** ③ **30** ① **31** $x=4$, $y=6$
32 $\angle x=80^\circ$, $\angle y=20^\circ$ **33** 7 **34** (가) $\angle FCE$, (나) $\angle BEA$, (다) $\overline{CE}$, (라) $\triangle FCE$ **35** 해설 참조 **36** ⑤
37 2 cm **38** 24 cm^2 **39** 12 cm^2 **40** 12 cm^2
41 24 cm^2 **42** 23 cm^2 **43** 50 cm^2

01

(1) 평행사변형은 마주 보는 대각의 크기가 각각 같으므로

$\angle x=60^\circ$

(2) 평행사변형이므로 엇각이 서로 같다.

따라서 $\angle x=30^\circ$

02

$\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$이므로 $\angle DAC=\angle ACB=\angle x$

$\square ABCD$에서 $\angle A+\angle D=180^\circ$이므로

$(80^\circ+\angle x)+(30^\circ+\angle y)=180^\circ$

따라서 $\angle x+\angle y=70^\circ$

03

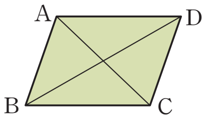
$\angle BCO=\angle CAD=60^\circ$

이므로 $\angle BAD=120^\circ$

그러므로 $\angle ABC=\angle ADC=60^\circ$이고, $\angle ADB=30^\circ$

따라서 $\angle x=\angle OAD+\angle ODA=60^\circ+30^\circ=90^\circ$

04



평행사변형 ABCD에서

$\overline{AB} /\!/ \overline{DC}$, $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$이므로 대각선 AC, BD를 그으면

$\triangle ABC$와 $\triangle CDA$에서 $\overline{AC}$는 공통

$\angle BAC=\boxed{\angle DCA}$ (엇각) …… ㉠

$\angle ACB=\boxed{\angle CAD}$ (엇각) …… ㉡

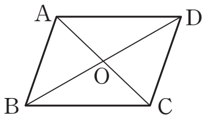
이므로 $\triangle ABC\equiv\triangle CDA$ ($\boxed{\text{ASA}}$ 합동)

$\therefore \angle B=\boxed{\angle D}$

㉠, ㉡에 의해 $\angle A=\angle BAC+\angle CAD$

$=\angle DCA+\angle ACB=\boxed{\angle C}$

05



평행사변형 ABCD에서

두 대각선 $\overline{AC}$, $\overline{BD}$의 교점을 O라고 하자.

$\triangle ABO$와 $\triangle CDO$에서

$\overline{AB} /\!/ \overline{DC}$이므로

$\overline{AB}=\boxed{\overline{CD}}$, $\angle ABO=\boxed{\angle CDO}$ (엇각),

$\angle BAO=\angle DCO$ ($\boxed{\text{엇각}}$)이므로

$\triangle ABO\equiv\triangle CDO$($\boxed{\text{ASA}}$ 합동)

따라서 $\overline{OA}=\overline{OC}$, $\overline{OB}=\boxed{\overline{OD}}$

06

$\triangle ABE$와 $\triangle FCE$에서 $\overline{BE}=\text{CE}$ …… ㉠

$\overline{AB} /\!/ \overline{DF}$이므로

$\angle ABE=\angle FCE$ (엇각) …… ㉡

$\angle BEA=\angle CEF$ (맞꼭지각) …… ㉢

㉠, ㉡, ㉢에서 $\triangle ABE\equiv\triangle FCE$ (ASA 합동)

따라서 $\overline{CF}=\overline{BA}=\overline{CD}=6(\text{cm})$

07

평행사변형의 두 쌍의 대변의 길이가 같으므로

$\overline{AB}=\overline{CD}=3(\text{cm})$이고, $\overline{BC}=\overline{DA}=a(\text{cm})$로 놓으면

($\square ABCD$의 둘레의 길이)$=2\times 3+2a=6+2a$

$6+2a=14$에서 $2a=8$ $\therefore a=4$

따라서 $\overline{BC}=4(\text{cm})$

08

$\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로 $\angle B=\angle C$

$\overline{AC} /\!/ \overline{DE}$이므로 $\angle C=\angle DEB$ (동위각)
그러므로 $\angle B=\angle DEB$
즉 $\triangle DBE$는 $\overline{DB}=\overline{DE}$인 이등변삼각형이므로
$\overline{DE}=\overline{DB}=9(cm)$
따라서 □ADEF의 둘레의 길이는
$2(\overline{AD}+\overline{DE})=2\times(5+9)=28(cm)$

09
점 A와 E, 점 O와 D를 연결하면
$\overline{OA} /\!/ \overline{ED}$, $\overline{OA}=\overline{OC}=\overline{ED}$이므로
□AODE는 평행사변형이다.
그러므로 $\overline{AF}=\overline{FD}$, $\overline{OF}=\overline{FE}$에서
$\overline{AF}=\frac{1}{2}\times\overline{AD}=\frac{1}{2}\times12=6(cm)$
$\overline{OF}=\frac{1}{2}\overline{OE}=\frac{1}{2}\ \overline{CD}=\frac{1}{2}\times10=5(cm)$
따라서 $\overline{AF}+\overline{OF}=6+5=11(cm)$

10
$\overline{AM}=\overline{DN}=5(cm)$, $\overline{AD}=\overline{MN}=12(cm)$
따라서 □AMND의 둘레의 길이 l은
$l=5+12+5+12=34(cm)$

11
$\triangle ABE\equiv\triangle CDF$ (RHA 합동)이므로
$\overline{BE}=\overline{DF}=6(cm)$
따라서 $\overline{EF}=\overline{BD}-\overline{BE}-\overline{DF}=14-6-6=2(cm)$

12
$\angle A+\angle D=180^\circ$이므로
$\angle C=\angle A=\frac{5}{9}\times180^\circ=100^\circ$

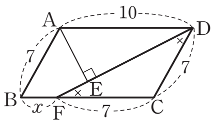
13
$\angle A=3x$, $\angle B=2x$라고 하면
$\angle D=2x$, $\angle C=3x$가 된다.
그러므로 $\angle A+\angle B=3x+2x=5x=180^\circ$에서 $x=36^\circ$
따라서 $\angle D=\angle B=2x=2\times36^\circ=72^\circ$

14
$\angle DAB+\angle B=180^\circ$이므로
$\angle B=180^\circ\times\frac{5}{9}=100^\circ$
$\triangle BPA$는 $\overline{AB}=\overline{BP}$인 이등변삼각형이다.
따라서 $\angle x=\frac{1}{2}\times(180^\circ-100^\circ)=40^\circ$

15
$\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$에서 $\angle AEB=\angle EBC$이므로
$\triangle ABE$는 이등변삼각형이다.
그러므로 $\overline{AB}=\overline{AE}=\overline{AD}-\overline{DE}=\overline{BC}-\overline{DE}$
$=10-2=8(cm)$

따라서 □ABCD의 둘레의 길이 l은
$l=8+8+10+10=36(cm)$

16
$\angle DAF=\angle BFA$ (엇각)
$\angle BAF=\angle CEF$ (엇각)
$\angle BAF=\angle DAF$이므로
$\angle BAF=\angle BFA$, $\angle DAE=\angle DEA$ $\therefore$ $\overline{BF}=\overline{AB}=4$, $\overline{AD}=\overline{DE}$
$\therefore$ $\overline{BC}=\overline{BF}+\overline{CF}=4+3=7$
$\overline{DE}=\overline{AD}=\overline{BC}=7$
따라서 $\overline{AD}+\overline{DE}=7+7=14$

17


그림과 같이 엇각을 적용하면
삼각형 CDF는 두 밑각의 크기가 같으므로 이등변삼각형이다.
따라서 $x=10-7=3$

18
평행사변형 ABCD에서
$\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$이므로 $\angle AEB=\angle EAD=\angle BAE$에서
$\overline{AB}=\overline{BE}=5(cm)$
$\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$이므로 $\angle DFC=\angle FDA=\angle CDF$에서
$\overline{DC}=\overline{FC}=5(cm)$
따라서 $\overline{FE}=\overline{BE}+\overline{FC}-\overline{BC}$
$=5+5-8=2(cm)$

19
$\angle ABE=\angle EBC=\angle AEB$이므로
$\triangle ABE$는 이등변삼각형이다.
$\therefore$ $\overline{AE}=\overline{AB}=4(cm)$
$\therefore$ $\overline{ED}=\overline{AD}-\overline{AE}=6-4=2(cm)$
같은 방법으로 $\triangle FDC$에서 $\overline{FD}=\overline{DC}=4(cm)$
$\therefore$ $\overline{AF}=\overline{AD}-\overline{FD}=6-4=2(cm)$
따라서 $\overline{EF}=\overline{AD}-\overline{AF}-\overline{ED}=6-2-2=2(cm)$

20
$\angle GCD=\angle AFG=40^\circ$
$\angle GCD=\angle GCB=\angle CGE=40^\circ$
$\therefore$ $\angle BCD=80^\circ$
$\angle ABC+\angle BCD=180^\circ$
$\angle ABC+80^\circ=180^\circ$
$\therefore$ $\angle ABC=100^\circ$
$\angle EBC=50^\circ$이므로 $\angle GEH=\angle EBC=50^\circ$
따라서 $\angle HED=180^\circ-50^\circ=130^\circ$

21
평행사변형에서 대변의 길이는 같으므로

$\overline{CD}=\overline{AB}=8$

평행사변형에서 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분하므로

$\overline{OC}=\frac{1}{2}\overline{AC}=5$, $\overline{OD}=\frac{1}{2}\overline{BD}=7$

따라서 $\triangle COD$의 둘레의 길이 l은

$l=\overline{OD}+\overline{OC}+\overline{CD}=7+5+8=20$

22

$\overline{OD}=\overline{OB}=4(cm)$, $\overline{AB}=\overline{DC}=9(cm)$,

$\overline{OC}=\overline{OA}=8(cm)$

따라서 색칠한 도형의 둘레의 길이 l은

$l=2(8+4+9)=42(cm)$

23

$\triangle OAP$와 $\triangle OCQ$에서 $\square ABCD$가 평행사변형이므로

$\angle OAP=\angle OCQ$ ($\because$ 엇각),

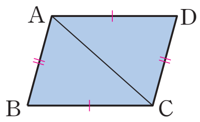
$\angle AOP=\angle COQ$ ($\because$ 맞꼭지각), $\overline{AO}=\overline{OC}$이다.

그러므로 $\triangle OAP$와 $\triangle OCQ$는 합동이다.

따라서

$$\begin{aligned}\triangle AOP+\triangle DOQ&=\triangle COQ+\triangle DOQ\\&=\triangle OCD=\square ABCD\times\frac{1}{4}\\&=36\times\frac{1}{4}=9(cm^2)\end{aligned}$$

24



$\triangle ABC$와 $\triangle CDA$에서

$\overline{AB}=\overline{CD}$, $\overline{BC}=\overline{DA}$, $\overline{AC}$는 공통

$\therefore$ $\triangle ABC\equiv\triangle CDA$ (SSS 합동)

따라서 $\angle BAC=\boxed{\angle DCA}$ (엇각)이므로

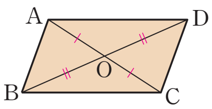
$\overline{AB}/\!/\boxed{DC}$ $\cdots\cdots$ ㉠

또 $\angle BCA=\boxed{\angle DAC}$ (엇각)이므로

$\overline{AD}/\!/\boxed{BC}$ $\cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서 $\square ABCD$는 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로 평행사변형이다.

25



$\overline{AO}=\overline{CO}$, $\overline{BO}=\overline{DO}$ $\cdots\cdots$ ㉠

$\angle AOB=\angle COD$ $\cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서

$\triangle AOB\equiv\boxed{\triangle COD}$ ($\boxed{SAS}$ 합동)

$\therefore\angle ABO=\angle CDO$

따라서, 엇각의 크기가 같으므로 $\overline{AB}/\!/\boxed{DC}$

같은 방법으로 하면 $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$

따라서, 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로 $\square ABCD$는 평행사변형이다.

26

① $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이지만 나머지 조건을 말할 수 없으므로 평행사변형이라고 할 수 없다.

② $\overline{AD}\neq\overline{BC}$이므로 평행사변형이 아니다.

③ $\overline{AB}\neq\overline{CD}$이므로 평행사변형이 아니다.

⑤ 등변사다리꼴도 이 조건을 만족시키므로 반드시 평행사변형인 것은 아니다.

27

② 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같으면 평행사변형이다.

28

$\angle A=80°$, $\angle B=100°$ 즉, $\angle A+\angle B=180°$이므로

$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$임을 알 수 있다.

또한 $\overline{AD}=\overline{BC}$이므로 평행사변형이다.

29

③ $\overline{AB}=\overline{DC}=7$ (cm)

$\angle BAC=\angle ACD=42°$에서 엇각의 크기가 같으므로

$\overline{AB}/\!/\overline{DC}$

즉, 한 쌍의 대변이 평행하고, 그 길이가 같으므로

$\square ABCD$는 평행사변형이다.

30

ㄱ. $\angle A=\angle C$이고 $\angle A+\angle B=180°$이므로 $\square ABCD$는 평행사변형

ㄴ. $\overline{AB}=\overline{DC}$라고 할 수 없으므로 $\square ABCD$는 평행사변형이라고 할 수 없다.

ㄷ. $\angle B+\angle C\neq180°$이므로 $\square ABCD$는 평행사변형이 아니다.

ㄹ. $\angle A=\angle C$이고 $\overline{AB}/\!/\overline{DC}$이면 $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로 $\square ABCD$는 평행사변형

31

두 쌍의 대변의 길이가 각각 같아야 하므로

$\overline{AB}=\overline{DC}$에서 $3x=12$ $\therefore$ $x=4$

$\overline{AD}=\overline{BC}$에서 $15=2y+3$ $\therefore$ $y=6$

32

두 쌍의 대변이 각각 평행해야 하므로

$\overline{AB}/\!/\overline{DC}$, $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$에서

$\angle BAC=\angle DCA$ (엇각)이므로 $\angle x=80°$

따라서 $\angle DBC=\angle BDA$ (엇각)이므로 $\angle y=20°$

33

$\square ABCD$의 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같아야 하므로

$\overline{AD}=\overline{BC}$에서 $2x-y=4x-6y$

$\therefore$ $2x=5y$ $\cdots\cdots$ ㉠

$\overline{AB}=\overline{DC}$에서 $x-y=3$

$\therefore$ $x=3+y$ $\cdots\cdots$ ㉡

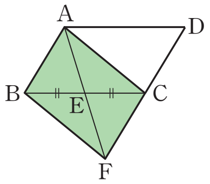
㉠에 ㉡을 대입하면

$2(3+y)=5y$에서 $3y=6$ $\therefore y=2$

㉡에 $y=2$를 대입하면 $x=5$

따라서 $x+y=5+2=7$

34



$\triangle$ABE와 $\triangle$FCE에서

$\overline{AB} /\!/ \overline{DF}$이므로

$\angle ABE = \boxed{\angle FCE}$ (엇각) …… ㉠

$\boxed{\angle BEA} = \angle CEF$ (맞꼭지각) …… ㉡

$\overline{BE} = \boxed{\overline{CE}}$ …… ㉢

㉠, ㉡, ㉢에서 $\triangle ABE \equiv \boxed{\triangle FCE}$ (ASA 합동)

$\therefore \overline{AE}=\overline{FE}$, $\overline{BE}=\overline{CE}$

따라서, □ABFC는 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하므로 평행사변형이다.

35

$\overline{AS}=\overline{QC}$, $\overline{AS} /\!/ \overline{QC}$이므로 □AQCS는 평행사변형이다.

$\therefore \overline{AQ} /\!/ \overline{SC}$ …… ㉠

$\overline{AP}=\overline{RC}$, $\overline{AP} /\!/ \overline{RC}$이므로 □APCR은 평행사변형이다.

$\therefore \overline{AR} /\!/ \overline{PC}$ …… ㉡

㉠, ㉡에서 $\overline{AE} /\!/ \overline{FC}$, $\overline{AF} /\!/ \overline{EC}$

따라서 □AECF는 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로 평행사변형이다.

36

평행사변형이 되기 위한 조건은

(1) 두 쌍의 대변이 각각 평행할 때

(2) 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같을 때

(3) 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같을 때

(4) 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분할 때

(5) 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같을 때이다.

37

□PBQD는 평행사변형이고, $\triangle$ABP는 이등변삼각형이므로

$\overline{AB}=\overline{AP}=5$(cm)

따라서 $\overline{DP}=7-5=2$(cm)

38

$\triangle ABC = \frac{1}{2}$□ABCD$=24$(cm^2)

39

$\triangle OAB = \frac{1}{4}$□ABCD$=12$(cm^2)

40

□FGEH$=\frac{1}{4}$□ABEF$+\frac{1}{4}$□FECD

$=12$(cm^2)

41

□ABCD$=80$(cm^2)이므로

$\triangle PAB + \triangle PCD = \frac{1}{2}$□ABCD$=40$(cm^2)

따라서 $16+\triangle PCD=40$에서 $\triangle PCD=24$(cm^2)

42

$\triangle$BCP의 넓이를 x cm^{2}라 하면

$21+27=25+x$에서 $x=23$(cm^2)

따라서 $\triangle$BCP의 넓이는 23(cm^2)

43

□ABCD$\times\frac{1}{2}\times\frac{3}{5}=15$(cm^2)를 만족한다.

따라서 □ABCD$=50$(cm^2)

STEP 3 단원 마무리

:: 048쪽 ~ 049쪽

01 ②	**02** ①	**03** 9 cm	**04** ③	**05** ④
06 ①, ④	**07** ①	**08** ㄱ, ㄹ	**09** ④	
10 18 cm	**11** 120°	**12** 8 cm^2		

01

□ABCD가 평행사변형이므로 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.

그러므로 $\overline{BO}=\overline{OD}=7$(cm)

한편 $\angle DAB=\angle DCB=120^\circ$, $\angle ABC=\angle ADC=\angle x$

따라서 $120^\circ+120^\circ+\angle x+\angle x=360^\circ$에서 $\angle x=60^\circ$

02

$\angle C=180^\circ-72^\circ=108^\circ$

따라서 $\angle x=180^\circ-40^\circ-108^\circ=32^\circ$

03

점 A와 E, 점 O와 D를 연결하면 $\overline{OA} /\!/ \overline{ED}$, $\overline{OA}=\overline{OC}=\overline{ED}$이므로

□AODE는 평행사변형이다.

따라서, $\overline{AF}=\overline{FD}$, $\overline{OF}=\overline{FE}$이므로

$\overline{AF}=\frac{1}{2}\overline{AD}=\frac{1}{2}\times10=5$(cm)

$\overline{OF}=\frac{1}{2}\overline{OE}=\frac{1}{2}\overline{CD}=\frac{1}{2}\times8=4$(cm)

따라서 $\overline{AF}+\overline{OF}=5+4=9$(cm)

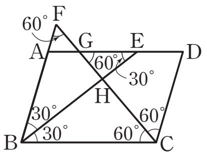
04

$\angle DAB+\angle B=180^\circ$이므로 $\angle B=180^\circ\times\frac{4}{9}=80^\circ$

$\triangle$BPA는 $\overline{AB}=\overline{BP}$인 이등변삼각형이므로

$\angle x=\frac{1}{2}\times(180^\circ-80^\circ)=50^\circ$

05



$\angle GCD=\angle AFG=60^\circ$ (엇각)

$\angle GCD=\angle GCB=\angle CGE=60^\circ$

$\angle ABC+\angle BCD=180^\circ$

$\angle ABC+120^\circ=180^\circ$

$\angle ABC=60^\circ$이므로 $\angle HBC=30^\circ$

$\angle GEH=\angle HBC=30^\circ$ (엇각)

따라서 $\angle HED=180^\circ-30^\circ=150^\circ$

06

$\angle BAE=\angle CEG=55^\circ$ ($\because$ 엇각)

$\angle DAG=\angle AGB=55^\circ$ ($\because$ 엇각)

$\angle AGB=\angle CGE=55^\circ$이므로 $\triangle CGE$는 $\overline{CG}=\overline{CE}=3$인 이등변삼각형이다.

그러므로 $\overline{DE}=5+3=8$

따라서 $\angle BAG=\angle AGB=55^\circ$이므로 $\triangle ABG$는 이등변삼각형이다.

07

① 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같아야 하는데 이웃하는 변의 길이가 같으므로 평행사변형이 아니다.

② 한 쌍의 대변이 평행하고, 그 길이가 같다.

③ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.

④ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.

⑤ 이웃하는 두 각의 크기의 합이 180°이므로 한 쌍의 대변이 평행하고, 그 길이가 같다.

08

ㄱ. 두 쌍의 대변의 길이가 서로 같으므로 평행사변형이다.

ㄴ. $\angle A+\angle B=61^\circ+118^\circ\neq180^\circ$이므로 평행사변형이 아니다.

ㄷ. 평행한 $\overline{AB}$와 $\overline{DC}$의 길이가 서로 같다고 할 수 없으므로 평행사변형이라고 할 수 없다.

ㄹ. 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하므로 평행사변형이다.

09

$\overline{AO}=\overline{CO}$, $\overline{BO}=\overline{DO}$이므로 평행사변형 ABCD의 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.

$\overline{BE}=\overline{FD}$이므로 □AECF는 대각선이 서로 다른 것을 이등분하므로 평행사변형이 된다.

10

□ABCD는 평행사변형이므로 $\overline{AO}=\overline{CO}$

□OCDE는 평행사변형이므로 $\overline{OC}=\overline{ED}$

$\therefore\ \overline{AO}=\overline{ED}$ …… ㉠

$\overline{OC}/\!/\overline{ED}$이므로 $\overline{AO}/\!/\overline{ED}$ …… ㉡

㉠, ㉡에 의해 □AODE는 평행사변형이다.

따라서 $\overline{AF}=\overline{DF}$, $\overline{OF}=\overline{EF}$이므로

$\overline{AF}=\frac{1}{2}\overline{AD}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times20=10(\text{cm})$

$\overline{OF}=\frac{1}{2}\overline{OE}=\frac{1}{2}\overline{CD}=\frac{1}{2}\times16=8(\text{cm})$

따라서 $\overline{AF}+\overline{OF}=10+8=18(\text{cm})$

11

□HBFD는 평행사변형이므로

$\angle HDF=\angle HBF=55^\circ$

$\triangle AFD$에서 $\angle AFD=60^\circ$

□HBFD는 평행사변형이므로 $\overline{EH}/\!/\overline{FG}$,

□AFCH는 평행사변형이므로 $\overline{EF}/\!/\overline{HG}$이다.

그러므로 □EFGH는 평행사변형이다.

$\angle EFG+\angle FGH=180^\circ$

따라서 $\angle FGH=120^\circ$

12

$\triangle PAB+\triangle PCD=\triangle PAD+\triangle PBC$이므로

$11+\triangle PCD=15+20$에서 $\triangle PCD=24(\text{cm}^2)$

$\overline{CE}:\overline{ED}=1:2$이므로

$\triangle PCE=\frac{1}{3}\triangle PCD=\frac{1}{3}\times24=8(\text{cm}^2)$

4 여러 가지 사각형

STEP 1 유형 익히기 :: 050쪽 ~ 051쪽

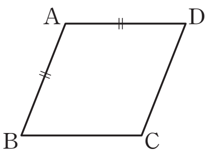
01 ③ **02** ①, ④ **03** 6
04 (가) $\overline{DC}$ (나) $\overline{BC}$ (다) $\overline{AB}$ (라) 마름모
05 (1) 10 cm (2) 20 cm (3) 90° (4) 45°
06 ①, ④ **07** (가) 이등변삼각형, (나) 평행사변형 **08** 5

01
평행사변형 ABCD에서 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.
이때 ∠OAB=∠OBA이므로 △ABO는 이등변삼각형이다.
따라서 $\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}=\overline{OD}$이므로 □ABCD는 직사각형이다.

02
직사각형이 되려면 두 대각선의 길이가 같아야 하고, 네 각의 크기가 같아야 한다.

03
마름모의 두 대각선은 서로 다른 것을 수직이등분하므로
$x=6$

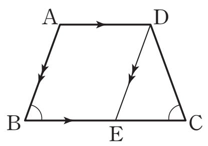
04
$\overline{AB}=\overline{AD}$인 평행사변형 ABCD에 대하여
□ABCD는 평행사변형이므로
$\overline{AB}=\boxed{\overline{DC}}$, $\overline{AD}=\boxed{\overline{BC}}$
그런데 $\boxed{\overline{AB}}=\overline{AD}$이므로
$\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CD}=\overline{DA}$
따라서 □ABCD는 $\boxed{\text{마름모}}$이다.



05
(1) $\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}=\overline{OD}$이므로 $\overline{OD}=10(\text{cm})$
(2) $\overline{AC}=2\overline{OA}=20(\text{cm})$
(3) $\overline{AC}\perp\overline{BD}$이므로 ∠AOB=90°
(4) △OAB에서 $\overline{OA}=\overline{OB}$이므로
∠OAB=∠OBA=(180°−90°)÷2=45°

06
직사각형이 정사각형이 되려면, 네 변의 길이가 같고, 두 대각선이 직교한다는 조건을 만족해야 한다.

07
$\overline{AB}$에 평행하게 $\overline{DE}$를 그으면
∠B=∠DEC (동위각) 또는 ∠B=∠C
△DEC는 $\boxed{\text{이등변삼각형}}$이므로
$\overline{DE}=\overline{DC}$
□ABED는 $\boxed{\text{평행사변형}}$이므로



$\overline{AB}=\overline{DE}$
따라서 $\overline{AB}=\overline{DC}$

08
평행하지 않은 한 쌍의 대변의 길이가 같으므로
$x=5$

STEP 2 유형 다지기 :: 052쪽 ~ 063쪽

01 ① **02** 42° **03** 60° **04** 5
05 8 cm **06** 100° **07** (가) $\overline{AB}$ (나) $\overline{DB}$ (다) SSS (라) ∠C (마) 직사각형
08 ③ **09** (1) 90°, 3 (2) 30°, 6
10 120° **11** 70° **12** (1) 10 (2) 5
13 96° **14** 50° **15** ㄴ, ㄹ, ㅁ **16** 9 **17** 18°
18 (가) 직사각형, (나) 마름모 **19** (1) 90° (2) 45°
20 (1) $x=5$, $y=10$ (2) $x=90$, $y=45$
21 72 cm² **22** 16 cm² **23** ①, ⑤ **24** ㄱ, ㄹ
25 ③, ⑤ **26** 75° **27** 85° **28** 20°
29 (1) 80° (2) 40° **30** 84° **31** 108°
32 (1) △DCB (2) 12 cm
33 36 cm **34** 100° **35** (1) 정삼각형 (2) 8 cm (3) 14 cm
36 20 cm **37** 60° **38** ④ **39** ④ **40** ⑤
41 직사각형 **42** 마름모 **43** 정사각형 **44** 평행사변형
45 평행사변형 **46** 정사각형 **47** ②
48 ② **49** ㄴ, ㅁ, ㅂ **50** ㄴ, ㄷ **51** ①
52 ②, ⑤ **53** 36 cm **54** 16 cm² **55** 18 cm²
56 (가) $\frac{3}{2}ah$ (나) ah (다) 3 (라) 2 **57** ③
58 △DBC **59** 18 cm² **60** 12 cm² **61** 60 cm²
62 16 cm² **63** 15 cm² **64** (1) 12 cm² (2) 6 cm²
65 6 cm² **66** 48 cm² **67** 12 **68** 24 cm²
69 40 cm²

01
두 대각선의 길이가 같고 서로 다른 것을 이등분하는 사각형은 직사각형이다.

02
∠DOC=∠AOB=48° (맞꼭지각)
△OCD에서 ∠OCD=90°−∠x
∠y+(90°−∠x)+48°=180°
따라서 ∠y−∠x=42°

03
$\overline{AE}=\overline{CE}$이므로 ∠EAC=∠ECA
$\overline{AD}$ // $\overline{BC}$이므로 ∠CAD=∠ACB (엇각)

즉 $\angle BAE=\angle EAC=\angle CAD$이므로

$\angle BAE=\frac{1}{3}\angle BAD=\frac{1}{3}\times 90^\circ=30^\circ$

따라서 $\triangle ABE$에서

$\angle AEB=180^\circ-(90^\circ+30^\circ)=60^\circ$

04

직사각형의 대변의 길이는 같으므로 $x=5$

05

$\overline{AO}=\overline{BO}=\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{1}{2}\times 5=\frac{5}{2}(\text{cm})$

따라서 $\triangle ABO$의 둘레의 길이 l은

$l=\overline{AB}+\overline{BO}+\overline{AO}$

$\quad=3+\frac{5}{2}+\frac{5}{2}=8(\text{cm})$

06

$\triangle OAB$에서 $\overline{OA}=\overline{OB}$이므로

$\angle OBA=\angle OAB=50^\circ$

$\therefore \angle x=\angle OAB+\angle OBA$

$\quad=50^\circ+50^\circ=100^\circ$

07

$\overline{AC}=\overline{DB}$인 평행사변형 ABCD에 대하여

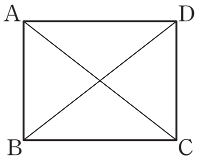
$\triangle ABC$와 $\triangle DCB$에서

$\boxed{\overline{AB}}=\overline{DC}$, $\overline{AC}=\boxed{\overline{DB}}$,

$\overline{BC}$는 공통이므로

$\triangle ABC\equiv\triangle DCB$ ($\boxed{\text{SSS}}$ 합동)

$\therefore \angle B=\boxed{\angle C}$



이때 $\angle A=\angle C$, $\angle B=\angle D$이므로

$\angle A=\angle B=\angle C=\angle D$

따라서 $\square ABCD$는 $\boxed{\text{직사각형}}$이다.

08

$\triangle MAB$와 $\triangle MDC$에서

$\overline{MA}=\overline{MD}$, $\overline{AB}=\overline{DC}$, $\overline{MB}=\overline{MC}$이므로

$\triangle MAB\equiv\triangle MDC$ (SSS 합동)

$\therefore \angle A=\angle D$

한편 $\angle A+\angle D=180^\circ$이므로

$\angle A=\angle D=90^\circ$

따라서 $\square ABCD$는 직사각형이다.

09

(1) $\overline{AC}\perp\overline{BD}$이므로 $\angle x=90^\circ$

따라서 $y=\overline{AO}=3$

(2) $y=\overline{AD}=6$

$\triangle ACD$가 이등변삼각형이므로

$\angle DCA=\angle DAC=60^\circ$

한편 $\angle DOC=90^\circ$이므로 $\triangle DOC$에서

$\angle x=90^\circ-60^\circ=30^\circ$

10

$\square EBFD$가 마름모이면 $\overline{EB}=\overline{ED}$이므로

$\angle EBD=\angle EDB$

$\angle EDB=\angle BDF=\angle FDC=\frac{1}{3}\times 90^\circ=30^\circ$이고

$\angle DBF=30^\circ$이므로 $\angle BFD=180^\circ-(30^\circ+30^\circ)=120^\circ$

11

$\square ABCD$가 마름모이므로 $\overline{AB}=\overline{AD}$

$\triangle ABP$가 정삼각형이므로 $\overline{AB}=\overline{AP}$에서 $\overline{AD}=\overline{AP}$

이때 $\angle BAD=\angle BCD=100^\circ$이므로

$\angle PAD=\angle BAD-\angle BAP=100^\circ-60^\circ=40^\circ$

따라서 $\triangle APD$는 이등변삼각형이므로

$\angle APD=\frac{1}{2}\times(180^\circ-40^\circ)=70^\circ$

12

(1) 마름모는 네 변의 길이가 각각 같으므로 $x=10$

(2) 마름모는 평행사변형이므로 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분하므로 $x=5$

13

마름모의 정의에 의해서 $\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CD}=\overline{DA}$

$\triangle CBD$에서 $\angle CBD=\angle CDB=42^\circ$

그러므로 $\angle C=180^\circ-(42^\circ+42^\circ)=96^\circ$

마름모는 평행사변형이므로 대각의 크기가 같다.

따라서 $\angle A=\angle C=96^\circ$

14

$\triangle CBD$는 이등변삼각형이므로

$\angle CBD=\angle DBA=40^\circ$

$\overline{AC}$를 그으면 $\angle ACE=\frac{1}{2}\times 100^\circ=50^\circ$

$\triangle ACE$에서 $\angle AEC=90^\circ$이므로 $\angle EAC=40^\circ$

두 대각선이 서로 직교하므로 $\overline{AC}$와 $\overline{BD}$의 교점을 O,

$\overline{AE}$와 $\overline{BD}$의 교점을 F라 하면

$\triangle AOF$는 직각삼각형이므로 $\angle AFO=50^\circ$

15

ㄱ. 평행사변형의 두 대각선의 길이가 같으므로 직사각형이다.

ㄴ. 평행사변형의 이웃하는 두 변의 길이가 같으므로 네 변의 길이가 모두 같은 마름모이다.

ㄷ. 평행사변형의 네 내각의 크기가 같으므로 직사각형이다.

ㄹ. $\angle AOB+\angle COB=180^\circ$이므로

$\angle AOB=\angle COB=90^\circ$ $\quad\therefore \overline{AC}\perp\overline{BD}$

따라서 $\square ABCD$는 마름모이다.

ㅁ. 평행사변형의 두 대각선이 서로 수직이므로 마름모이다.

16
$\overline{AD}=\overline{BC}$에서 $3x+5=5x-3$ $\quad \therefore x=4$

그러므로 $\overline{AD}=3x+5=3\times4+5=17$

$\overline{AD}=\overline{CD}$에서 $2y+7=17$ $\quad \therefore y=5$

따라서 $x+y=4+5=9$

17
$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로 $\angle ADB=\angle DBC=36^\circ$ (엇각)

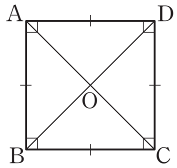
$\triangle AOD$에서 $\angle AOD=180^\circ-(54^\circ+36^\circ)=90^\circ$

따라서 평행사변형 ABCD의 두 대각선이 직교하므로

□ABCD는 마름모이다.

즉, $\angle x=\angle DAC=54^\circ$, $\angle y=\angle DBC=36^\circ$

따라서 $\angle x-\angle y=54^\circ-36^\circ=18^\circ$

18


정사각형 ABCD의 두 대각선의 교점을 O라 하면

□ABCD는 $\boxed{\text{직사각형}}$이므로

$\overline{AO}=\overline{BO}=\overline{CO}=\overline{DO}$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠

또, □ABCD는 $\boxed{\text{마름모}}$이므로

$\overline{AC}\perp\overline{BD}$ $\quad\cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡에 의하여 정사각형 ABCD의 두 대각선은 길이가 같고, 서로 다른 것을 수직이등분한다.

19
(1) 정사각형은 마름모이므로 대각선은 수직이므로 $\angle x=90^\circ$

(2) 정사각형의 대각선은 한 내각을 이등분하므로 $\angle x=45^\circ$

20
(1) $\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}=\overline{OD}=5$이므로 $x=5$

한편 $\overline{BD}=2\overline{OB}=2\overline{OA}=10$이므로 $y=10$

(2) $\overline{AC}\perp\overline{BD}$이므로 $\angle BOC=90^\circ$에서 $x=90$

$\triangle OBC$에서

$\angle OCB=\angle OBC=\dfrac{180^\circ-90^\circ}{2}=45^\circ$

따라서 $y=45$

21
정사각형은 서로 다른 두 대각선을 수직이등분하므로

정사각형 ABCD의 넓이 S는

$S=\dfrac{1}{2}\times12\times6\times2=72(\mathrm{cm}^2)$

22
$\triangle AEJ$와 $\triangle DEJ$에서 $\overline{AE}=\overline{DE}$,

$\angle EAJ=\angle EDI$, $\angle AEJ=90^\circ-\angle JED=\angle DEI$

$\therefore \triangle AEJ\equiv\triangle DEJ$ (ASA 합동)

$□EIDJ=\triangle JED+\triangle DEI=\triangle JED+\triangle AEJ=\triangle AED$

따라서 $□ABCD=8\times8=64(\mathrm{cm}^2)$이므로

$\triangle AED=\dfrac{1}{4}\times64=16(\mathrm{cm}^2)$

23
① 네 변의 길이가 같은 사각형은 마름모이다.

⑤ 한 내각이 직각이고 두 대각선의 길이가 같은 평행사변형은 직사각형이다.

24
ㄱ. 평행사변형 ABCD에서 $\overline{AB}=\overline{BC}$이면 마름모, $\overline{OB}=\overline{OC}$이면 직사각형이므로 평행사변형 ABCD는 정사각형

ㄴ. 평행사변형 ABCD에서 $\overline{AB}=\overline{AD}$이면 마름모, $\overline{AC}\perp\overline{BD}$도 마름모의 성질이다.

ㄷ. 평행사변형 ABCD에서 $\overline{AC}=\overline{BD}$이면 직사각형이고 $\angle A=90^\circ$도 직사각형의 성질이다.

ㄹ. 평행사변형 ABCD에서 $\overline{AB}=\overline{AD}$이면 마름모, $\overline{AC}=\overline{BD}$이면 직사각형의 성질이므로 평행사변형 ABCD는 정사각형

25
직사각형 ABCD가 정사각형이 되기 위해서는 마름모가 되기 위한 조건을 만족해야 하므로 $\overline{AB}=\overline{BC}$이거나 $\overline{AC}\perp\overline{BD}$이다.

26
$\angle BAP=90^\circ-30^\circ=60^\circ$, $\angle ABP=45^\circ$

그러므로 $\angle APB=180^\circ-60^\circ-45^\circ=75^\circ$

$\triangle ABP\equiv\triangle CBP$ (SAS 합동)

따라서 $\angle BPC=\angle BPA=75^\circ$

27
$\overline{AE}=\overline{AB}$이므로 $\triangle ABE$는 이등변삼각형이다.

$\angle BAE=180^\circ-40^\circ-40^\circ=100^\circ$

$\angle EAD=100^\circ-90^\circ=10^\circ$

$\overline{AD}=\overline{AE}$이므로 $\triangle ADE$는 이등변삼각형이고

$\angle AED=\angle ADE$이다.

따라서 $\angle AED=\dfrac{1}{2}(180^\circ-10^\circ)=85^\circ$

28
$\angle BEP$는 $\triangle ADE$의 한 외각이므로

$\angle ADE=110^\circ-90^\circ=20^\circ$

또, $\triangle ADE\equiv\triangle BAF$(SAS 합동)이므로

$\angle BAF=\angle ADE=20^\circ$

29
(1) $\overline{AD}$와 $\overline{BC}$와 평행하므로 동측내각의 합은 180°

따라서 $\angle x=80^\circ$

(2) $\overline{AD}$와 $\overline{BC}$와 평행하므로 $\angle x=\angle DBC$ (엇각)

등변사다리꼴은 두 밑각의 크기가 같으므로

$\angle x+30^\circ=70^\circ$ $\quad \therefore \angle x=40^\circ$

30
$\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$이므로 $\angle DAC=\angle ACB=32^\circ$ (엇각)

$\triangle ACD$에서 $\overline{AD}=\overline{CD}$이므로

$\angle DAC=\angle DCA=32^\circ$

$\triangle ABC \equiv \triangle DCB$ (SAS 합동)

$\angle DBC=\angle ACB=32^\circ$

따라서 $\triangle DBC$에서

$\angle x=180^\circ-(32^\circ+32^\circ+32^\circ)=84^\circ$

31
$\angle DCA=\angle x$라 하면

$\triangle ACD$는 $\overline{DA}=\overline{DC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle DAC=\angle DCA=\angle x$

또 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$이므로

$\angle ACB=\angle DAC=\angle x$ (엇각)

$\therefore\ \angle DCB=\angle x+\angle x=2\angle x$

이때 $\square ABCD$는 등변사다리꼴이므로

$\angle ABC=\angle DCB=2\angle x$

$\triangle ABC$에서 $2\angle x+2\angle x+\angle x=180^\circ$이므로

$5\angle x=180^\circ \qquad \therefore\ \angle x=36^\circ$

따라서 $\angle ABC+\angle DCA=72^\circ+36^\circ=108^\circ$

32
(1) $\angle B=\angle C$이므로 $\square ABCD$는 등변사다리꼴이고,

$\triangle ABC$와 $\triangle DCB$에서

$\overline{AB}=\overline{DC}$, $\angle B=\angle C$, $\overline{BC}$는 공통

따라서 $\triangle ABC \equiv \triangle DCB$ (SAS 합동)

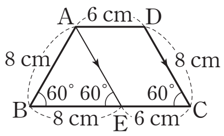
(2) $\triangle ABC \equiv \triangle DCB$이므로

$\overline{BD}=\overline{AC}=12(\text{cm})$

33
다음 그림과 같이 점 A를 지나고

$\overline{DC}$에 평행한 직선을 그어

$\overline{BC}$와 만나는 점을 E라고 하면



$\square AECD$는 평행사변형이므로

$\overline{EC}=\overline{AD}=6$ cm

$\angle C=\angle B=60^\circ$이고 $\overline{AE} /\!/ \overline{DC}$이므로

$\angle AEB=\angle C=60^\circ$ (동위각)

즉, $\triangle ABE$는 정삼각형이므로 $\overline{BE}=\overline{AB}=8$ cm

그러므로 $\overline{BC}=\overline{BE}+\overline{EC}=8+6=14(\text{cm})$

한편 $\overline{DC}=\overline{AB}=8$ cm

따라서 $\square ABCD$의 둘레의 길이 l은

$l=\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CD}+\overline{DA}$

$\ =8+14+8+6=36(\text{cm})$

34
$\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$이므로 $\angle DAC=\angle ACB=40^\circ$

$\overline{AB}=\overline{DC}$이므로 $\angle ADB=40^\circ$

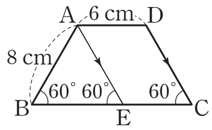
$\angle ADE=180^\circ-40^\circ=140^\circ$이므로

$\angle BDE=100^\circ$

35
(1) 다음 그림에서 $\angle AEB=\angle C=60^\circ$

$\angle BAE=180^\circ-(60^\circ+60^\circ)=60^\circ$

따라서 $\triangle ABE$는 정삼각형이다.



(2) $\triangle ABE$가 정삼각형이므로

$\overline{BE}=\overline{AB}=8(\text{cm})$

(3) $\overline{AD} /\!/ \overline{EC}$, $\overline{AE} /\!/ \overline{DC}$이므로 $\square AECD$는 평행사변형

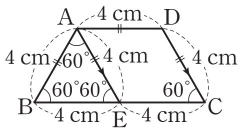
그러므로 $\overline{EC}=\overline{AD}=6(\text{cm})$

따라서 $\overline{BC}=\overline{BE}+\overline{EC}=8+6=14(\text{cm})$

36
그림과 같이 점 A에서 $\overline{DC}$와

평행한 직선을 그어

$\overline{BC}$와 만나는 점을 E라고 하면



$\angle ABE=\angle BEA=\angle EAB=60^\circ$

즉, $\triangle ABE$가 정삼각형이므로 $\overline{BE}=4(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{AB}=\overline{BE}=\overline{EC}=\overline{CD}=\overline{DA}=4(\text{cm})$

따라서 $\square ABCD$의 둘레의 길이 l은

$l=4\times5=20(\text{cm})$

37
$\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$이므로 $\angle ADB=\angle DBC=\angle ABD$

점 D에서 $\overline{BC}$에 $\overline{AB}$와 평행한 선을 그어서

$\overline{BC}$와 만나는 점을 M이라 하면,

$\square ABMD$는 마름모가 되므로 $\overline{BM}=\overline{DM}=4(\text{cm})$

$\overline{CM}=\overline{DM}=\overline{CD}=4(\text{cm})$이므로 $\triangle DMC$는 정삼각형이다.

따라서 $\angle BCD=60^\circ$

38
① $\angle A=90^\circ$이면 직사각형

② $\overline{AC}\perp\overline{BD}$이면 마름모

③ $\overline{AC}=\overline{BD}$이면 직사각형

⑤ $\overline{AD}=\overline{BC}$이면 평행사변형

39
④ 마름모와 직사각형은 서로 다르다.

40
⑤ 대각선의 길이가 같은 평행사변형은 직사각형이다.

41
$\angle A+\angle B=180^\circ$이므로

$\angle EAB+\angle EBA=90^\circ$

$\triangle ABE$에서 $\angle AEB=180^\circ-90^\circ=\angle 90^\circ$

$\therefore\ \angle HEF=\angle AEB=90^\circ$ (맞꼭지각)

같은 방법으로 하면 $\angle HGF=90^\circ$ 또 $\angle ABC+\angle BCD=180^\circ$

이므로

$\angle HBC + \angle HCB = 90^\circ$
$\triangle HBC$에서 $\angle BHC = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$
같은 방법으로 하면 $\angle AFD = 90^\circ$
$\therefore\ \angle HEF = \angle EFG = \angle FGH = \angle GHE = 90^\circ$
따라서 □EFGH는 직사각형이다.

42
$\overline{AF} /\!/ \overline{BE}$이므로
$\angle AEB = \angle FAE$, $\angle AFB = \angle FBE$
$\triangle ABF$에서 $\angle ABF = \angle AFB$이므로
$\overline{AB} = \overline{AF}$
마찬가지 방법으로 $\triangle ABE$에서
$\overline{AB} = \overline{BE}$
따라서 □ABEF는 평행사변형이면서 이웃하는 두 변의 길이가 같으므로 마름모이다.

43
$\angle FAD = \angle FDA = \angle HBC = \angle HCB = 45^\circ$에서
$\angle EHG = \angle EFG = 90^\circ$ …… ㉠
$\angle EAB = \angle EBA = \angle GDC = \angle GCD = 45^\circ$에서
$\angle HEF = \angle HGF = 90^\circ$ …… ㉡
한편 $\triangle AFD \equiv \triangle BHC$ (ASA 합동)에서
$\overline{AF} = \overline{DF} = \overline{BH} = \overline{CH}$
$\triangle AEB \equiv \triangle DGC$ (ASA 합동)에서
$\overline{AE} = \overline{BE} = \overline{DG} = \overline{CG}$
$\therefore\ \overline{HE} = \overline{EF} = \overline{FG} = \overline{GH}$ …… ㉢
㉠, ㉡, ㉢에서 □EFGH는 정사각형이다.

44
$\triangle AOD$와 $\triangle COB$에서
$\angle AOD = \angle COB$ (맞꼭짓각) …… ㉠
$\overline{BO} = \overline{DO}$ …… ㉡
$\angle ADO = \angle OBC$ (엇각) …… ㉢
㉠, ㉡, ㉢에서 $\triangle AOD \equiv \triangle COB$ (ASA 합동)
$\therefore\ \overline{AO} = \overline{CO}$
□AECF에서 대각선이 서로 다른 것을 이등분하므로 평행사변형이다.

45
$\triangle APS = \triangle CRQ$이므로 $\overline{PS} = \overline{QR}$
$\triangle PBQ = \triangle RDS$이므로 $\overline{PQ} = \overline{RS}$
두 쌍의 대변의 길이가 서로 같으므로
□PQRS는 평행사변형이 된다.

46
□ABNM은 정사각형이므로
$\overline{AN} \perp \overline{BM}$, $\overline{AP} = \overline{BP} = \overline{NP} = \overline{MP}$
□MNCD도 정사각형이므로
$\overline{MC} \perp \overline{ND}$, $\overline{MQ} = \overline{NQ} = \overline{CQ} = \overline{DQ}$
그런데 □ABNM≡□MNCD이므로
$\overline{AP} = \overline{MQ}$이다.
따라서 □MPNQ는 내각의 크기가 90°이고 네 변의 길이가 같으므로 정사각형이다.

47
정사각형의 대각선은 각각 길이가 같고 서로 수직이등분한다.

48
$\triangle OAB$에서 $\angle OAB = \angle OBA$이므로
$\overline{OA} = \overline{OB}$ 즉, $\overline{AC} = \overline{BD}$
따라서 평행사변형 ABCD의 두 대각선의 길이가 같으므로
□ABCD는 직사각형이다.

49
두 대각선의 길이가 같은 사각형은 등변사다리꼴, 직사각형, 정사각형이다.

50
두 대각선이 서로 다른 것을 수직이등분하는 사각형은 정사각형, 마름모이다.

51
대각선의 길이가 같으므로 직사각형이고,
대각선이 서로 다른 것을 수직이등분하므로 마름모이다.
따라서 직사각형이면서 마름모인 것은 정사각형이다.

52
마름모의 각 변의 중점을 연결하여 만든 사각형은 직사각형이다.

53
□EFGH는 마름모이므로
□EFGH의 둘레의 길이 l은
$l = \overline{EF} + \overline{FG} + \overline{GH} + \overline{HE} = 4 \times 9 = 36(\mathrm{cm})$

54
직사각형의 중점을 연결하여 만든 사각형은 마름모이므로
□PQRS$= \dfrac{1}{2} \times 8 \times 4 = 16(\mathrm{cm}^2)$

55
점 P에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면
□ABCD$= \overline{BC} \cdot \overline{PH} = 36\ \mathrm{cm}^2$
따라서 $\triangle PBC = \dfrac{1}{2} \overline{BC} \cdot \overline{PH} = \dfrac{1}{2} \times 36 = 18(\mathrm{cm}^2)$

56
$\triangle ABP = \dfrac{1}{2} \times 3a \times h = \boxed{\dfrac{3}{2}ah}$

$\triangle APC = \dfrac{1}{2} \times 2a \times h = \boxed{ah}$

따라서 $\triangle ABP : \triangle APC = \dfrac{3}{2}ah : ah = \boxed{3 : 2}$

57
$\triangle DEC=\triangle AEC$이므로 $\triangle ABE+\triangle DEC=\triangle ABC$

58
$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로 $\triangle ABC$와 밑변의 길이가 같은

$\triangle DBC$의 넓이가 같다.

59
$\triangle EBC=\triangle ABC-\triangle ABE$
$=\triangle ABC-\triangle ABD$
$=\triangle ABC-\frac{1}{2}\triangle ABC$
$=36-18=18(cm^2)$

60
$\overline{AC}/\!/\overline{DE}$이므로 $\triangle DAC=\triangle EAC$

$\square ABCD$의 넓이 S는

$S=\triangle ABC+\triangle DAC$
$=\triangle ABC+\triangle EAC$
$=\triangle ABE=\frac{1}{2}\times(4+4)\times3=12(cm^2)$

61
$\overline{BE}:\overline{EC}=2:3$이므로 $\triangle ABE=24(cm^2)$

$\triangle AEC=\triangle AED=36(cm^2)$이므로

따라서 $\square ABED$의 넓이 S는

$S=\triangle ABE+\triangle AED=24+36=60(cm^2)$

62
$\triangle APC=\triangle PCD$이므로 $\triangle ABC=\triangle PBD$

따라서 $\square APQC$의 넓이 S는

$S=\triangle PQD=\frac{1}{2}\triangle PBD=\frac{1}{2}\triangle ABC$

$=\frac{1}{2}\times32=16(cm^2)$

63
$3:5=9:\triangle EFC$에서 $\triangle EFC=15(cm^2)$

$\triangle AED=\triangle CED$

따라서 $\square AEFD$의 넓이 S는

$S=\triangle EFD+\triangle AED$
$=\triangle EFD+\triangle CED$
$=\triangle EFC$
$=15(cm^2)$

64
(1) $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로 $\triangle AEC=\triangle DEC$

따라서 $\triangle ABE+\triangle DEC=\triangle ABE+\triangle AEC$
$=\triangle ABC=12(cm^2)$

(2) $\triangle DMC=\frac{1}{2}\triangle DBC=\frac{1}{2}\triangle ABC=6(cm^2)$

65
$\triangle ABM=\frac{1}{2}\triangle ABC=\frac{1}{2}\times20=10(cm^2)$

$\triangle ABP:\triangle PBM=\overline{AP}:\overline{PM}=2:3$이므로

$\triangle PBM=\frac{3}{5}\triangle ABM=\frac{3}{5}\times10=6(cm^2)$

66
$\triangle APQ:\triangle PBQ=3:1$이므로

$27:\triangle PBQ=3:1$에서 $\triangle PBQ=9(cm^2)$

$\triangle ABQ=\triangle APQ+\triangle PBQ$

$=27+9=36(cm^2)$

한편 $\triangle ABQ:\triangle AQC=3:1$에서

$\triangle AQC=12(cm^2)$

따라서 $\triangle ABC$의 넓이 S는

$\therefore\ S=\triangle ABQ+\triangle AQC=36+12=48(cm^2)$

67
$\triangle ABC=\triangle ABO+\triangle OBC$이므로 $\triangle ABO=12$이다.

따라서 $\triangle DOC$의 넓이 S는

$S=\triangle OAB=\triangle ODC=12$

68
$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로 $\triangle DEC=\triangle AEC$

따라서 색칠한 부분의 넓이 S는

$S=\triangle ABE+\triangle DEC$
$=\triangle ABE+\triangle AEC=24(cm^2)$

69
$\triangle OAB:\triangle ODA=5:3$이므로

$\triangle OAB=\frac{5}{8}\triangle ABD=\frac{5}{8}\times24=15(cm^2)$

또 $\triangle OBC:\triangle OCD=5:3$이고

$\triangle OCD=\triangle OAB=15(cm^2)$이므로

$\therefore\ \triangle OBC:15=5:3$

$\therefore\ \triangle OBC=25(cm^2)$

$\therefore\ \triangle ABC=\triangle OAB+\triangle OBC$
$=15+25=40(cm^2)$

STEP 3 단원 마무리
:: 064쪽 ~ 065쪽

01 $\overline{BO}=3$, $\angle DBC=36°$ **02** ③ **03** ④
04 ② **05** $112\ cm^2$ **06** ㄱ, ㄹ, ㅂ
07 ① **08** ⑤ **09** 120° **10** ① **11** ①
12 20 cm

01
$\overline{BO}=\frac{1}{2}\overline{BD}=\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{1}{2}\times6=3$

한편 $\overline{BO}=\overline{CO}$이므로 $\triangle OBC$는 이등변삼각형이다.

따라서 $\angle OBC=\angle ACB=180^\circ-(90^\circ+54^\circ)=36^\circ$

02

$\overline{AB}=\overline{CD}$, $\overline{BM}=\overline{CM}$, $\overline{AM}=\overline{DM}$이므로

$\triangle ABM\equiv\triangle DCM$ (SSS 합동)이므로 $\angle B=\angle C$

그런데 $\angle B+\angle C=180^\circ$이므로 $\angle B=\angle C=90^\circ$

그러므로 $\square ABCD$는 직사각형이다.

따라서 $\square ABCD=\overline{AD}\cdot\overline{AB}=5\times3=15(cm^2)$

03

점 A와 점 C를 이으면

$\angle ACE=\frac{1}{2}\times112^\circ=56^\circ$

$\triangle AEC$에서 $\angle EAC=180^\circ-(90^\circ+56^\circ)=34^\circ$

따라서 $\angle x=180^\circ-(90^\circ+34^\circ)=56^\circ$

04

$\square ABCD$가 평행사변형이므로

$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이다.

$\angle ADO=\angle OBC=35^\circ$

$\angle DAO=\angle OCB=55^\circ$

$\triangle AOD$의 내각의 합은

$\angle AOD+35^\circ+55^\circ=180^\circ$에서

$\angle AOD=90^\circ$

$\square ABCD$의 두 대각선은 서로 다른 것을 수직이등분하므로 마름모이다.

따라서 $\overline{AB}=\overline{AD}$이므로 $\angle ABD=35^\circ$

05

색칠한 부분의 넓이는 두 정사각형의 넓이의 합에서 겹치는 부분의 넓이를 한 번 뺀 것이다.

$\triangle EBI$와 $\triangle ECJ$에서

$\overline{EB}=\overline{EC}$, $\angle EBI=\angle ECJ$

$\angle BEI=90^\circ-\angle IEC=\angle CEJ$

$\triangle EBI\equiv\triangle ECJ$ ($\because$ ASA 합동)

$\square EICJ=\triangle EBC=\frac{1}{4}\times8\times8=16(cm^2)$

따라서 색칠한 부분의 넓이 S는

$S=64+64-16=112(cm^2)$

06

ㄹ. $\angle BOC=\angle DOC$이면 두 대각선은 직교한다.

ㅂ. $\overline{AD}=\overline{CD}$이면 네 변의 길이가 모두 같다.

07

$\triangle BCE$는 정삼각형이므로 $\angle EBC=\angle ECB=60^\circ$

$\square ABCD$가 정사각형이므로

$\angle DCE=90^\circ-60^\circ=30^\circ$

$\overline{EC}=\overline{BC}=\overline{CD}$이므로 $\triangle CDE$는 이등변삼각형이다.

그러므로 $\angle x=\frac{1}{2}(180^\circ-\angle DCE)=75^\circ$

$\angle y=90^\circ-\angle x=90^\circ-75^\circ=15^\circ$

따라서 $\angle x+\angle y=75^\circ+15^\circ=90^\circ$

08

$\triangle ABC$와 $\triangle DBC$에서 $\overline{BC}$는 공통, $\overline{AB}=\overline{DC}$,

$\angle ABC=\angle DCB$이므로 $\triangle ABC\equiv\triangle DCB$ (SAS 합동)

그러므로 $\overline{AC}=\overline{DB}$, $\angle ACB=\angle DBC$

$\triangle OBC$에서 두 밑각의 크기가 같으므로 이등변삼각형이다.

그러므로 $\overline{OB}=\overline{OC}$

따라서 $\overline{AO}=\overline{AC}-\overline{OC}=\overline{BD}-\overline{OB}=\overline{DO}$

09

$\square ABED$, $\square AECD$는 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같으므로 평행사변형이다.

$\overline{AD}/\!/\overline{BE}$이므로 $\angle DAE=\angle AEB$ (엇각)

$\overline{AB}=\overline{BE}$이므로 $\triangle ABE$는 이등변삼각형이고

$\angle BAE=\angle AEB=\angle DAE$

$\triangle ABE\equiv\triangle ADE$ (SAS 합동)

그러므로 $\angle ABE=\angle BAE=60^\circ$

따라서 $\angle BAD=120^\circ$

10

$\square AMCN$은 평행사변형이고

$\triangle AOF=\triangle COE$ (ASA 합동)

따라서 $\square AMEF$의 넓이 S는

$S=\triangle AMC=\frac{1}{2}\triangle ABC$

$=\frac{1}{4}\square ABCD=\frac{1}{4}\times4\times3=3(cm^2)$

11

(가) → 평행사변형

(가), (나) → 마름모

(가), (다) → 직사각형

(가), (라) → 직사각형

(가), (나), (다), (라) → 정사각형

12

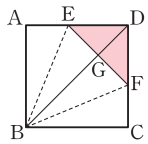
$\overline{EG}=\overline{AE}$, $\overline{FG}=\overline{CF}$

따라서 $\triangle DEF$의 둘레의 길이 l은

$l=\overline{ED}+\overline{DF}+\overline{EF}$

$=\overline{ED}+\overline{DF}+(\overline{AE}+\overline{CF})=\overline{AD}+\overline{CD}$

$=10+10=20(cm)$



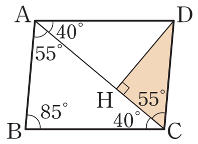
STEP 4 실전 대비하기
:: 066쪽 ~ 068쪽

01 $x=5$ cm, $\angle y=100°$	**02** ②	**03** $35°$	**04** ③	
05 $105°$	**06** ①	**07** ③	**08** ③	**09** ②
10 10초	**11** ④	**12** ④	**13** ②, ③	**14** $45°$
15 $50°$	**16** $60°$	**17** 11 cm	**18** ㄱ, ㄹ	

01
평행사변형은 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같으므로
$x=5(\text{cm})$
두 쌍의 대각의 크기가 각각 같으므로
$\angle y=180°-80°=100°$

02
둘레의 길이가 28이므로 $y=8$
한편 $\angle B=\angle D=70°$이므로
$\angle DAE=180°-(70°+85°)=25°$에서 $x=25$
따라서 $x+y=33$

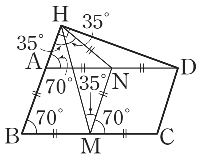
03
$\angle ACB=\angle DAC$ ($\because$ 엇각)$=40°$
$\angle ACD=\angle BAC$ ($\because$ 엇각)
$\quad=180°-(85°+40°)=55°$
이상을 그림에 나타내면 다음과 같다.



따라서 $\angle HDC=180°-(90°+55°)=35°$

04
점 A와 E, 점 O와 D를 연결하면 $\overline{OA}/\!/\overline{ED}$이고
$\overline{OA}=\overline{OC}=\overline{ED}$이므로
□AODE는 평행사변형이다.
그러므로 $\overline{AF}=\overline{FD}$, $\overline{OF}=\overline{FE}$에서 $\overline{AF}=\frac{1}{2}\overline{AD}=4(\text{cm})$
한편 $\overline{OF}=\frac{1}{2}\overline{OE}=\frac{1}{2}\overline{CD}=3(\text{cm})$
따라서 $\overline{AF}+\overline{OF}=7(\text{cm})$

05
$\overline{AD}$의 중점을 N이라 하면
$\overline{AN}=\overline{DN}=\overline{HN}$이고 $\overline{BH}/\!/\overline{NM}$이다.



$\angle HMN=\angle NHM=35°$
$\angle NHA=\angle HAN=70°$
$\angle HAN=\angle ABM=\angle NMC=70°$
따라서 $\angle HMC=35°+70°=105°$

06
$\overline{AE}$는 $\angle A$의 이등분선이므로
$\angle DAE=\angle AEB$이고 $\angle BAE=\angle AEB$
그러므로 $\triangle BAE$는 $\overline{BA}=\overline{BE}$인 이등변삼각형
마찬가지로 $\triangle CFD$는 $\overline{CD}=\overline{CF}$인 이등변삼각형이다.
따라서 $\overline{EF}=7+7-11=3(\text{cm})$

07
$\triangle BOP$와 $\triangle DOQ$에서
$\overline{OB}=\overline{OD}$, $\angle PBO=\angle QDO$ (엇각),
$\angle POB=\angle QOD$ (맞꼭지각)
이므로 $\triangle BOP\equiv\triangle DOQ$ (ASA 합동)
따라서 $\triangle BOP=\triangle DOQ=\frac{1}{2}\times4\times6=12(\text{cm}^2)$

08
평행사변형의 대각선은 항상 서로 수직은 아니다.

09
$\triangle ABP$와 $\triangle CDQ$에서 $\overline{AB}=\overline{CD}$
$\angle ABP=\angle CDQ$
$\angle APB=\angle CQD=90°$
그러므로 $\triangle ABP\equiv\triangle CDQ$ (RHA 합동)
합동인 두 삼각형에서 대응변의 길이는 같으므로
$\overline{AP}=\overline{CQ}$ …… ㉠
직선 $\overline{BD}$에 대해 $\angle APB=\angle CQD$이므로
$\overline{AP}/\!/\overline{QC}$ …… ㉡
따라서 ㉠, ㉡에서 □APCQ 는 한 쌍의 대변이 평행하고
그 길이가 같으므로 평행사변형이다.

10
점 Q가 점 C를 출발하고 t초가 지났다고 하면
점 P는 $(t+6)$초 동안 움직인다.
$\overline{AP}/\!/\overline{QC}$이므로 $\overline{AP}=\overline{QC}$이면 □APCQ는 평행사변형이
되므로 $\overline{AQ}/\!/\overline{PC}$가 된다.
따라서 $5(t+6)=8t$, $t=10$(초)

11
점 P를 지나고 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$에 수직인 선분을 그어 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$와 만나는 점을 각각 F, G라고 하면 $\overline{PA}:\overline{PE}=\overline{PF}:\overline{PG}=3:5$
그러므로 $\triangle PAD:\triangle PBC=3:5$이다.
한편 $\triangle PBC=50$이므로 $\triangle PAD=30$
따라서 □ABCD$=2\times(30+50)=160$

12
$\triangle ABE\equiv\triangle AFE$이다.

13
①, ④는 평행사변형이 마름모가 되는 조건이다.
②, ③은 평행사변형이 직사각형이 되는 조건이다.
⑤ 평행사변형에서 $\overline{OB}=\overline{OD}$이므로
$\overline{OB}=\frac{1}{2}\overline{DB}=\frac{1}{2}\times8=4(\text{cm})$

14
$\overline{AH}$는 $\overline{CD}$의 수직이등분선이므로
$\triangle ACD$는 $\overline{AC}=\overline{AD}$인 이등변삼각형이다.

한편 $\overline{CD}=\overline{AD}$이므로 $\triangle ACD$는 정삼각형이다.
그러므로 $\angle D=60^\circ$, $\angle C=\angle A=120^\circ$이다.
따라서 $\angle x=360^\circ-(105^\circ+120^\circ+90^\circ)=45^\circ$

15

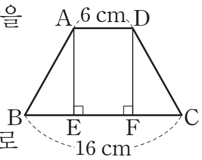
$\overline{AB}/\!/\overline{DC}$이므로 $\angle BAO=\angle DCO=40^\circ$ (엇각)
$\triangle ABO$에서 $\angle BAO+\angle ABO=40^\circ+50^\circ=90^\circ$
이므로 $\angle AOB=90^\circ$
두 쌍의 대변이 각각 평행하고, 대각선이 서로 직교하므로
□ABCD는 마름모이다.
따라서 $\angle x=\angle ABO=50^\circ$

16

$\triangle PBC$와 $\triangle PDC$에서 $\overline{PC}$는 공통, $\angle PCB=\angle PCD=45^\circ$,
$\overline{CB}=\overline{CD}$이므로
$\triangle PBC\equiv\triangle PDC$ (SAS 합동)이므로 $\angle PBC=\angle PDC$
한편 $\triangle DQC$에서 $\angle DQB=30^\circ$, $\angle DCQ=90^\circ$
따라서 $\angle PBC=\angle PDC$
$=180^\circ-90^\circ-30^\circ=60^\circ$

17

그림과 같이 점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 F라 하자.



$\overline{EF}=\overline{AD}=6(\text{cm})$
한편, $\triangle ABE\equiv\triangle DCF$ (RHA 합동)이므로

$$\overline{CF}=\overline{BE}=\frac{1}{2}(\overline{BC}-\overline{EF})$$
$$=\frac{1}{2}\times(16-6)=5(\text{cm})$$

따라서 $\overline{EC}=\overline{EF}+\overline{CF}$
$=6+5=11(\text{cm})$

18

ㄴ. 평행사변형의 두 대각선이 직교하면 마름모이다.
ㄷ. 직사각형의 대각선의 길이는 같으므로 반드시 정사각형이라고 할 수 없다.

Ⅲ. 도형의 닮음

5 도형의 닮음

STEP 1 유형 익히기

:: 070쪽 ~ 071쪽

01 (1) □ABCD∽□EFGH (2) $\angle E$ (3) 변 GH **02** 10
03 (1) $\overline{B'F'}$ (2) 면 C′G′H′D′ (3) $x=8$ cm, $y=5$ cm
04 $x=10$, $y=7$ **05** SAS 닮음 **06** ④
07 (가) AHC (나) AA (다) $\overline{BC}$ (라) $\overline{AC}$ **8** 7 cm

01

(1) 닮은 도형을 기호로 나타낼 때는 대응하는 꼭짓점을 순서대로 쓴다.
(2) □ABCD∽□EFGH이므로 $\angle A$의 대응각은 $\angle E$이다.
(3) □ABCD∽□EFGH이므로 변 CD의 대응변은 변 GH이다.

02

$\overline{AB}:\overline{EF}=\overline{BC}:\overline{FG}$이므로
$15:\overline{EF}=18:12$에서 $\overline{EF}=10$

03

(1) $\overline{BF}$에 대응하는 모서리는 $\overline{B'F'}$이다.
(2) 면 CGHD에 대응하는 면 C′G′H′D′이다.
(3) $\overline{DH}$에 대응하는 변은 $\overline{D'H'}$이므로
닮음비는 $\overline{DH}:\overline{D'H'}=4:2=2:1$
$x:4=2:1$에서 $x=8(\text{cm})$
$10:y=2:1$에서 $y=5(\text{cm})$

04

닮은 도형의 대응변의 길이의 비는 일정하므로
$x:5=2:1$에서 $x=10$
$14:y=2:1$에서 $y=7$

05

두 쌍의 대응하는 변의 길이의 비가 같고, 그 끼인 각의 크기가 같으므로 SAS 닮음이다.

06

④ $\angle A=75^\circ$, $\angle B=45^\circ$이면 $\angle C=60^\circ$이고,
$\angle D=45^\circ$, $\angle E=60^\circ$이면 $\angle F=75^\circ$이므로
대응하는 세 내각의 크기가 각각 같다.
따라서 $\triangle ABC\backsim\triangle FDE$ (AA 닮음)

07

$\angle C$를 공통으로 갖고 있고, $\angle BAC=\angle AHC=90^\circ$

따라서 두 각이 같으므로 $\triangle ABC \backsim \triangle HAC$ (AA 닮음)

닮으면 대응하는 변의 길이의 비가 각각 같으므로

$\overline{AC} : \overline{BC} = \overline{CH} : \overline{AC}$

내항의 곱은 외항의 곱과 같으므로

$\overline{AC}^2 = \overline{BC} \times \overline{CH}$

08

$\triangle ABC \backsim \triangle EBD$ (AA 닮음)이고 닮음비는

$\overline{BC} : \overline{BD} = 12 : 8 = 3 : 2$이므로

$\overline{AB} : 10 = 3 : 2$에서 $\overline{AB} = 15(\text{cm})$

따라서 $\overline{AD} = \overline{AB} - \overline{DB} = 15 - 8 = 7(\text{cm})$

STEP 2 유형 다지기 :: 072쪽 ~ 079쪽

01 (1) $\angle D$ (2) $\overline{EF}$ (3) $\triangle ABC \backsim \triangle DEF$ **02** ④
03 ㄷ, ㄹ, ㅇ **04** ㄷ, ㅁ **05** 12 cm **06** 1.5
07 $\frac{24}{5}$ cm **08** (1) 3 : 4 (2) $\frac{32}{3}$ cm (3) 85° **09** ①
10 60°, 8 cm **11** (1) 3 : 5 (2) 12 cm (3) 20 cm (4) 3 : 5
12 7.5 cm **13** 2 : 1
14 (1) 5 : 3 (2) 6 cm **15** 8π cm **16** $\frac{16}{3}\pi$ cm³
17 AA 닮음 **18** ② **19** AA 닮음 **20** ④
21 $\triangle ABC \backsim \triangle ADE$ (AA 닮음) **22** 6 : 5
23 2 : 3 **24** 3 : 2 **25** 2 **26** 7.8 cm **27** 4
28 5 cm **29** $\frac{15}{2}$ **30** 5 : 7 **31** $x=3$ cm, $y=15$ cm
32 10 cm **33** 10 cm **34** $\frac{15}{4}$ cm
35 6 cm **36** 11 cm **37** 9 cm **38** 5 cm
39 $\frac{14}{3}$ cm **40** 7 **41** 6 **42** 27
43 $\frac{15}{4}$ cm **44** 24 cm

01

(1) $\angle A$에 대응하는 각은 $\angle D$

(2) $\overline{BC}$에 대응하는 변은 $\overline{EF}$

(3) 두 삼각형의 관계를 기호로 나타내면

$\triangle ABC \backsim \triangle DEF$

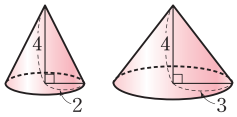
02

$\square ABCD \backsim \square HGFE$이므로 $\angle B$의 대응각은 $\angle G$이고, $\overline{CD}$의 대응변은 $\overline{FE}$이다.

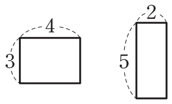
03

닮은 도형이 아닌 예를 들면 다음과 같다.

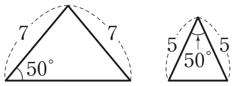
ㄷ. 높이는 같고 밑면의 반지름의 길이가 다른 두 원뿔



ㄹ. 가로와 세로의 길이가 각각 4와 3, 2와 5인 두 직사각형



ㅇ. 밑각과 꼭지각의 크기가 같은 두 이등변삼각형



04

ㄷ, ㅁ은 일정한 비율로 확대하거나 축소하면 서로 포개어지므로 닮은 도형이다.

05

$\square ABCD \backsim \square A'B'C'D'$이므로

$\overline{BC} : \overline{B'C'} = 16 : 12 = 4 : 3$

따라서 $\overline{AB} : 9 = 4 : 3$에서 $3\overline{AB} = 36$

따라서 $\overline{AB} = 12(\text{cm})$

06

$\triangle ABC \backsim \triangle DEC$이므로

$\overline{AB} : \overline{DE} = \overline{AC} : \overline{DC}$

$6 : 4 = (x+6) : 5$에서 $4x + 24 = 30$, $4x = 6$

따라서 $x = \frac{6}{4} = 1.5$

07

$\triangle ABC \backsim \triangle CBD$이므로

$\overline{BC} : \overline{BD} = \overline{BA} : \overline{BC}$

$7 : 5 = \overline{BA} : 7$

$5\overline{BA} = 49$, $\overline{BA} = \frac{49}{5}(\text{cm})$

따라서 $\overline{AD} = \overline{BA} - \overline{BD} = \frac{49}{5} - 5 = \frac{24}{5}(\text{cm})$

08

(1) $\overline{AB} : \overline{EF} = 6 : 8 = 3 : 4$

(2) $\overline{BC} : \overline{FG} = 3 : 4$이므로 $8 : \overline{FG} = 3 : 4$, $3\overline{FG} = 32$

따라서 $\overline{FG} = \frac{32}{3}(\text{cm})$

(3) $\angle B = \angle F = 65°$, $\angle C = \angle G = 80°$이므로

$\square ABCD$에서 $\angle A = 360° - (65° + 80° + 130°) = 85°$

09

② $\angle D = \angle H = 80°$

③, ④, ⑤ $\square ABCD \backsim \square EFGH$이므로 닮음비는

$\overline{BC} : \overline{FG} = 10 : 15 = 2 : 3$

$\overline{AB} : \overline{EF} = 2 : 3$이므로 $3\overline{AB} = 2\overline{EF}$

$\overline{AD} : \overline{EH} = 2 : 3$, $6 : \overline{EH} = 2 : 3$ $\therefore \overline{EH} = 9(\text{cm})$

따라서 옳지 않은 것은 ①이다.

10
$\triangle ABC$에서 $\angle A=180^\circ-(40^\circ+80^\circ)=60^\circ$
$\triangle ABC \backsim \triangle DEF$이므로 $\angle D=\angle A=60^\circ$
한편, $\overline{AB}:\overline{DE}=\overline{AC}:\overline{DF}$에서
$12:9=\overline{AC}:6$, $9\overline{AC}=72$
따라서 $\overline{AC}=8(\text{cm})$

11
(1) $\overline{AB}:\overline{A'B'}=3:5$ (2) $3\times4=12(\text{cm})$
(3) $5\times4=20(\text{cm})$ (4) $12:20=3:5$

12
두 삼각형의 닮음비가 $2:3$이므로
$\overline{AD}:\overline{AB}=2:3$에서 $5:\overline{AB}=2:3$, $2\overline{AB}=15$
따라서 $\overline{AB}=7.5\text{ cm}$

13
$\triangle ABC$의 둘레의 길이는 30 cm,
$\triangle DEF$의 둘레의 길이는 15 cm이므로
둘레의 길이의 비는 $30:15=2:1$이다.

14
(1) 두 원뿔 A, B의 닮음비는 모선의 길이의 비와 같으므로
$25:15=5:3$
(2) 원뿔 B의 밑면의 반지름의 길이를 x cm라고 하면
$10:x=5:3$에서 $5x=30$
따라서 $x=6$

15
닮음비가 $9:12=3:4$이므로
큰 원기둥의 밑면인 원의 반지름을 x cm라고 하면
$3:4=3:x$에서 $x=4$
따라서 반지름이 4인 원의 둘레의 길이 l은
$l=2\pi\times4=8\pi(\text{cm})$

16
수면의 반지름의 길이를 r cm라 하면
$6:r=3:1$에서 $r=2(\text{cm})$
수면의 높이를 h cm라 하면
$12:h=3:1$에서 $h=4(\text{cm})$
따라서 물의 부피 V는
$V=\frac{1}{3}\times\pi\times2^2\times4=\frac{16}{3}\pi(\text{cm}^3)$

17
$\triangle AMN$과 $\triangle ABC$에서 $\angle A$는 공통,
$\overline{MN}/\!/\overline{BC}$이므로 동위각 $\angle AMN=\angle ABC$이다.
따라서 $\triangle AMN \backsim \triangle ABC$ (AA 닮음)이다.

18
② $\angle D=100^\circ$이면
$\angle E=180^\circ-(100^\circ+30^\circ)=50^\circ$이므로
$\angle B=\angle E$, $\angle C=\angle F$
따라서 $\triangle ABC \backsim \triangle DEF$ (AA 닮음)

19
$\angle BDE=\angle BCA$, $\angle B$가 공통이므로
$\triangle BDE \backsim \triangle BCA$ (AA 닮음)이다.

20
④ $\overline{AC}:\overline{BC}=\overline{BC}:\overline{DC}$이고 $\angle C$는 공통이므로
$\triangle ABC \backsim \triangle BDC$ (SAS 닮음)

21
$\triangle ABC$와 $\triangle ADE$에서
$\angle ABC=\angle ADE$ (엇각)이고
$\angle ACB=\angle AED$ (엇각)이다.
따라서 $\triangle ABC \backsim \triangle ADE$ (AA 닮음)

22
$\triangle ABC$와 $\triangle FDE$는 SSS 닮음이다.
$\overline{AB}:\overline{FD}=\overline{BC}:\overline{DE}=\overline{AC}:\overline{FE}=6:5$

23
두 삼각형 ABC와 DEF는 닮은 도형이므로
$\overline{BC}:\overline{EF}=4:6=2:3$

24
$\triangle ABC \backsim \triangle DAC$이므로 닮음비는
$\overline{BC}:\overline{AC}=9:6=3:2$이다.

25
$\triangle ABC \backsim \triangle EDC$ (SAS 닮음)이고
닮음비는 $\overline{BC}:\overline{DC}=12:4=3:1$
따라서 $6:x=3:1$에서 $x=2$

26
$\triangle ABC$와 $\triangle ADB$에서
$\overline{AB}:\overline{AD}=6:4=3:2$
$\overline{AC}:\overline{AB}=9:6=3:2$
$\angle A$는 공통이므로
$\triangle ABC \backsim \triangle ADB$ (SAS 닮음)
$\overline{AB}:\overline{AD}=\overline{BC}:\overline{DB}$에서 $6:4=\overline{BC}:5.2$
따라서 $\overline{BC}=7.8(\text{cm})$

27
$\triangle ABC$와 $\triangle EDC$에서 $\angle CAB=\angle CED=35^\circ$
$\angle ACB=\angle ECD$ (맞꼭지각)
그러므로 $\triangle ABC \backsim \triangle EDC$
$\overline{CD}=\overline{BD}-\overline{BC}=5-3=2(\text{cm})$
$\overline{CB}:\overline{CD}=\overline{AB}:\overline{ED}$이므로
$3:2=6:x$에서 $3x=12$
따라서 $x=4$

28

$\angle C$는 공통, $\angle A=\angle DEC$

$\therefore \triangle EDC \backsim \triangle ABC$ (AA 닮음)

그러므로 $\overline{CD}:\overline{CB}=\overline{CE}:\overline{CA}$이므로

$4:(x+3)=3:6$에서 $3x=15$

따라서 $x=5$(cm)

29

$\triangle ABC$와 $\triangle DAC$에서 $\angle C$는 공통,

$\angle B=\angle DAC$이므로

$\triangle ABC \backsim \triangle DAC$ (AA 닮음)

$\triangle ABC$와 $\triangle DAC$의 닮음비가

$\overline{AB}:\overline{DA}=6:5$이므로

$\overline{BC}:\overline{AC}=6:5$에서 $9:x=6:5$

따라서 $x=\frac{15}{2}$

30

$\triangle ACD$에서

$\angle FDE=\angle CAD+\angle ACD=\angle CAD+\angle BAE$

$=\angle CAB$

마찬가지로 $\angle DEF=\angle ABC$이므로

$\triangle ABC \backsim \triangle DEF$ (AA 닮음)이다.

따라서 $\overline{DE}:\overline{EF}=5:7$

31

$\triangle ABC \backsim \triangle EDA$ (AA 닮음)이므로

$16:4=12:x$에서 $x=3$(cm)

$16:4=(5+y):5$에서 $y=15$(cm)

32

$\triangle ADP \backsim \triangle MBP$ (AA 닮음)이고

닮음비는 $\overline{AD}:\overline{MB}=2:1$이므로

$\overline{DP}:\overline{BP}=2:1$

따라서 $\overline{DP}=\frac{2}{3}\overline{BD}=\frac{2}{3}\times 15=10$(cm)

33

$\angle DAE=\angle AEB$(엇각)이므로 $\overline{BE}=6$(cm)이다.

$\triangle ABE \backsim \triangle FCE$이고 닮음비는 $3:2$이다.

$\overline{BE}:\overline{CE}=3:2$이므로

$6:\overline{CE}=3:2$에서 $\overline{CE}=4$(cm)

따라서 $\overline{BC}=6+4=10$(cm)

34

$\triangle ABC$와 $\triangle MBD$에서

$\angle B$는 공통, $\angle BAC=\angle BMD=90^\circ$

$\triangle ABC \backsim \triangle MBD$ (AA 닮음)

그러므로 $\overline{AB}:\overline{MB}=\overline{AC}:\overline{MD}$

$8:5=6:\overline{DM}$에서 $8\overline{DM}=30$

따라서 $\overline{DM}=\frac{15}{4}$ (cm)

35

$\triangle ABD$와 $\triangle ACE$에서

$\angle ADB=\angle AEC$, $\angle A$는 공통

그러므로 $\triangle ABD \backsim \triangle ACE$ (AA 닮음)

$\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{AD}:\overline{AE}$이므로

$10:8=5:\overline{AE}$에서 $\overline{AE}=4$(cm)

따라서 $\overline{BE}=\overline{AB}-\overline{AE}=10-4=6$(cm)

36

$\triangle BEC$와 $\triangle BDA$에서 $\angle B$는 공통,

$\angle BEC=\angle BDA=90^\circ$이므로

$\triangle BEC \backsim \triangle BDA$ (AA 닮음)

그러므로 $\overline{BE}:\overline{BD}=\overline{BC}:\overline{BA}$

$6:\overline{BD}=15:10$에서 $\overline{BD}=4$(cm)

따라서 $\overline{DC}=15-4=11$(cm)

37

$\triangle ABC$와 $\triangle CDE$에서 $\angle B=\angle D=90^\circ$

$\angle BAC+\angle ACB=90^\circ$, $\angle ACB+\angle DCE=90^\circ$

이므로 $\angle BAC=\angle DCE$

$\therefore \triangle ABC \backsim \angle CDE$ (AA 닮음)

$\overline{AB}:\overline{CD}=\overline{BC}:\overline{DE}$에서 $12:8=\overline{BC}:6$

따라서 $\overline{BC}=9$(cm)

38

$\triangle ADB$와 $\triangle BEC$에서

$\angle ADB=\angle BEC=90^\circ$

$\angle DAB=90^\circ-\angle ABD=\angle EBC$

$\therefore \triangle ADB \backsim \triangle BEC$ (AA 닮음)

그러므로 $\overline{AD}:\overline{BE}=\overline{BD}:\overline{CE}$이다.

$8:16=\overline{BD}:10$에서 $16\overline{BD}=80$

따라서 $\overline{BD}=5$(cm)

39

$\triangle ABC$에서 $\angle A+\angle C=90^\circ$

$\triangle DCE$에서 $\angle D+\angle C=90^\circ$

㉠, ㉡에서 $\angle A=\angle D$

한편 $\angle ABC=\angle DBP=90^\circ$이므로

$\triangle ABC \backsim \triangle DBP$ (AA 닮음)

그러므로 $\overline{AB}:\overline{DB}=\overline{BC}:\overline{BP}$이다.

$(\overline{AP}+6):8=8:6$에서 $6\overline{BP}+36=64$

따라서 $6\overline{AP}=28$에서 $\overline{AP}=\frac{14}{3}$(cm)

40

$\triangle ABC \backsim \triangle DBA$ (AA 닮음)

$\overline{AC}:\overline{DA}=\overline{AB}:\overline{DB}$이므로

$15:12=20:x$에서 $x=16$

$\triangle ABC \backsim \triangle DAC$ (AA 닮음)
$\overline{AB}:\overline{DA}=\overline{AC}:\overline{DC}$이므로
$20:12=15:y$에서 $y=9$
따라서 $x-y=16-9=7$

41
$\triangle ABC \backsim \triangle HBA$이므로
$\overline{AB}:\overline{BH}=\overline{BC}:\overline{AB}$
따라서 $\overline{AB}\times\overline{AB}=\overline{BH}\times\overline{BC}$
$64=\overline{BH}\times 10$에서 $\overline{BH}=6.4$
$\overline{HC}=\overline{BC}-\overline{BH}=10-6.4=3.6$
$\triangle ABC \backsim \triangle HAC$이므로
$\overline{AC}:\overline{HC}=\overline{BC}:\overline{AC}$
따라서 $\overline{AC}\times\overline{AC}=\overline{HC}\times\overline{BC}=3.6\times 10$
$\overline{AC}^2=6^2$이므로 $\overline{AC}=6(\text{cm})$

42
$\triangle ABD \backsim \triangle CBA$이므로
$10:(8+x)=8:10$에서 $64+8x=100$
그러므로 $x=\frac{9}{2}$
한편 $\triangle ABD \backsim \triangle CAD$이므로
$8:y=y:x$에서 $y^2=8\times\frac{9}{2}=6^2$
그러므로 $y=6$
따라서 $xy=\frac{9}{2}\times 6=27$

43
$\overline{PQ}$는 공통, $\angle PBQ=\angle PDQ$,
$\angle PQB=\angle PQD=90^\circ$이므로
$\triangle PBQ \equiv \triangle PDQ$
그러므로 $\overline{BQ}=\overline{QD}=5(\text{cm})$
$\angle PBQ=\angle DBC$, $\angle PQB=\angle DCB$이므로
$\triangle PQB \backsim \triangle DCB$ (AA 닮음)
$\overline{PQ}:\overline{BQ}=\overline{DC}:\overline{BC}$에서 $\overline{PQ}:5=6:8$
따라서 $\overline{PQ}=\frac{15}{4}(\text{cm})$

44
$\square AEFD \equiv \square A'EFD'$이므로
$\overline{EA'}=\overline{EA}=10(\text{cm})$이므로 $\angle EA'D'=\angle EAD=90^\circ$
$\triangle EBA'$과 $\triangle A'CP$에서 $\angle EBA'=\angle A'CP=90^\circ$
$\angle BEA'=90^\circ-\angle EA'B=\angle CA'P$이므로
$\triangle EBA' \backsim \triangle A'CP$ (AA 닮음)
$\frac{\overline{A'C}}{\overline{EB}}=\frac{\overline{CP}}{\overline{BA'}}=\frac{\overline{PA'}}{\overline{A'E'}}$, $\frac{8}{6}=\frac{\overline{CP}}{8}=\frac{\overline{PA'}}{10}$
그러므로 $\overline{CP}=\frac{32}{3}(\text{cm})$, $\overline{PA'}=\frac{40}{3}(\text{cm})$
따라서 $\overline{CP}+\overline{PA'}=\frac{32}{3}+\frac{40}{3}=24(\text{cm})$

STEP 3 단원 마무리
:: 080쪽 ~ 081쪽

01 ①	02 ④	03 ③	04 ⑤	05 ④
06 ③	07 ①	08 5 : 6	09 2 cm	10 ②
11 ④	12 $\frac{65}{24}$ cm			

01
$\square ABCD \backsim \square HGFE$이므로 $\angle C$의 대응각은 $\angle F$이고,
$\overline{CD}$의 대응변은 $\overline{HG}$이다.

02
④ 이등변삼각형의 내각의 크기는 일정하지 않으므로 확대 또는 축소를 시켜서 합동이 되지 않는다.

03
$\triangle ABC$에서 $\angle A=180^\circ-(40^\circ+80^\circ)=60^\circ$
$\triangle ABC \backsim \triangle DEF$이므로 $\angle D=\angle A=60^\circ$
한편, $\overline{AB}:\overline{DE}=\overline{AC}:\overline{DF}$이므로
$8:6=\overline{AC}:3$에서 $6\overline{AC}=24$
따라서 $\overline{AC}=4(\text{cm})$

04
닮음비는 $\overline{AB}:\overline{A'B'}=8:12=2:3$
$6:x=2:3$에서 $x=9$
$y:15=2:3$에서 $y=10$
따라서 $x+y=9+10=19$

05
$\triangle ABE \backsim \triangle ACD$ (AA 닮음)이므로
$\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BE}:\overline{CD}$
$\triangle ABC$와 $\triangle AED$에서
$\angle BAC=\angle BAE+\angle EAF=\angle CAD+\angle EAF=\angle EAD$
한편 $\triangle ABE \backsim \triangle ACD$이므로 $\overline{AB}:\overline{AE}=\overline{AC}:\overline{AD}$
따라서 $\triangle ABC \backsim \triangle AED$ (SAS 닮음)

06
$\triangle ABC$와 $\triangle AED$에서
$\angle A$는 공통이고 $\overline{AB}:\overline{AE}=\overline{AC}:\overline{AD}=3:1$
$\therefore$ $\triangle ABC \backsim \triangle AED$ (SAS 닮음)
그러므로 $\overline{BC}:\overline{ED}=3:1$에서 $\overline{BC}:5=3:1$
따라서 $\overline{BC}=15$

07
$\triangle ACD$와 $\triangle BCA$에서
$\angle C$는 공통이고, $\angle CAD=\angle CBA$
$\therefore$ $\triangle ACD \backsim \triangle BCA$ (AA 닮음)
그러므로 $\overline{AC}:\overline{BC}=\overline{CD}:\overline{CA}$에서 $15:25=\overline{CD}:15$,
따라서 $\overline{CD}=9(\text{cm})$

08

△ABE에서 외각의 성질에 의하여

$\angle DEF=\angle ABE+\angle BAE=\angle ABE+\angle CBF=\angle ABC$

또한, △BCF에서 외각의 성질에 의하여

$\angle EFD=\angle BCF+\angle CBF=\angle BCF+\angle ACD=\angle BCA$

그러므로 △ABC와 △DEF에서

$\angle DEF=\angle ABC$, $\angle EFD=\angle BCA$이므로

△ABC∽△DEF (AA 닮음)

따라서 $\overline{DE}:\overline{EF}=\overline{AB}:\overline{BC}=5:6$

09

△DAE와 △DGE에서

$\angle ADE=\angle GDE$, $\overline{DE}$는 공통이고,

$\angle DEA=\angle DEG=90^\circ$이므로

△DAE≡△DGE (ASA 닮음)이다.

$\overline{AD}=\overline{DG}=\overline{DC}+\overline{CG}$

$8=6+\overline{CG}$, $\overline{CG}=2(\text{cm})$

한편 △GCF∽△GDA (AA 닮음)이므로

$\overline{CG}:\overline{DG}=\overline{CF}:\overline{DA}$에서 $2:8=\overline{CF}:8$

따라서 $\overline{CF}=2(\text{cm})$

10

△ABC와 △DAC에서

$12:20=x:15$이므로 $x=9(\text{cm})$

△ABD와 △CAD에서

$20:15=y:12$이므로 $y=16(\text{cm})$

따라서 $2x-y=18-16=2(\text{cm})$

11

① △ABC∽△CBD에서 $\overline{BC}^2=\overline{BD}\cdot\overline{AB}$

② △ABC∽△ACD에서 $\overline{AC}^2=\overline{AD}\cdot\overline{AB}$

③ △ACD∽△CBD에서 $\overline{CD}^2=\overline{AD}\cdot\overline{BD}$

⑤ $\triangle ABC=\frac{1}{2}\overline{AB}\cdot\overline{CD}=\frac{1}{2}\overline{AC}\cdot\overline{BC}$이므로

$\overline{AB}\cdot\overline{CD}=\overline{AC}\cdot\overline{BC}$

12

$\angle FBD=\angle DBC$ (접은각), $\angle FDB=\angle DBC$ (엇각)이므로

△FBD는 이등변삼각형이다.

$\therefore\ \overline{BG}=\overline{GD}=\frac{13}{2}(\text{cm})$

△FBG∽△DBC (AA 닮음)이므로

$\overline{BG}:\overline{BC}=\overline{FG}:\overline{DC}$에서 $\frac{13}{2}:12=\overline{FG}:5$

따라서 $\overline{FG}=\frac{65}{24}(\text{cm})$

6 평행선 사이의 선분의 길이의 비

STEP 1 유형 익히기 :: 082쪽 ~ 083쪽

01 (가) 3 (나) ∠ABC **02** 6 cm
03 (가) 2, (나) 2, (다) 2, (라) 4 **04** (1) 4 (2) 30
05 (가) $\overline{CH}$, (나) $\overline{AG}$, (다) $\overline{DE}$, (라) $\overline{EF}$ **06** ②
07 (1) 6 cm (2) 7 cm (3) 2 cm (4) 8 cm **08** 19

01

△ADE와 △ABC에서 ∠A는 공통,

$\overline{AD}:\overline{AB}=\overline{AE}:\overline{AC}=1:\boxed{3}$이므로

△ADE∽△ABC (SAS 닮음)

따라서 $\angle ADE=\boxed{\angle ABC}$이므로 $\overline{BC}/\!/\overline{DE}$이다.

02

$8:(8+4)=\overline{DE}:9$에서 $12\overline{DE}=72$

따라서 $\overline{DE}=6(\text{cm})$

03

△AMN과 △ABC에서 ∠A는 공통,

$\overline{AM}:\overline{AB}=1:\boxed{2}$,

$\overline{AN}:\overline{AC}=1:\boxed{2}$이므로

△AMN∽△ABC (SAS 닮음)

즉, $\overline{MN}:\overline{BC}=1:\boxed{2}=x:8$

따라서 $x=\boxed{4}$

04

삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질에 의해 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분은 나머지 변과 평행하고, 그 길이는 나머지 변의 길이의 $\frac{1}{2}$이다.

(1) $x=\frac{1}{2}\times8=4$

(2) $x=2\times15=30$

05

△ACH에서 $\overline{BG}/\!/\boxed{\overline{CH}}$이므로

$\overline{AB}:\overline{BC}=\boxed{\overline{AG}}:\overline{GH}$ …… ㉠

또 □AGED와 □GHFE는 평행사변형이므로

$\overline{AG}=\boxed{\overline{DE}}$, $\boxed{\overline{GH}}=\boxed{\overline{EF}}$ …… ㉡

㉠, ㉡에서 $\overline{AB}:\overline{BC}=\overline{DE}:\overline{EF}$

06

$l/\!/m/\!/n$이므로

$10:5=8:x$에서 $10x=40$

따라서 $x=4$

07

(1) □AGFD가 평행사변형이므로 $\overline{AD}=\overline{GF}$

$\therefore \overline{GF}=6(\text{cm})$

(2) □AHCD가 평행사변형이므로 $\overline{AD}=\overline{CH}$

$\therefore \overline{BH}=\overline{BC}-\overline{CH}=13-6=7(\text{cm})$

(3) $\triangle AEG \backsim \triangle ABH$이므로

$\overline{AE} : \overline{AB}=\overline{EG} : \overline{BH}$

$2 : 7=\overline{EG} : 7 \quad \therefore \overline{EG}=2(\text{cm})$

(4) $\overline{EF}=\overline{EG}+\overline{GF}=2+6=8(\text{cm})$

08

$\triangle ABD$에서

$\overline{MP}=\frac{1}{2}\overline{AD}=\frac{1}{2}\times 10=5$

$\triangle DBC$에서

$\overline{BC}=2\overline{PN}=2\times 7=14$

따라서 $\overline{MP}+\overline{BC}=5+14=19$

STEP 2 유형 다지기

:: 084쪽 ~ 091쪽

01 (가) $\angle A$ (나) $\triangle ABC$ (다) SAS (라) $\angle ABC$

02 (가) $\triangle ABC$ (나) $\angle A$ (다) $\angle ABC$ (라) $\triangle ABC$ (마) AA

03 10 **04** (1) 해설 참조, 3, $\frac{7}{2}$ (2) 해설 참조, 4, 6

05 18 cm^2 **06** 14 **07** (1) 해설 참조, 10, 6

(2) 해설 참조, 6, 9 **08** $\frac{27}{2}$ **09** 3 cm

10 $\frac{66}{5}$ cm **11** $\frac{48}{5}$ cm **12** ㄱ, ㄹ **13** ③

14 (가) $\triangle ECD$ (나) $\overline{CD}$ (다) $\overline{AC}$

15 (가) $\angle E$ (나) $\angle ACE$ (다) 이등변삼각형 (라) $\overline{AC}$ (마) $\overline{AE}$

16 6 cm **17** $\frac{96}{11}$ cm **18** $\frac{64}{7}$ cm

19 4 : 5 **20** 15 cm^2 **21** 6 cm **22** 10 cm **23** $\frac{5}{3}$

24 10 cm^2 **25** (1) $x=\frac{15}{2}$, $y=\frac{20}{3}$ (2) $x=8$, $y=4$

26 17 **27** $\frac{20}{3}$ **28** (1) 8, 2 (2) 5, 6

29 9 cm **30** 10 **31** 24 **32** 8 cm

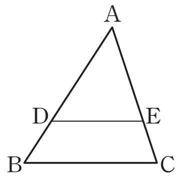
33 15 cm **34** $\frac{11}{4}$ cm **35** 14 cm **36** 7 cm

37 (1) 1 : 3 (2) 3 cm (3) 3 cm (4) 6 cm

38 4.2 cm **39** 24 **40** 2 : 5 **41** 36 cm

42 $\frac{ab}{a+b}$ **43** 3 : 5 **44** 14 **45** $\frac{8}{3}$ cm

01



$\triangle ADE$와 $\triangle ABC$에서

$\overline{AD} : \overline{AB}=\overline{AE} : \overline{AC}$,

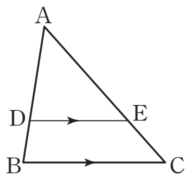
$\boxed{\angle A}$는 공통

$\therefore \triangle ADE \backsim \boxed{\triangle ABC}$ ($\boxed{\text{SAS}}$ 닮음)

$\therefore \angle ADE=\boxed{\angle ABC}$

따라서 동위각의 크기가 같으므로 $\overline{DE} /\!/ \overline{BC}$

02



$\triangle ADE$와 $\boxed{\triangle ABC}$에서

$\boxed{\angle A}$는 공통 …… ㉠

$\overline{DE} /\!/ \overline{BC}$이므로

$\angle ADE=\boxed{\angle ABC}$ …… ㉡

㉠, ㉡에서 $\triangle ADE \backsim \boxed{\triangle ABC}$ ($\boxed{\text{AA}}$ 닮음)

03

$\overline{AD} : \overline{AB}=\overline{DE} : \overline{BC}$이므로

$x : 9=8 : 12$에서 $x=6$

$\overline{AB} : \overline{DB}=\overline{AC} : \overline{EC}$이므로

$9 : 3=12 : y$에서 $y=4$

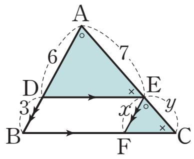
따라서 $x+y=6+4=10$

04

(1) □BDEF는 평행사변형이므로 $x=3$

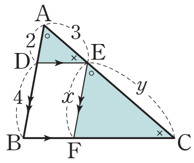
$\triangle ADE \backsim \triangle EFC$이므로 $6 : 3=7 : y$

$\therefore y=\frac{7}{2}$



(2) $x=4$

$2 : 4=3 : y$에서 $y=6$



05

$\overline{BM}=\overline{CM}$이므로

$\triangle ABM=\frac{1}{2}\times\triangle ABC=\frac{9}{2}(\text{cm}^2)$

$\triangle ABM \equiv \triangle MEC$이므로

$\triangle ABM=\triangle MEC=\frac{9}{2}(\text{cm}^2)$

따라서 $\triangle AED=\square ABCD=2\triangle ABC$

$=2\times 9=18(\text{cm}^2)$

06

$\overline{AD} : \overline{AB}=\overline{AE} : \overline{AC}$이므로

$5 : 10=4 : x$에서 $x=8$

$\overline{AD} : \overline{AB}=\overline{DE} : \overline{BC}$이므로

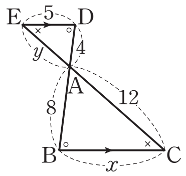
$5 : 10=y : 12$에서 $y=6$

따라서 $x+y=8+6=14$

07

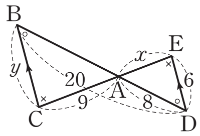
(1) $8:4=x:5$에서 $x=10$

$8:4=12:y$에서 $y=6$



(2) $x:9=8:(20-8)$에서 $x=6$

$8:12=6:y$에서 $y=9$



08

$\overline{AB}/\!/\overline{CD}$이므로 $\triangle ABG \backsim \triangle DCG$ (AA 닮음)

$\overline{AB}:\overline{DC}=\overline{BG}:\overline{CG}$

$4:10=3:x$에서 $x=\dfrac{15}{2}$

$\overline{GC}/\!/\overline{EF}$이므로 $\triangle GCD \backsim \triangle EFD$ (AA 닮음)

$\overline{DF}:\overline{DC}=\overline{EF}:\overline{GC}$

$8:10=y:\dfrac{15}{2}$에서 $y=6$

따라서 $x+y=\dfrac{15}{2}+6=\dfrac{27}{2}$

09

$\triangle ABQ$와 $\triangle ADP$에서

$\angle A$는 공통, $\angle B=\angle ADP$ (동위각)

$\triangle ABQ \backsim \triangle ADP$ (AA 닮음)이므로

$\overline{BQ}:\overline{DP}=\overline{AQ}:\overline{AP}$ …… ㉠

마찬가지로 $\triangle APE$에서

$\triangle AQC \backsim \triangle APE$ (AA 닮음)이므로

$\overline{AQ}:\overline{AP}=\overline{QC}:\overline{PE}$ …… ㉡

㉠, ㉡에서 $\overline{BQ}:\overline{DP}=\overline{QC}:\overline{PE}$이므로

$5:\overline{DP}=15:9$ $\quad\therefore \overline{DP}=3(\text{cm})$

10

$\overline{BF}/\!/\overline{DE}$이므로 $\overline{AD}:\overline{DB}=\overline{AE}:\overline{EF}=5:6$

$\overline{BC}/\!/\overline{DF}$이므로 $\overline{AF}:\overline{CF}=\overline{AD}:\overline{BD}=5:6$

$11:\overline{CF}=5:6$에서 $5\overline{CF}=66$

따라서 $\overline{CF}=\dfrac{66}{5}(\text{cm})$

11

$\overline{AC}:\overline{CE}=\overline{AB}:\overline{BD}=5:3$이므로

$\overline{AD}:\overline{DF}=\overline{AC}:\overline{CE}=5:3$

$16:\overline{DF}=5:3$에서 $5\overline{DF}=48$

따라서 $\overline{DF}=\dfrac{48}{5}(\text{cm})$

12

ㄱ. $\triangle ABC$와 $\triangle ADE$에서 $\overline{AB}:\overline{AD}=\overline{AC}:\overline{AE}=3:2$ 이므로 $\overline{BC}/\!/\overline{DE}$

ㄹ. $\triangle ABC$와 $\triangle ADE$에서 $\overline{AB}:\overline{AD}=\overline{AC}:\overline{AE}=3:2$ 이므로 $\overline{BC}/\!/\overline{DE}$

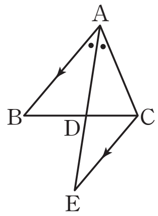
13

③ $\overline{AD}:\overline{DB}=5:3$, $\overline{AE}:\overline{EC}=8:4=2:1$

즉, $\overline{AD}:\overline{DB}\neq\overline{AE}:\overline{EC}$이므로 $\overline{BC}$와 $\overline{DE}$는 평행하지 않다.

14

점 C를 지나고 $\overline{AB}$에 평행한 직선과 $\overline{AD}$의 연장선과의 교점을 E라 하면



$\triangle ABD$와 $\triangle ECD$에서

$\angle BAD=\angle CED$ (엇각)

$\angle ADB=\angle EDC$ (맞꼭지각)

$\therefore \triangle ABD \backsim \boxed{\triangle ECD}$ (AA 닮음)

$\overline{AB}:\overline{EC}=\overline{BD}:\boxed{\overline{CD}}$ …… ㉠

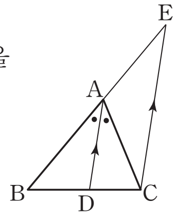
그런데 $\angle CAE=\angle CEA$이므로

$\therefore \overline{EC}=\boxed{\overline{AC}}$ …… ㉡

㉠, ㉡에서 $\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{DC}$이다.

15

다음 그림과 같이 점 C를 지나고 $\overline{AD}$에 평행한 직선과 $\overline{AB}$의 연장선의 교점을 E라 하면



$\angle BAD=\boxed{\angle E}$(동위각),

$\angle DAC=\boxed{\angle ACE}$(엇각)

이때 $\angle BAD=\angle DAC$이므로 $\boxed{\angle E}=\boxed{\angle ACE}$

따라서 $\triangle ACE$는 $\boxed{\text{이등변삼각형}}$이므로 $\overline{AE}=\boxed{\overline{AC}}$ …… ㉠

또 $\overline{AD}/\!/\overline{EC}$이므로

$\overline{BA}:\boxed{\overline{AE}}=\overline{BD}:\overline{CD}$ …… ㉡

㉠, ㉡에서 $\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{CD}$

16

$\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{DC}$이므로

$12:8=9:\overline{DC}$에서 $12\overline{DC}=72$

따라서 $\overline{CD}=6(\text{cm})$

17

$\overline{CD}$는 $\angle C$의 이등분선이므로

$\overline{AC}:\overline{BC}=\overline{AD}:\overline{BD}$

$\overline{AC}:24=8:12$에서 $12\overline{AC}=192$

그러므로 $\overline{AC}=16(\text{cm})$

한편 $\overline{BE}$는 $\angle B$의 이등분선이므로

$\overline{BC}:\overline{BA}=\overline{CE}:\overline{AE}$

$24:20=\overline{CE}:(16-\overline{CE})$에서 $384-24\overline{CE}=20\overline{CE}$

따라서 $-44\overline{CE}=-384$에서 $\overline{CE}=\dfrac{96}{11}(\text{cm})$

18

$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD}$이므로

$\overline{AB} : 12 = 8 : 6$에서 $\overline{AB} = 16(\text{cm})$

$\overline{AC} /\!/ \overline{ED}$이므로 $\overline{BE} : \overline{BA} = \overline{BD} : \overline{BC}$에서

$\overline{BE} : 16 = 8 : (8+6)$

따라서 $\overline{BE} = \dfrac{64}{7}(\text{cm})$

19

$\triangle ABD : \triangle ACD = \overline{BD} : \overline{CD} = \overline{AB} : \overline{AC}$

따라서 $8 : 10 = 4 : 5$이다.

20

$\triangle ACD = x\text{ cm}^2$라 하면

$\overline{BD} : \overline{DC} = 10 : 6 = 5 : 3$

$\triangle ABD : \triangle ADC = 5 : 3$이므로

$25 : x = 5 : 3$

따라서 $x = 15(\text{cm}^2)$

21

$\triangle ABD : \triangle ADC$의 비는

$\overline{BD} : \overline{CD} = \overline{AB} : \overline{AC} = 15 : 12 = 5 : 4$이므로

$\triangle ABD = \dfrac{5}{9}\triangle ABC = \dfrac{5}{9} \times 81 = 45(\text{cm}^2)$

한편 $\triangle ABD = \dfrac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{DE}$

따라서 $45 = \dfrac{1}{2} \times 15 \times \overline{DE}$에서 $\overline{DE} = 6(\text{cm})$

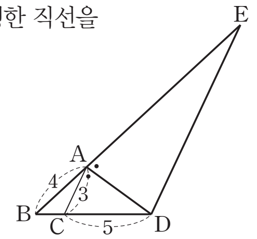
22

$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD}$이므로

$x : 6 = (6+9) : 9$에서 $x = 10(\text{cm})$

23

다음 그림과 같이 점 D에서 $\overline{AC}$에 평행한 직선을 그어 $\overline{BA}$의 연장선과 만나는 점을 F라고 하면



$\angle CAD = \angle FDA$ ($\because$엇각)

따라서 $\angle FAD = \angle FDA$

$\overline{FA} = \overline{FD} = x$라고 하면

$4 : (4+x) = 3 : x$

$4x = 12 + 3x \qquad \therefore x = 12$

따라서 $4 : 12 = \overline{BC} : 5$에서

$12\overline{BC} = 20 \qquad \therefore \overline{BC} = \dfrac{5}{3}$

다른 풀이

$\overline{BC} = x$라고 하면

$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD}$이므로

$4 : 3 = (5+x) : 5$에서 $x = \dfrac{5}{3}$

24

$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD}$이므로

$\overline{BD} : \overline{CD} = 8 : 6 = 4 : 3$에서

$\overline{BC} : \overline{CD} = 1 : 3$

따라서 $\triangle ABC = 40 \times \dfrac{1}{4} = 10(\text{cm}^2)$

25

(1) $4 : 3 = 10 : x$에서 $4x = 30$

따라서 $x = \dfrac{15}{2}$

$10 : \dfrac{15}{2} = y : 5$에서 $\dfrac{15}{2}y = 50$

따라서 $y = \dfrac{20}{3}$

(2) $10 : x = 15 : 12$에서 $15x = 120$

따라서 $x = 8$

$15 : 12 = 5 : y$에서 $15y = 60$

따라서 $y = 4$

26

$10 : 4 = 20 : x$이므로 $x = 8$

$4 : 6 = 6 : y$이므로 $y = 9$

따라서 $x + y = 17$

27

$2 : (2+4) = x : 8$에서 $x = \dfrac{8}{3}$

$4 : (4+2) = y : 6$에서 $y = 4$

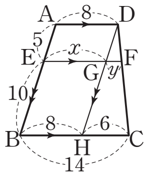
따라서 $x + y = \dfrac{8}{3} + 4 = \dfrac{20}{3}$

28

(1) $x = 8$

$5 : (5+10) = y : (14-8)$

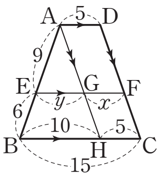
따라서 $y = 2$



(2) $x = 5$

$9 : (9+6) = y : (15-5)$

따라서 $y = 6$

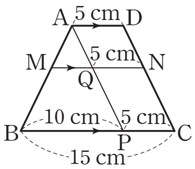


29

$\triangle ABP$에서 $2 : 5 = \overline{MQ} : 10$

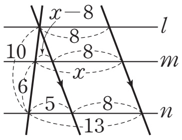
$\therefore \overline{MQ} = 4(\text{cm})$

따라서 $\overline{MN} = \overline{MQ} + \overline{QN} = 4 + 5 = 9(\text{cm})$



30

다음 그림에서



$4:10=(x-8):5$에서

$10(x-8)=5\times4$

따라서 $10x=100$에서 $x=10$

31

$\overline{AE}:\overline{EB}=\overline{DF}:\overline{FC}$에서 $8:4=6:x$, $x=3$

$\overline{DF}:\overline{DC}=y:\overline{BC}$에서 $6:9=y:12$, $y=8$

따라서 $xy=24$

32

$\overline{BE}:\overline{BA}=2:3$이므로 $\overline{EH}:6=2:3$

$\therefore\ \overline{EH}=4(\text{cm})$

$\overline{DH}:\overline{DB}=1:3$이므로 $\overline{HF}:12=1:3$

$\therefore\ \overline{HF}=4(\text{cm})$

따라서 $\overline{EF}=\overline{EH}+\overline{HF}=4+4=8(\text{cm})$

33

$\triangle ABC$에서 $\overline{AE}:\overline{AB}=\overline{EG}:\overline{BC}$이므로

$9:12=\overline{EG}:16$에서 $\overline{EG}=12(\text{cm})$

$\triangle ACD$에서 $\overline{CF}:\overline{CD}=\overline{GF}:\overline{AD}$이므로

$3:12=\overline{GF}:12$에서 $\overline{GF}=3(\text{cm})$

따라서 $\overline{EF}=\overline{EG}+\overline{GF}=12+3=15(\text{cm})$

34

$5:8=\overline{EQ}:8$에서 $\overline{EQ}=5(\text{cm})$

$8:3=6:\overline{EP}$에서 $\overline{EP}=\frac{9}{4}(\text{cm})$

따라서 $\overline{PQ}=\overline{EQ}-\overline{EP}=5-\frac{9}{4}=\frac{11}{4}(\text{cm})$

35

$\triangle ABC$에서 $\overline{MQ}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times28=14(\text{cm})$

한편 $\overline{MP}=\frac{1}{2}\overline{MQ}=\frac{1}{2}\times14=7(\text{cm})$

따라서 $\triangle ABD$에서

$\overline{AD}=2\overline{MP}=2\times7=14(\text{cm})$

36

$\overline{EF}$의 연장선을 그어 $\overline{DC}$와의 교점을 G라고 하면

$\overline{EG}=\frac{3}{4}\overline{BC}=9(\text{cm})$

$\overline{FG}=\frac{1}{4}\overline{AD}=2(\text{cm})$

따라서 $\overline{EF}=\overline{EG}-\overline{FG}=7(\text{cm})$

37

(1) $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로 $\triangle OAD\backsim\triangle OCB$

따라서 닮음비는 $\overline{AD}:\overline{BC}=4:12=1:3$이다.

(2) $\triangle OAD\backsim\triangle OCB$에서 $\overline{BO}:\overline{OD}=3:1$이므로

$\triangle BAD$에서 $\overline{BO}:\overline{BD}=3:4=\overline{PO}:4$

$\therefore\ \overline{PO}=3(\text{cm})$

(3) $\triangle OAD\backsim\triangle OCB$에서 $\overline{OD}:\overline{OB}=1:3$이므로

$\triangle DBC$에서 $\overline{OD}:\overline{DB}=1:4=\overline{OQ}:12$

$\therefore\ \overline{OQ}=3(\text{cm})$

(4) $\overline{PO}=3(\text{cm})$, $\overline{OQ}=3(\text{cm})$이므로

$\overline{PQ}=6(\text{cm})$이다.

38

$\overline{AE}:\overline{EB}=\overline{DF}:\overline{FC}=3:7$

$\overline{EO}=3\times\frac{7}{10}=2.1(\text{cm})$

$\overline{FO}=3\times\frac{7}{10}=2.1(\text{cm})$

따라서 $\overline{EF}=\overline{EO}+\overline{FO}=2.1+2.1=4.2(\text{cm})$

39

$\overline{BC}=x$라고 하면 $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로

$\triangle AOD\backsim\triangle COB$ (AA 닮음)

$\therefore\ \overline{AO}:\overline{CO}=\overline{DO}:\overline{BO}=\overline{AD}:\overline{CB}=8:x$

$\overline{EF}/\!/\overline{BC}$이므로 $\triangle AEO\backsim\triangle ABC$ (AA 닮음)

$\therefore\ \overline{EO}:\overline{BC}=\overline{AO}:\overline{AC}=8:(8+x)$ …… ㉠

$\overline{EF}/\!/\overline{BC}$이므로 $\triangle DOF\backsim\triangle DBC$ (AA 닮음)

$\therefore\ \overline{OF}:\overline{BC}=\overline{DO}:\overline{DB}=8:(8+x)$ …… ㉡

㉠, ㉡에서 $\overline{EO}:\overline{BC}=\overline{OF}:\overline{BC}$이므로

$\overline{EO}=\overline{OF}=\frac{1}{2}\overline{EF}=6$

㉠에서 $6:x=8:(8+x)$, $8x=48+6x$

따라서 $x=24$

40

$\triangle ABP$와 $\triangle CDP$에서

$\overline{AB}$, $\overline{CD}$는 $\overline{BC}$에 수직이므로

$\overline{AB}/\!/\overline{CD}$이다.

$\triangle ABP\backsim\triangle CDP$ (AA 닮음)이므로

$\overline{BP}:\overline{DP}=\overline{AB}:\overline{CD}=8:12=2:3$

$\overline{BP}:\overline{BD}=2:5$

41

동위각의 크기가 90°로 같으므로

$\triangle ABC$에서 $\overline{CQ}:\overline{CB}=9:12=3:4$

$\triangle BCD$에서 $\overline{BQ}:\overline{BC}=1:4$

$\overline{BQ}:\overline{BC}=\overline{PQ}:\overline{CD}$이므로

$1:4=9:x$에서 $x=36$

따라서 $\overline{CD}=36(\text{cm})$

42

$\overline{AB}/\!/\overline{CD}$이므로

$\triangle AFB\backsim\triangle DFC$ (AA 닮음)

$\therefore\ \overline{AF}:\overline{DF}=\overline{AB}:\overline{DC}=a:b$

$\triangle ACD$에서 $\overline{EF}/\!/\overline{CD}$이므로

$\overline{EF}:\overline{CD}=\overline{AF}:\overline{AD}$

$\overline{EF}:b=a:(a+b)$ $\quad\therefore \overline{EF}=\dfrac{ab}{a+b}$

43

$\triangle ABE \backsim \triangle CDE$ (AA 닮음)이므로

$\overline{AE}:\overline{CE}=\overline{AB}:\overline{CD}=9:6=3:2$

따라서 $\overline{AE}:\overline{AC}=3:5$

44

$\triangle ABE \backsim \triangle CDE$ (AA 닮음)이고,

닮음비는 $10:15=2:3$이므로

$\overline{BE}:\overline{ED}=2:3$, $\overline{AE}:\overline{EC}=2:3$

$\triangle BEF \backsim \triangle BDC$ (AA닮음)이고,

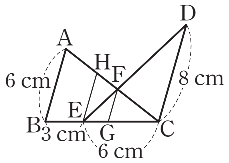
닮음비는 $\overline{BE}:\overline{ED}=2:3$이므로

$\overline{BF}:\overline{BC}=2:5$에서 $x:20=2:5$ $\quad\therefore x=8$

$\overline{EF}:\overline{CD}=2:5$이므로 $y:15=2:5$ $\quad\therefore y=6$

따라서 $x+y=8+6=14$

45



다음 그림과 같이 점 E를 지나고 $\overline{AB}$에 평행한 선을 그어 $\overline{AC}$와의 교점을 H라고 하면

$\overline{AB} /\!/ \overline{HE}$이므로 $\triangle ABC \backsim \triangle HEC$

(AA 닮음)

따라서, $\overline{AB}:\overline{HE}=\overline{BC}:\overline{EC}=3:2$이므로

$\overline{HE}=4(\text{cm})$

한편 $\overline{HE} /\!/ \overline{CD}$이므로

$\triangle HEF \backsim \triangle CDF$ (AA 닮음)

$\therefore \overline{EF}:\overline{DF}=\overline{HE}:\overline{CD}=1:2$

$\overline{FG} /\!/ \overline{DC}$이므로 $\triangle FEG \backsim \triangle DEC$

$\therefore \overline{FG}:\overline{DC}=\overline{EF}:\overline{ED}=1:3$

따라서 $\overline{FG}=\dfrac{1}{3}\overline{DC}=\dfrac{8}{3}(\text{cm})$

STEP 3 단원 마무리 :: 092쪽 ~ 093쪽

01 ③	**02** ③	**03** ②	**04** ④	
05 14 cm	**06** ⑤	**07** ⑤	**08** 24	**09** ④
10 44	**11** $\dfrac{12}{7}$ cm	**12** 10		

01

$\square DBFE$가 평행사변형이므로 $\overline{BF}=5(\text{cm})$,

$\overline{BC} /\!/ \overline{DE}$이므로 $\overline{AD}:\overline{AB}=\overline{DE}:\overline{BC}$에서

$4:(4+2)=5:(5+x)$

따라서 $x=\dfrac{5}{2}(\text{cm})$

02

$\overline{AD}:\overline{DB}=3:5$이므로 $\overline{AD}:\overline{AB}=3:8$

$\therefore \overline{DE}:\overline{BC}=\overline{AD}:\overline{AB}=3:8$

$\therefore \overline{DF}:\overline{FC}=\overline{DE}:\overline{BC}=3:8$

03

$\square ABFD$가 평행사변형이므로

$\overline{BF}=\overline{AD}=7(\text{cm})$이고

$\overline{FC}=13-7=6(\text{cm})$

$\triangle AED \backsim \triangle CEF$ (AA 닮음)

따라서 $7:6=6:\overline{CE}$에서 $\overline{CE}=\dfrac{36}{7}(\text{cm})$

04

$3:4=4.5:x$, $3x=18$

$\therefore x=6(\text{cm})$

05

$\triangle ABD$와 $\triangle CED$에서

$\angle A=\angle C$이고, $\angle ADB=\angle CDE$이므로

$\triangle ABD \backsim \triangle CED$ (AA 닮음)이다.

그러므로 $\overline{AB}:\overline{CE}=\overline{AD}:\overline{CD}$

$18:\overline{CE}=24:18$에서 $24\overline{CE}=324$ $\quad\therefore \overline{CE}=\dfrac{27}{2}(\text{cm})$

따라서 $\overline{BE}=\overline{BC}-\overline{CE}=24-\dfrac{27}{2}=\dfrac{21}{2}(\text{cm})$

한편 $\triangle DBC$에서 $\overline{DE}$는 $\angle DBC$의 이등분선이므로

$\overline{DB}:\overline{DC}=\overline{BE}:\overline{CE}$에서 $\overline{DB}:18=\dfrac{21}{2}:\dfrac{27}{2}=7:9$

따라서 $9\overline{DB}=126$에서 $\overline{DB}=14(\text{cm})$

06

$\triangle ABC$는 이등변삼각형이므로 $\overline{BC}\perp\overline{AD}$

$\triangle ABD \backsim \triangle ADE$ (AA 닮음)이므로 $\angle DEC=90°$이고

$\triangle ABD \backsim \triangle DCE$이므로 $6:x=9:6$에서 $9x=36$

따라서 $x=4$

07

$\triangle ABD:\triangle ACD=4:6=2:3$

$24:\triangle ACD=2:3$

따라서 $\triangle ACD=36(\text{cm}^2)$

08

$\overline{AD}$는 $\angle A$의 외각의 이등분선이므로

$\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{CD}$

$15:9=(12+x):x$에서 $15x=108+9x$

$6x=108$ $\quad\therefore x=18$

$\overline{AD} /\!/ \overline{EC}$이므로 $\overline{BE}:\overline{BA}=\overline{BC}:\overline{BD}$

$y : 12 = 12 : (12+x)$에서 $y : 15 = 12 : 30$

$30y = 180$ $\therefore y = 6$

따라서 $x+y = 18+6 = 24$

09

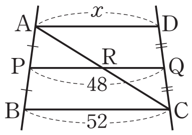
$24 : 6 = x : 5$에서 $6x = 120$ $\therefore x = 20$

$6 : 18 = 4 : y$에서 $6y = 72$ $\therefore y = 12$

따라서 $x+y = 20+12 = 32$

10

그림과 같은 △ABC에서



$\overline{PR} = \frac{1}{2}\overline{BC} = \frac{1}{2} \times 52 = 26$

$\overline{RQ} = \overline{PQ} - \overline{PR} = 48 - 26 = 22$

따라서 △ACD에서 $x = 2\overline{RQ} = 2 \times 22 = 44$

11

△AED∽△MEB (AA 닮음)이므로

$\overline{AE} : \overline{ME} = \overline{AD} : \overline{MB}$에서

$\overline{AE} : \overline{ME} = 4 : 3$ …… ㉠

또 △AFD∽△CFM (AA 닮음)이므로

$\overline{AF} : \overline{CF} = \overline{AD} : \overline{CM}$에서

$\overline{AF} : \overline{CF} = 4 : 3$ …… ㉡

㉠, ㉡에 의하여 $\overline{EF} /\!/ \overline{MC}$이므로

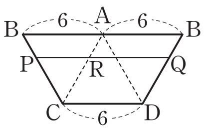
$\overline{EF} : \overline{MC} = \overline{AE} : \overline{AM}$

$\overline{EF} : 3 = 4 : 7$에서 $7\overline{EF} = 12$

따라서 $\overline{EF} = \frac{12}{7}$(cm)

12

구하는 최단 거리는



다음과 같은 그림에서 $\overline{PQ}$이다.

이때, $\overline{PQ} /\!/ \overline{CD}$, $\overline{BP} : \overline{PC} = 1 : 2$이므로

$\overline{PR} : \overline{BA} = 2 : 3$에서 $\overline{PR} : 6 = 2 : 3$

그러므로 $\overline{PR} = 4$이고 $\overline{RQ} = \overline{CD} = 6$에서

$\overline{PQ} = \overline{PR} + \overline{RQ} = 4+6 = 10$

따라서 구하는 최단 거리는 10

7 삼각형의 무게중심

STEP 1 유형 익히기 :: 094쪽 ~ 095쪽

01 (가) △GNM, (나) 2 : 1
02 (1) 2 : 1 (2) 4 **03** (1) 6 (2) 8 **04** 20
05 22 **06** ①
07 (1) 6 cm^2 (2) 4 cm^2 (3) 4 cm^2
08 (1) 직사각형 (2) 18 cm **09** 42 cm

01

$\overline{AB} /\!/ \overline{MN}$이므로

△GAB∽$\boxed{\triangle GNM}$ (AA 닮음)

닮음비는 $\overline{AB} : \overline{MN} = \boxed{2 : 1}$

따라서 $\overline{AG} : \overline{GN} = 2 : 1$

02

(1) 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질에 의해

$\overline{AB} /\!/ \overline{DE}$이므로

△ABF∽△DEF (AA 닮음)이고

$\overline{DE} = \frac{1}{2}\overline{AB}$이므로 닮음비는 2 : 1

(2) $\overline{AF} : \overline{FD} = 2 : 1$이므로 $8 : x = 2 : 1$

따라서 $x = 4$

03

삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질에 의해

(1) $2x = 12$에서 $x = 6$

(2) $x = 2 \times 4 = 8$

04

$\overline{AM} = \overline{MB}$, $\overline{MN} /\!/ \overline{BC}$이므로

$\overline{BC} = 2\overline{MN} = 2 \times 16 = 32$(cm)에서 $x = 32$

$\overline{CN} = \frac{1}{2}\overline{AC} = \frac{1}{2} \times 24 = 12$(cm)에서 $y = 12$

따라서 $x-y = 32-12 = 20$

05

$\overline{AG} : \overline{GD} = 2 : 1$이므로 $\overline{AG} : 4 = 2 : 1$

$\overline{AG} = 8$에서 $x = \overline{AG} + \overline{GD} = 12$

$\overline{BG} : \overline{GE} = 2 : 1$이므로 $y : 5 = 2 : 1$에서 $y = 10$

따라서 $x+y = 22$

06

무게중심은 세 중선의 교점이므로 세 중선으로 나누어지는 6개의 삼각형은 모두 넓이가 같다.

△AGE = △AGF = △BGE
= △BGD = △CGD = △CGF

따라서 $x:y:z=3:1:2$

07

(1) $\overline{BM}=\overline{CM}$이므로 $\triangle ABM=\triangle ACM$

따라서 $\triangle ABM=\frac{1}{2}\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 12=6(\text{cm}^2)$

(2) $\triangle ABM=\triangle ABP+\triangle PBM$

따라서 $\triangle ABP=\triangle ABM-\triangle PBM$

$=6-2=4(\text{cm}^2)$

(3) $\triangle ACP=\triangle ABP=4(\text{cm}^2)$

08

(1) $\overline{PQ}=\overline{SR}=\frac{1}{2}\overline{AC}$, $\overline{PS}=\overline{QR}=\frac{1}{2}\overline{BD}$,

$\overline{PQ}/\!/\overline{AC}/\!/\overline{SR}$, $\overline{PS}/\!/\overline{BD}/\!/\overline{QR}$이고,

$\overline{AC}\perp\overline{BD}$이므로 사각형 PQRS는 직사각형이다.

(2) $\overline{PQ}=\overline{RS}=\frac{1}{2}\overline{AC}=4(\text{cm})$

$\overline{PS}=\overline{QR}=\frac{1}{2}\overline{BD}=5(\text{cm})$

따라서 □PQRS의 둘레의 길이 l은

$l=2\times(4+5)=18(\text{cm})$

09

$\overline{EF}=\overline{HG}=\frac{1}{2}\overline{AC}=9(\text{cm})$

$\overline{EH}=\overline{FG}=\frac{1}{2}\overline{BD}=12(\text{cm})$

따라서 □EFGH의 둘레의 길이 l은

$l=2\times(9+12)=42(\text{cm})$

STEP 2 유형 다지기

:: 096쪽 ~ 103쪽

01 (1) 4 (2) 8 **02** 14 **03** 3 cm
04 5 cm **05** 6 cm **06** 12 **07** 2 **08** 4
09 4 : 3 **10** 15 cm **11** 30 cm **12** 56 cm
13 24 cm **14** 9 **15** $\frac{27}{2}$ **16** 18 cm
17 24 cm **18** 24 cm^2 **19** (1) 6, 5 (2) 5, 6 **20** 3
21 6 cm **22** (1) 12 cm^2 (2) 6 cm^2 **23** 10 cm^2
24 36 cm^2 **25** (1) $x=2$, $y=3$ (2) $x=4$, $y=3$ **26** 2
27 6 cm **28** 6 : 2 : 1 **29** 15 cm **30** $\frac{4}{3}$
31 12 cm **32** 7.5 **33** $\frac{9}{2}$ cm **34** 6
35 2 cm **36** 8 cm **37** (1) 6 (2) 2
38 60 cm^2 **39** $\frac{9}{2}$ cm^2 **40** 4 cm^2 **41** 6 cm^2
42 72 cm^2 **43** (1) 30 cm (2) 20 cm (3) 10 cm
44 8 cm **45** 21 **46** 8 **47** 24 cm^2
48 4 cm^2

01

삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질에 의해 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분은 나머지 변과 평행하고, 그 길이는 나머지 변의 길이의 $\frac{1}{2}$이다.

(1) $x=\frac{1}{2}\times 8=4$

(2) $x=2\times 4=8$

02

$\triangle DFE\backsim\triangle CFB$이고

$\triangle DFE:\triangle CFB=1:2$이므로

$2\overline{DF}=\overline{FC}=6$

$2\overline{FE}=\overline{BF}=8$

따라서 $\overline{BF}+\overline{CF}=14$

03

점 O는 외심이면 세 변의 수직이등분선의 교점이므로 M, N은 중점이다.

따라서, 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질에 의하여

$\overline{MN}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times 6=3(\text{cm})$

04

$\overline{BC}=2\overline{MN}=10(\text{cm})$

따라서 $\overline{PQ}=\frac{1}{2}\overline{BC}=5(\text{cm})$

05

삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질에 의하여

$\overline{MN}=\overline{PQ}=3$ cm

따라서 $\overline{MN}+\overline{PQ}=6$ cm

06

삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질에 의하여

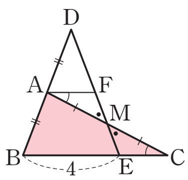
$\overline{MN}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\overline{PQ}$

$12=\frac{1}{2}\overline{BC}=\overline{PQ}$

따라서 $\overline{PQ}=12$

07

점 A를 지나고 $\overline{BC}$에 평행인 직선을 그어 $\overline{DE}$와의 교점을 F라 하면 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질에 의하여



$\overline{AF}=\frac{1}{2}\overline{BE}=\frac{1}{2}\times 4=2$

$\triangle AMF$와 $\triangle CME$에서 $\angle FAM=\angle ECM$ (엇각)

$\overline{AM}=\overline{CM}$

$\angle AMF=\angle CME$ (맞꼭지각)이므로

$\triangle AMF\equiv\triangle CME$ (ASA 합동)

따라서 $\overline{EC}=\overline{AF}=2$

08

$\overline{EC}=x$라 하면 $\triangle ANM \equiv \triangle CEM$이므로 $\overline{AN}=\overline{EC}=x$이다.

$\overline{BE}=2\overline{AN}=2x$

$\overline{BC}=2x+x=12$

따라서 $x=4$

09

점 M을 지나면서 $\overline{AC}$에 평행한 직선이 $\overline{AB}$와 만나는 점을 P라 하고 $\overline{PM}$을 그으면

$\triangle APM \backsim \triangle DAE$이다.

점 M이 $\overline{BC}$의 중점이고 $\overline{MP} /\!/ \overline{CA}$이므로 점 P도 $\overline{AB}$의 중점이다.

그러므로 $\overline{AP}=4(\text{cm})$, $\overline{PM}=3(\text{cm})$

따라서 $\overline{AD}:\overline{AE}=\overline{AP}:\overline{PM}=4:3$

10

$\overline{DF}=\frac{1}{2}\overline{BC}=6(\text{cm})$

$\overline{DE}=\frac{1}{2}\overline{AC}=5(\text{cm})$

$\overline{EF}=\frac{1}{2}\overline{AB}=4(\text{cm})$

따라서 $\triangle DEF$의 둘레의 길이 l은

$l=\overline{DF}+\overline{DE}+\overline{EF}=6+5+4=15(\text{cm})$

11

세 점 D, E, F가 각각 변 AB, BC, CA의 중점이므로

$\overline{AB}=2\overline{EF}$, $\overline{BC}=2\overline{DF}$, $\overline{AC}=2\overline{DE}$

따라서 $\triangle ABC$의 둘레의 길이 l은

$l=2\overline{EF}+2\overline{DF}+2\overline{DE}$

$\quad=2(\overline{EF}+\overline{DF}+\overline{DE})$

$\quad=2(5+6+4)=30(\text{cm})$

12

($\triangle DEF$의 둘레의 길이)$=2\times$($\triangle GHI$의 둘레의 길이)

$=2\times 14=28(\text{cm})$

따라서 $\triangle ABC$의 둘레의 길이 l은

$l=2\times$($\triangle DEF$의 둘레의 길이)

$\quad=2\times 28=56(\text{cm})$

13

$\triangle CED$에서 $\overline{DE}=2\overline{GF}=2\times 8=16(\text{cm})$

$\triangle ABF$에서 $\overline{BF}=2\overline{DE}=2\times 16=32(\text{cm})$

따라서 $\overline{BG}=\overline{BF}-\overline{GF}=32-8=24(\text{cm})$

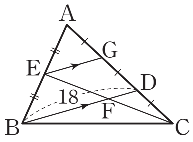
14

$\triangle CDE$에서 $\overline{GF}=\frac{1}{2}\overline{DE}=3$

$\triangle ABF$에서 $\overline{BF}=2\overline{DE}=12$

따라서 $x=\overline{BF}-\overline{GF}=12-3=9$

15



그림과 같이 $\overline{AD}$의 중점을 G라 하고,

$\overline{EG}$를 그으면

$\overline{EG} /\!/ \overline{BD}$이다.

$\overline{AD}:\overline{DC}=2:1$이므로 $\overline{AG}=\overline{GD}=\overline{DC}$

$\triangle ABD$에서 $\overline{EG}=\frac{1}{2}\overline{BD}=\frac{1}{2}\times 18=9$

$\triangle CGE$에서 $\overline{FD}=\frac{1}{2}\overline{EG}=\frac{1}{2}\times 9=\frac{9}{2}$

따라서 $\overline{BF}=\overline{BD}-\overline{FD}=18-\frac{9}{2}=\frac{27}{2}$

16

선분 AC와 선분 BD를 그리면

$\overline{AC}=2\times\overline{PQ}=2\times\overline{RS}$

$\overline{BD}=2\times\overline{PS}=2\times\overline{QR}$

따라서 □PQRS의 둘레의 길이 l은

$l=\overline{AC}+\overline{BD}=10+8=18(\text{cm})$

17

두 변의 중점을 연결한 선분의 성질에 의하여

$\overline{AC}=2\overline{PQ}$, $\overline{BD}=2\overline{PS}$

□PQRS는 직사각형이므로

$\overline{PQ}=\overline{SR}$, $\overline{PS}=\overline{QR}$

따라서 $\overline{AC}+\overline{BD}=2\overline{PQ}+2\overline{PS}=24(\text{cm})$

18

$\overline{PS}=\frac{1}{2}\overline{EG}=\frac{1}{2}\overline{AD}=\frac{1}{2}\times 12=6(\text{cm})$

$\overline{PQ}=\frac{1}{2}\overline{HF}=\frac{1}{2}\overline{CD}=\frac{1}{2}\times 8=4(\text{cm})$

□PQRS는 직사각형이므로

□PQRS$=6\times 4=24(\text{cm}^2)$

19

(1) $x=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times 12=6$

$y=\frac{1}{2}\overline{AD}=\frac{1}{2}\times 10=5$

(2) $x=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times 10=5$

$\overline{PN}=8-5=3$

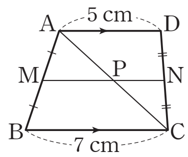
따라서 $y=2\overline{PN}=2\times 3=6$

20

$\overline{MQ}=\frac{1}{2}\overline{BC}=3$이므로 $\overline{MP}=\frac{1}{2}\overline{MQ}=\frac{3}{2}$

따라서 $\overline{AD}=2\overline{MP}=3$

21



다음 그림과 같이

대각선 AC와 $\overline{MN}$의 교점을 P라 하면

$\triangle ABC$에서 $\overline{MP}=\frac{1}{2}\overline{BC}=3.5(\text{cm})$

$\triangle$CAD에서 $\overline{NP}=\frac{1}{2}\overline{AD}=2.5(cm)$

따라서 $\overline{MN}=\overline{MP}+\overline{NP}=3.5+2.5=6(cm)$

22

(1) $\triangle ACD=\frac{1}{2}\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 24=12(cm^2)$

(2) $\triangle ACE=\frac{1}{2}\triangle ACD=\frac{1}{2}\times 12=6(cm^2)$

23

$\triangle$ABC에서 $\overline{AD}$가 중선이므로

$\triangle ABD=\frac{1}{2}\triangle ABC$

$\triangle$ABD에서 $\overline{BP}$가 중선이므로

$\triangle PBD=\frac{1}{2}\triangle ABD=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\triangle ABC$

$\triangle PBD=\frac{1}{4}\times 40=10(cm^2)$

24

$\overline{QD}=\frac{1}{3}\overline{AD}$이므로

$\triangle BDQ=\frac{1}{3}\triangle ABD$

그러므로 $\triangle ABD=3\triangle BDQ=18(cm^2)$

따라서 $\triangle ABC=2\triangle ABD=36(cm^2)$

25

(1) $4:x=2:1$에서 $x=2$

따라서 $y=\frac{1}{3}\times 9=3$

(2) $6:y=2:1$에서 $y=3$

따라서 $x=\frac{1}{2}\times 8=4$

26

직각삼각형에서 빗변의 중점이 외심이므로

$\overline{AM}=\overline{BM}=\overline{CM}$

따라서 $\overline{CM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times 12=6$

점 G가 $\triangle$ABC의 무게중심이므로

$\overline{MG}=\frac{1}{3}\overline{CM}=\frac{1}{3}\times 6=2$

27

점 G는 $\triangle$ABC의 무게중심이므로

$\overline{AG}:\overline{GF}=2:1$에서 $4:\overline{GF}=2:1$

그러므로 $\overline{GF}=2$이다.

한편 직각삼각형의 외심은 빗변의 중점에 있으므로

점 F는 $\triangle$ABC의 외심이다.

따라서 $\overline{BF}=\overline{CF}=\overline{AF}=\overline{AG}+\overline{GF}$

$=4+2=6(cm)$

28

점 G′은 $\triangle$GBC의 무게중심이므로

$\overline{GG'}=2\overline{G'D}$, $\overline{GD}=3\overline{G'D}$

점 G는 $\triangle$ABC의 무게중심이므로

$\overline{AG}=2\overline{GD}=2\times 3\overline{G'D}=6\overline{G'D}$

따라서 $\overline{AG}:\overline{GG'}:\overline{G'D}=6\overline{G'D}:2\overline{G'D}:\overline{G'D}$

$=6:2:1$

29

$\triangle$GBC에서

$\overline{GD}=3\overline{G'D}=3\times 2.5=7.5(cm)$

따라서 $\triangle$ABC에서

$\overline{AG}=2\overline{GD}=2\times 7.5=15(cm)$

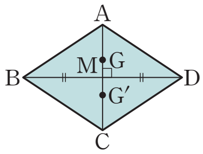
30

$\overline{AC}:\overline{BD}=2:3$에서 $\overline{BD}=\frac{3}{2}\overline{AC}$

$\frac{1}{2}\times\overline{AC}\times\overline{BD}=12$에서 $\frac{1}{2}\times\overline{AC}\times\frac{3}{2}\overline{AC}=12$

$\overline{AC}^2=4^2$이므로 $\overline{AC}=4$

다음 그림에서



$\overline{AM}=\overline{CM}=2$이고,

$\overline{AG}:\overline{GM}=\overline{CG'}:\overline{G'M}=2:1$이므로

$\overline{GM}=\overline{G'M}=\frac{1}{3}\times 2=\frac{2}{3}$

따라서 $\overline{GG'}=\overline{GM}+\overline{G'M}=\frac{2}{3}+\frac{2}{3}=\frac{4}{3}$

31

$\overline{BD}:\overline{CD}=\overline{CE}:\overline{DE}=1:1$이므로

$\overline{BD}:\overline{BE}=2:3$이다.

$\overline{BD}:\overline{BE}=\overline{DG}:\overline{EF}$에서 $2:3=\overline{DG}:18$

따라서 $\overline{DG}=12(cm)$

32

$\overline{AD}=15$이고, $\triangle$ABD에서 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질에 의해

$\overline{EF}=\frac{15}{2}=7.5$

33

점 G가 $\triangle$ABC의 무게중심이므로

$\overline{CG}=2\overline{GM}=2\times 3=6(cm)$

$\triangle$BCM에서 $\overline{BN}=\overline{NM}$, $\overline{BD}=\overline{DC}$

따라서 $\overline{DN}=\frac{1}{2}\overline{MC}=\frac{1}{2}(\overline{MG}+\overline{GC})$

$=\frac{1}{2}\times(3+6)=\frac{9}{2}(cm)$

34

$\overline{AG}=2\overline{GD}=2\times 3=6(cm)$이므로 $x=6$

$\triangle$ABD에서 $\overline{EG}:\overline{BD}=2:3$이므로

$4 : \overline{BD} = 2 : 3$에서 $\overline{BD} = 6$ cm

$\overline{BC} = 2\overline{BD} = 2 \times 6 = 12$(cm)이므로 $y = 12$

따라서 $y - x = 12 - 6 = 6$

35

꼭짓점 B에서 중선을 그어 $\overline{AC}$와 만나는 점을 M이라 하면

$\overline{AM} = \frac{1}{2}\overline{AC} = 3$이고, $\triangle BGE \backsim \triangle BMA$이므로

$\overline{GE} : \overline{AM} = \overline{BG} : \overline{BM} = 2 : 3$

$\overline{GE} : 3 = 2 : 3$에서 $\overline{GE} = 2$(cm)

다른 풀이

꼭짓점 C에서 중선을 그어 $\overline{AB}$와 만나는 점을 M이라 하면

$\triangle AMG = \frac{1}{6}\triangle ABC = 4$

$\triangle AMG = \frac{1}{2} \times \overline{AM} \times \overline{GE} = \frac{1}{2} \times 4 \times \overline{GE}$

따라서 $2\overline{GE} = 4$에서 $\overline{GE} = 2$(cm)

36

$\overline{GD} = \frac{1}{3}\overline{AD} = 16$(cm)

$\triangle EGF \backsim \triangle CGD$이고, $\overline{CG} : \overline{GE} = 2 : 1$이므로

$\overline{GD} : \overline{GF} = 2 : 1$에서 $\overline{GF} = 8$(cm)

37

삼각형의 세 중선으로 나누어지는 6개의 삼각형의 넓이는 같으므로

(1) $\triangle ABC = 6 \times \triangle BLG = 6 \times 1 = 6$

(2) $\square GLCM = \triangle CMG + \triangle CGL = 1 + 1 = 2$

38

색칠한 부분의 넓이의 합은

$\frac{2}{3}\triangle ABC = \frac{2}{3} \times 90 = 60(\text{cm}^2)$

39

$\triangle ABD$에서 $\overline{AG} : \overline{GD} = 2 : 1$이므로

$\triangle ABG : \triangle GBD = 2 : 1$에서 $18 : \triangle GBD = 2 : 1$

따라서 $\triangle GBD = 9(\text{cm}^2)$

$\triangle BDE$에서 $\overline{BG} : \overline{GE} = 2 : 1$이므로

$\triangle GBD : \triangle GDE = 2 : 1$에서 $9 : \triangle GDE = 2 : 1$

따라서 $\triangle GDE = \frac{9}{2}(\text{cm}^2)$

40

$\triangle BFM = \frac{1}{6}\triangle GBC = \frac{1}{6} \times \frac{1}{3}\triangle ABC$

$= 4(\text{cm}^2)$

41

G가 $\triangle ABC$의 무게중심이므로

$\triangle GDC = \frac{1}{6}\triangle ABC = \frac{1}{6} \times 54 = 9(\text{cm}^2)$

점 G′이 $\triangle GBC$의 무게중심이므로

$\overline{GG'} : \overline{G'D} = 2 : 1$

따라서 $\triangle GG'C = \frac{2}{3}\triangle GDC = \frac{2}{3} \times 9 = 6(\text{cm}^2)$

42

$\triangle BGG' = \frac{2}{3}\triangle BGM$에서

$\triangle BGM = \frac{3}{2}\triangle BGG' = 12(\text{cm}^2)$

$\triangle BGM = \frac{1}{6}\triangle ABC$이므로

$\triangle ABC = 6\triangle BGM = 72(\text{cm}^2)$

43

(1) 평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.
따라서 $\overline{BD} = 60$이므로
$\overline{BO} = 30$(cm)이다.

(2) $\overline{BP} = \frac{2}{3}\overline{BO} = 20$(cm)

(3) $\overline{PO} = \frac{1}{3}\overline{BO} = 10$(cm)

44

점 M, N이 각각 $\overline{BC}$, $\overline{DC}$의 중점이므로

$\overline{BD} = 2\overline{MN} = 24$(cm)

점 P는 $\triangle ABC$의 무게중심이고, 점 Q는 $\triangle ADC$의 무게중심이므로 $\overline{PQ} = \frac{1}{3}\overline{BD} = 8$(cm)

45

두 점 P, Q는 각각 $\triangle ABD$, $\triangle DBC$의 무게중심이므로

$\overline{AP} = \overline{PQ} = \overline{QC}$

따라서 $\overline{AC} = 3\overline{PQ} = 3 \times 7 = 21$

46

$\triangle ABC$의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24$

따라서 $\triangle GBH$의 넓이 S는

$S = \triangle ABC \times \frac{1}{3} = 8$

47

평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분하므로

$\overline{AO} = \overline{CO}$

$\overline{BO}$, $\overline{AM}$은 $\triangle ABC$의 중선이다.

따라서 점 P는 $\triangle ABC$의 무게중심이다.

마찬가지로 점 Q는 $\triangle ACD$의 무게중심이다.

$\triangle BPM = \frac{1}{6}\triangle ABC$이므로

$\triangle ABC = 6\triangle BPM = 6 \times 2 = 12(\text{cm}^2)$

평행사변형 ABCD의 넓이는 대각선 AC에 의하여 이등분되므로 $\triangle ABC = \triangle ACD$

따라서 $\square ABCD = \triangle ABC + \triangle ACD = 2\triangle ABC = 24(\text{cm}^2)$

48

두 대각선 AC와 BD의 교점을 O라고 하면

$\overline{BO}=\overline{DO}$, $\overline{AO}=\overline{CO}$이므로

두 점 S, R은 각각 $\triangle ABD$, $\triangle DBC$의 무게중심이다.

따라서, $\overline{AS}=\overline{SR}=\overline{CR}$이다.

$$\triangle ABR=\frac{2}{3}\triangle ABC=\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}\square ABCD$$
$$=\frac{1}{3}\times 36=12(\text{cm}^2)$$

한편 $\overline{AS}=\overline{SR}$, $\overline{BQ}=\overline{QR}$이므로 점 P는

$\triangle ABR$의 무게중심이다.

따라서 $\square PQRS=\frac{1}{3}\triangle ABR=\frac{1}{3}\times 12=4(\text{cm}^2)$

STEP 3 단원 마무리

:: 104쪽 ~ 105쪽

01	③	**02**	③	**03**	ㄱ, ㄷ	**04**	①		
05	$x=3$, $y=7$			**06**	5 cm^2	**07**	③	**08**	⑤
09	①	**10**	②	**11**	72 cm^2	**12**	③		

01

$\triangle ABC$에서 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질에 의해서 $\overline{BC}=2\overline{MN}=16(\text{cm})$

$\triangle DBC$에서 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질에 의해서 $\overline{PQ}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times 16=8(\text{cm})$

$\overline{RQ}=3$ cm이므로 $\overline{PR}=8-3=5(\text{cm})$

02

$\triangle DEF\equiv\triangle GCF$ (ASA 합동)이므로

$\overline{EF}=\overline{FC}=3(\text{cm})$

삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질에 의하여

$\overline{AE}=\overline{EC}=6(\text{cm})$

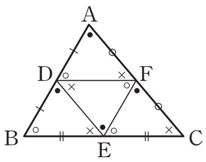
$\overline{AF}=\overline{AE}+\overline{EF}=6+3=9(\text{cm})$

03

ㄱ. $\overline{DE}=\overline{FC}$, $\overline{EF}=\overline{BD}$

ㄷ. $\angle AFD=\angle ACB=\angle DEB$,

$\angle EFC=\angle BAC=\angle BDE$



04

직사각형의 두 대각선의 길이는 서로 같으므로

$\square EFGH$의 둘레의 길이 l은

$l=\overline{AC}+\overline{BD}=20+20=40(\text{cm})$

05

$x=\frac{1}{2}\times 6=3$, $y=\frac{1}{2}\times 14=7$

06

점 P는 $\overline{DB}$의 중점이므로

$\overline{PF}=\frac{1}{2}\overline{BC}=6(\text{cm})$, $\overline{EP}=2(\text{cm})$

따라서 $\triangle BPE=\frac{1}{2}\times 2\times 5=5(\text{cm}^2)$

07

$\triangle ABC=6\triangle PBQ=18(\text{cm}^2)$

08

점 G는 $\triangle ABC$의 무게중심이므로

$\triangle GAF=\triangle GAE=\triangle GCE=\triangle GCD$

$=\triangle GBD=\triangle GBF$

따라서 $\triangle BCG=\square AFGE$

09

점 G는 $\triangle ABC$의 무게중심이므로

$\overline{BG}:\overline{BF}=\overline{DG}:\overline{EF}=2:3$

$2:\overline{EF}=2:3$, $\overline{EF}=3(\text{cm})$

다른 풀이

점 G는 $\triangle ABC$의 무게중심이므로

$\overline{AG}:2=2:1$, $\overline{AG}=4(\text{cm})$

$\overline{AD}=\overline{AG}+\overline{GD}=4+2=6(\text{cm})$

따라서 $\overline{EF}=\frac{1}{2}\overline{AD}=3(\text{cm})$

10

$\overline{AG}=24\times\frac{2}{3}=16(\text{cm})$

$\overline{AF}=24\times\frac{1}{2}=12(\text{cm})$

따라서 $\overline{FG}=16-12=4(\text{cm})$

11

$\triangle GDC=\frac{3}{2}\triangle GG'C=\frac{3}{2}\times 8=12(\text{cm}^2)$

$\triangle ADC=3\triangle GDC=3\times 12=36(\text{cm}^2)$

따라서 $\triangle ABC=2\triangle ADC=2\times 36=72(\text{cm}^2)$

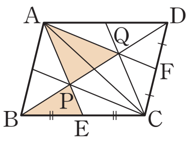
12

그림과 같이 보조선을 그어 생각하면

점 P, Q는 각각 $\triangle ABC$, $\triangle ACD$의

무게중심이므로

$\triangle APQ+\triangle PBM$의 넓이 S는



$S=\frac{3}{12}\square ABCD=\frac{1}{4}\times 48=12(\text{cm}^2)$

8 닮음의 활용

STEP 1 유형 익히기 :: 106쪽 ~ 107쪽

01 (1) $2:3$ (2) $4:9$ **02** $1:4$
03 $9:1$ **04** $1:27$
05 $8:125$ **06** $\frac{729}{8}$배 **07** 12 m
08 ② **09** 86.4 km **10** 26 m

01
(1) $4:6=6:9=2:3$ (2) $12:27=4:9$

02
두 도형의 닮음비가 $1:2$이므로 넓이의 비는 제곱의 비와 같다.
따라서 $1^2:2^2=1:4$

03
두 도형의 닮음비가 $3:1$이므로 넓이의 비는 제곱의 비와 같다.
따라서 $3^2:1^2=9:1$

04
닮음비가 $1:3$이므로
부피의 비는
$1^3:3^3=1:27$

05
두 직육면체 A, B의 닮음비는 $2:5$이므로
부피의 비는 $2^3:5^3=8:125$

06
닮음비가 $2:9$이므로 부피의 비는 $2^3:9^3=8:729$
따라서 농구공의 부피는 야구공의 부피의 $\frac{729}{8}$배이다.

07
나무의 높이를 h m라고 하면
$2:1.6=(2+13):h$에서 $h=12$
따라서 나무의 높이는 $12(\text{m})$이다.

08
가로등의 높이를 h m라고 하면
$1:2=h:(12+2)$에서 $h=7$
따라서 가로등의 높이는 7 m이다.

09
$(\text{축척})=\frac{10\text{ cm}}{36\text{ km}}=\frac{10\text{ cm}}{3600000\text{ cm}}=\frac{1}{360000}$
따라서 축척이 $\frac{1}{360000}$인 지도에서 거리가 24 cm인
두 지점 사이의 실제 거리는
$24\times360000=8640000(\text{cm})=86.4(\text{km})$

10
축척이 $\frac{1}{1000}$이므로 실제 거리는
$2.6\times1000=2600(\text{cm})=26(\text{m})$

STEP 2 유형 다지기 :: 108쪽 ~ 115쪽

01 (1) $3:4$ (2) $3:4$ **02** (1) $1:2$ (2) 35 cm^2 (3) 140 cm^2 (4) $1:4$ **03** (1) $5:2$ (2) $25:4$
04 36 cm^2 **05** $4:1$ **06** (1) $1:2$ (2) 20 cm (3) 4 cm^2 **07** 70 cm^2 **08** 32 cm^2 **09** 54 cm^2
10 100 cm^2 **11** 12 cm^2 **12** 30 cm^2 **13** 9 cm^2 **14** $2:3$
15 $1:3:12$ **16** $36\pi\text{ cm}^2$ **17** $1:3:5:7$
18 9 **19** 8 **20** 36 cm^2 **21** ④ **22** ②
23 100 L **24** $4:1$ **25** $\frac{47}{2}$배 **26** ④ **27** ①
28 $16\pi\text{ cm}^2$ **29** ③ **30** ① **31** ② **32** ④
33 $128\pi\text{ cm}^3$ **34** $P=3\pi\text{ cm}^3$, $Q=21\pi\text{ cm}^3$, $R=57\pi\text{ cm}^3$ **35** $8:19$ **36** 56 cm^3
37 (1) 5 cm (2) 105분 **38** 35분 **39** 81분
40 11 m **41** 9 m **42** 3 m **43** ② **44** ⑤

01
(1) $\square ABCD\backsim\square A'B'C'D'$이고 대응하는 변의 길이의 비는 모두 같으므로 닮음비는
$\overline{AB}:\overline{A'B'}=9:12=3:4$
(2) $\square ABCD\backsim\square A'B'C'D'$이므로 둘레의 길이의 비도 닮음비와 같으므로 $3:4$

02
(2) $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times10\times7=35(\text{cm}^2)$
(3) $\triangle A'B'C'=\frac{1}{2}\times20\times14=140(\text{cm}^2)$
(4) $\triangle ABC:\triangle A'B'C'=35:140=1:4$

03
(1) 닮음비는 $\overline{BC}:\overline{BD}=10:4=5:2$
(2) 넓이의 비는 닮음비의 제곱의 비와 같으므로
$5^2:2^2=25:4$

04
$\triangle ABC\backsim\triangle DBA$ (AA 닮음)이고 닮음비는
$10:6=5:3$이므로 넓이의 비는 $25:9$이다.
따라서 $25:9=100:\triangle DBA$에서 $\triangle DBA=36(\text{cm}^2)$

05
$\triangle ABC$와 $\triangle ADE$에서
$\angle A$는 공통, $\angle ABC=\angle ADE$

$\therefore$ △ABC∽△ADE (AA 닮음)
이때 닮음비는 $\overline{AB}:\overline{AD}=12:6=2:1$
따라서 넓이의 비는 $2^2:1^2=4:1$

06

(1) 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질에 의하여
$\overline{BC}=2\overline{DE}$이므로
△ADE와 △ABC의 닮음비는 1 : 2이다.
(2) 1 : 2=10 : (△ABC의 둘레의 길이)
따라서 △ABC의 둘레의 길이 l은
$l=20$(cm)
(3) 넓이의 비는 제곱의 비와 같으므로
$1^2:2^2=$△ADE : 16
따라서 △ADE$=4$(cm^2)

07

$\overline{AC}/\!/\overline{DE}$이므로 △ABC∽△DBE (AA 닮음)
두 삼각형의 닮음비는 $\overline{BC}:\overline{BE}=12:16=3:4$이므로
두 삼각형의 넓이의 비는 $3^2:4^2=9:16$
90 : △DBE=9 : 16에서 △DBE=160 (cm^2)
따라서 □ACED=△DBE−△ABC
=160−90=70 (cm^2)

08

$\overline{BC}/\!/\overline{DE}$이므로 △ADE∽△ABC
닮음비는 6 : 10=3 : 5이므로 넓이의 비는 $3^2:5^2=9:25$
△ADB : □DBCE=9 : 16
18 : □DBCE=9 : 16
9□DBCE=288
□DBCE=32(cm^2)

09

△PAD∽△PCB (AA 닮음)
이고 넓이의 비는 1 : 4이므로 닮음비는 1 : 2이다.
$\overline{AP}:\overline{PC}=1:2$이므로
△PAD : △PCD=1 : 2에서 T△PCD=12(cm^2)
한편 $\overline{PD}:\overline{PB}=1:2$이므로
△PAD : △PAB=1 : 2에서 △PAB=12(cm^2)
따라서 □ABCD=6+12+12+24=54(cm^2)

10

△AOD∽△COB이므로 $\overline{BO}:\overline{DO}=6:4=3:2$
따라서, △AOD$=\frac{2}{3}$△ABO$=\frac{2}{3}\times24=16$
또, △DOC=△ABO=24
한편, △AOD : △COB
$=4^2:6^2=4:9$이므로
16 : △COB=4 : 9에서 △COB=36
따라서 □ABCD=△ABO+△AOD+△DOC+△COB
=24+16+24+36
=100(cm^2)

11

△OAD와 △OCB에서 ∠AOD=∠COB (맞꼭지각),
∠OAD=∠OCB (엇각)이므로
△OAD∽△OCB (AA 닮음)
두 삼각형의 닮음비가 1 : 2이므로
넓이의 비는 $1^2:2^2$이다.
그러므로 △AOD : △BOC$=1^2:2^2$에서
3 : △BOC$=1^2:2^2$
따라서 △BOC=12(cm^2)

12

$\overline{DF}/\!/\overline{EG}/\!/\overline{BC}$이므로 △ADF∽△AEG∽△ABC이다.
닮음비가 1 : 2 : 3이므로 넓이의 비는
△ADF : △AEG : △ABC$=1^2:2^2:3^2=1:4:9$
그러므로 △ADF : □DEGF : □EBCG=1 : 3 : 5
따라서 사다리꼴 DEGF의 넓이 S는
$S=\frac{1}{2}\times12\times15\times\frac{3}{9}=30$(cm^2)

13

△ADE∽△AFG∽△ABC이므로 닮음비는 1 : 2 : 3
△ADE : △AFG : △ABC$=1^2:2^2:3^2=1:4:9$
그러므로
△ADE : □DFGE : □FBCG
=1 : (4−1) : (9−4)=1 : 3 : 5
따라서 □DFGE$=\frac{3}{9}$△ABC$=\frac{3}{9}\times27=9$(cm^2)

14

△CDF에서 $\overline{HG}/\!/\overline{DF}$, $\overline{CG}=\overline{GF}$이므로 $\overline{CH}=\overline{HD}$
삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질에 의하여
$\overline{DF}=2\overline{HG}$
△CHG=1이라고 하면 □DFGH=3
그러므로 △DBF$=\frac{1}{2}$△CDF$=\frac{1}{2}$(□DFGH+△CHG)
$=\frac{1}{2}\times4=2$
따라서 △DBF : □DFGH=2 : 3

15

세 원의 닮음비는 1 : 2 : 4이므로
넓이의 비는 1 : 4 : 16이다.
따라서 $S_1:S_2:S_3=1:(4-1):(16-4)$
$=1:3:12$

16

$\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CD}$에서
(큰 원의 반지름의 길이) : (작은 원의 반지름의 길이)는 3 : 1이

므로

(큰 원의 넓이) : $4\pi=3^2:1^2$

따라서 큰 원의 넓이는 $36\pi(\text{cm}^2)$

17

네 원의 닮음비가 $1:2:3:4$이므로

넓이의 비는 $1^2:2^2:3^2:4^2=1:4:9:16$이다.

따라서 $A:B:C:D=1:(4-1):(9-4):(16-9)$
$=1:3:5:7$

18

$\triangle ABC=12\times3=36$

$\triangle ABC$와 $\triangle EDC$의 닮음비는 $2:1$이므로

넓이의 비는 $4:1$

따라서 $\triangle EDC=36\times\dfrac{1}{4}=9$

19

$\triangle ABC\backsim\triangle ADE$이고 닮음비는

$\overline{AB}:\overline{AD}=\overline{AM}:\overline{AG}=3:2$

따라서, 넓이의 비는 $3^2:2^2=9:4$

$18:\triangle ADE=9:4$

따라서 $\triangle ADE=8$

20

$\triangle GPQ\backsim\triangle GBC$ (SAS 닮음)이고 닮음비는 $1:2$이므로

넓이의 비는 $1:4$이다.

$\triangle GBC=4\triangle GPQ=12(\text{cm}^2)$

따라서 $\triangle ABC=3\triangle GBC=36(\text{cm}^2)$

21

$\overline{GR}:\overline{GN}=\overline{GP}:\overline{GL}=\overline{PR}:\overline{LN}=2:3$

$\overline{BC}=2\overline{LN}=2\times\dfrac{3}{2}\overline{PR}=3\overline{PR}$

마찬가지로 $\overline{AC}=3\overline{PQ}$, $\overline{AB}=3\overline{QR}$이다.

$\triangle ABC:\triangle PQR=3^2:1^2=9:1$

$90:\triangle PQR=9:1$

따라서 $\triangle PQR=10(\text{cm}^2)$

22

삼각형 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질에 의하여

$\overline{BC}:\overline{DE}=2:1$

$\overline{BF}:\overline{FC}=2:1$이므로 $\overline{DE}:\overline{FC}=3:2$

$\triangle CFQ\backsim\triangle DEQ$ (AA 닮음)

$\overline{DE}:\overline{CF}=3:2$이므로 $\overline{DQ}:\overline{CQ}=3:2$

$\triangle EQD:\triangle EQC=3:2$에서 $\triangle EQD=3(\text{cm}^2)$

$\overline{AE}=\overline{CE}$이므로 $\triangle ADE=\triangle CDE=3+2=5(\text{cm}^2)$

따라서 $\square ADQE=\triangle EQD+\triangle ADE=3+5=8(\text{cm}^2)$

23

세 개의 원의 닮음비가 $1:2:3$

이므로 세 원의 넓이의 비는 $1^2:2^2:3^2=1:4:9$

적색, 청색, 하늘색 부분의 넓이를 각각 x, y, z라 하면

$x:y:z=1:(4-1):(9-4)=1:3:5$

즉, $3:5=60:z$, $3z=300$, $z=100$

따라서 하늘색 페인트는 100 L가 필요하다.

24

A_1의 넓이는 A_5의 넓이의 16배이다.

만들어지는 종이배의 겉넓이의 비가 $16:1$이므로

닮음비는 $4:1$이다.

25

작은 원의 넓이는 원판 넓이의 $\left(\dfrac{1}{7}\right)^2=\dfrac{1}{49}$이다.

원이 두 개이므로 $2\times\dfrac{1}{49}=\dfrac{2}{49}$

남은 부분의 넓이는 $1-\dfrac{2}{49}=\dfrac{47}{49}$이다.

따라서 완성된 단추의 넓이는 2개의 작은 구멍의 넓이의 합은

$\dfrac{47}{49}\div\dfrac{2}{49}=\dfrac{47}{49}\times\dfrac{49}{2}=\dfrac{47}{2}$배이다.

26

닮음비는 $10:15=2:3$이므로 겉넓이의 비는 $4:9$이다.

큰 원뿔의 겉넓이를 $x\text{ cm}^2$이라 하면 $96\pi:x=4:9$

따라서 $x=216\pi(\text{cm}^2)$

27

닮음비가 $3:2$이므로 넓이의 비는 $9:4$

따라서, F'의 겉넓이 S는 $9:4=18:S$에서 $S=8$

28

두 구의 닮음비는 $1:2$이므로

겉넓이의 비는 $1^2:2^2=1:4$이다.

따라서 구 B의 겉넓이 S는

$4\pi:S=1:4$에서 $S=16\pi(\text{cm}^2)$

29

두 삼각기둥 모양의 상자의 닮음비는 $4:5$이므로 겉넓이의 비는 $4^2:5^2=16:25$이다.

이때 큰 삼각기둥 모양의 상자의 겉면을 모두 포장하는 데 드는 포장지의 넓이를

S라고 하면 $16:25=64:S$에서 $S=100(\text{cm}^2)$

따라서 큰 삼각기둥 모양의 겉면을 모두 포장하는 데에는 100 cm^2의 포장지가 든다.

30

두 상자 A와 B에 각각 들어 있는 구슬 한 개의 반지름의 길이의 비는 $2:1$이므로

각 상자에 들어 있는 구슬 한 개의 겉넓이의 비는 $2^2:1^2=4:1$이다.

이때 각 상자 A와 B에 들어 있는 구슬의 개수는 각각 1개, 8개이므로

각 상자에 들어 있는 구슬 전체의 겉넓이의 비는

$(4\times1):(1\times8)=4:8=1:2$

31

넓이의 비는 닮음비의 제곱과 같으므로

넓이의 비가 $4:9=2^2:3^2$이므로 닮음비는 $2:3$이고,

부피의 비는 닮음비의 세제곱과 같으므로

$2^3:3^3=8:27$

32

겉넓이의 비가 $4:9=2^2:3^2$이므로

닮음비는 $2:3$이고,

부피의 비는 $2^3:3^3=8:27$이다.

따라서 원뿔 B의 부피를 V라 하면

$8:27=24\pi:V$에서 $V=81\pi(\text{cm}^3)$

33

두 컵 A와 B의 밑넓이의 비가 $9:16=3^2:4^2$이므로

닮음비는 $3:4$ 이다.

이때 부피의 비는 $3^3:4^3=27:64$

따라서 컵 B의 부피 V는

$54\pi:V=27:64$에서 $V=128\pi(\text{cm}^3)$

34

$\text{P}:\text{Q}:\text{R}=1:(8-1):(27-8)=1:7:19$

$\text{P}=81\pi\times\frac{1}{27}=3\pi(\text{cm}^3)$

$\text{Q}=81\pi\times\frac{7}{27}=21\pi(\text{cm}^3)$

$\text{R}=81\pi\times\frac{19}{27}=57\pi(\text{cm}^3)$

35

물과 그릇의 부피의 비는 $2^3:3^3=8:27$

따라서 물과 기름의 양의 비는 $8:27-8=8:19$

36

작은 원뿔부터 차례로 닮음비는 $1:2:3$이므로

부피의 비는 $1:8:27$

전체 원뿔의 부피가 216 cm^3이므로

작은 원뿔의 부피부터 차례로 8 cm^3, 64 cm^3, 216 cm^3이다.

따라서 두 평면 R, Q 사이의 원뿔대의 부피는

$64-8=56(\text{cm}^3)$

37

(1) 그릇의 밑면의 반지름과 수면인 원의 반지름의 길이의 비는 높이의 비와 같으므로

수면의 반지름의 길이를 r cm라고 하면

$r:10=15:30$에서 $r=5$ (cm)

(2) 물의 모양과 그릇 모양은 닮은 입체도형이고 부피의 비는 닮음비의 세제곱과 같다.

(물의 부피) : (그릇의 부피)$=1^3:2^3=1:8$

물을 가득 채우는 데 걸리는 시간을 t분이라 하면

$15:t=1:8$, $t=120$(분)

따라서 $120-15=105$(분) 동안 물을 더 넣으면 그릇이 가득 채워진다.

38

원뿔 모양의 그릇의 부피와 물을 부은 반까지의 부피의 비는

$8:1$이다.

즉, 총 걸리는 시간이 40분이므로

반까지 채우는 데에는 $\frac{40}{8}=5$(분)이 걸렸다.

따라서 나머지를 채우는 데 걸리는 시간은 35분이다.

39

작은 그릇과 큰 그릇의 닮음비는 $2:3$이므로

부피의 비는 $8:27$이다.

큰 그릇에 물을 가득 채우는 데 걸리는 시간을 x분이라 하면

$8:27=24:x$에서 $x=81$(분)

40

피라미드의 높이를 h m라고 하면

$1:h=3:(7+26)$에서 $3h=33$

따라서 $h=11(\text{m})$

41

$\triangle\text{ABC}\backsim\triangle\text{EDC}$ (AA 닮음)

탑의 높이를 x m라 하면

$x:15=1.8:3$에서 $3x=27$ $\quad\therefore x=9$

따라서 탑의 높이는 9 m이다.

42

나무의 높이를 x m라 하면

$\triangle\text{ABC}\backsim\triangle\text{ADE}$ (AA 닮음)이므로

$\overline{\text{AB}}:\overline{\text{AD}}=\overline{\text{BC}}:\overline{\text{DE}}$에서

$1:6=0.5:x$ $\quad\therefore x=3$

따라서 나무의 높이는 3 m이다.

43

$(\text{축척})=\frac{4\text{ cm}}{24\text{ m}}=\frac{4\text{ cm}}{2400\text{ cm}}=\frac{1}{600}$

따라서 등대와 섬 사이의 실제 거리는

$5\times600=3000(\text{cm})=30(\text{m})$

44

$\overline{\text{AB}}:3=(\overline{\text{AB}}+4):5$에서 $\overline{\text{AB}}=6(\text{cm})$

$1:10000=6:x$에서 $x=60000(\text{cm})=600(\text{m})$

따라서 강의 실제 너비는 600 m이다.

STEP 3 단원 마무리
:: 116쪽 ~ 117쪽

01 ②	**02** ④	**03** ④	**04** $25\ cm^2$	
05 $4:1$	**06** ②	**07** $10\pi r^2$	**08** 9 cm	**09** ③
10 6번	**11** 10.5 m	**12** ⑤		

01
$\triangle ABC \backsim \triangle EBD$이므로 $\angle ACB = \angle EDB$
$\angle B$는 공통이고 $\overline{AB} : \overline{EB} = 5:3$
넓이의 비는 닮음비의 제곱과 같으므로
$\triangle ABC : \triangle EBD = 5^2 : 3^2 = 25:9$

02
닮음비가 $2:3$이므로 넓이의 비는 $4:9$이다.
$\triangle ABC : 45 = 4:9$ $\quad \therefore \triangle ABC = 20(cm^2)$

03
$\triangle AOD$의 높이를 h_1, $\triangle ABD$의 높이를 h_2라고 하면
$h_1 : h_2 = 8:24 = 1:3$
한편 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$이므로 $\triangle AOD \backsim \triangle COB$ (AA 닮음)
닮음비는 $1:2$이므로 넓이의 비는 $1:4$이다.
따라서 $8 : \triangle COB = 1:4$에서 $\triangle COB = 32(cm^2)$

04
점 P, Q는 각각 $\triangle ABC$와 $\triangle ADC$의 무게중심이므로
$\overline{AP} : \overline{AE} = \overline{AQ} : \overline{AF} = 2:3$
그러므로 $\triangle APQ : \triangle AEF = 2^2 : 3^2 = 4:9$에서
$\triangle AEF = \frac{9}{4}\triangle APQ = \frac{9}{4} \times 20 = 45(cm^2)$
따라서 $\square PEFQ = \triangle AEF - \triangle APQ$
$= 45 - 20 = 25(cm^2)$

05
$\overline{AG} : \overline{GD} = 2:1$이므로 두 원의 닮음비는 $2:1$이다.
따라서 넓이의 비는 $2^2 : 1^2 = 4:1$이다.

06
$\triangle APS : \triangle ABD = 1^2 : 2^2$이므로
$6 : \triangle ABD = 1:4$에서 $\triangle ABD = 24(cm^2)$
그러므로 $\triangle BCD = 60 - 24 = 36(cm^2)$
따라서 $\triangle CQR \backsim \triangle CBD$이고 닮음비가 $1:2$이므로
$1^2 : 2^2 = \triangle CQR : 36$에서 $\triangle CQR = 9(cm^2)$

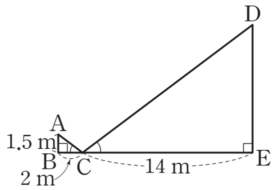
07
처음 원의 넓이는 πr^2이다. 원 위에 반지름의 길이가 $\frac{r}{2}$인 원 4개가 있으면 전체 넓이는 $\pi r^2 + \pi\left(\frac{r}{2}\right)^2 \times 4 = 2\pi r^2$이다.
반지름의 길이가 $\frac{r}{2}$인 원 4개의 넓이는 반지름의 길이가 r인 원 1개의 넓이와 같다.
크기가 같은 원의 넓이의 합은 πr^2으로 일정하다.
따라서, 크기가 다른 원 10개가 있을 때
전체의 넓이는 $10 \times \pi r^2 = 10\pi r^2$이다.

08
겉넓이의 비는 $270 : 750 = 3^2 : 5^2$이므로
닮음비는 $3:5$이다.
그러므로 $x : 15 = 3:5$에서 $5x = 45$
따라서 $x = 9(cm)$

09
담긴 물과 그릇의 닮음비는
(물의 높이) : (그릇의 높이) $= 1:2$이므로
담긴 물과 그릇의 부피의 비는 $1^3 : 2^3 = 1:8$
현재 채워진 물의 양이 그릇 전체의 $\frac{1}{8}$이므로
더 넣어야 하는 물의 양은 $64 \times \frac{7}{8} = 56(cm^3)$

10
작은 컵과 큰 컵의 닮음비가 $7:14 = 1:2$이므로
부피의 비는 $1^3 : 2^3 = 1:8$
큰 컵에 이미 $\frac{1}{4}$의 물이 차 있으므로
$\frac{3}{4} \times 8 = 6$만큼의 분량을 더 옮겨 담아야 한다.
따라서 작은 컵으로 6번을 옮겨 담아야 한다.

11
다음 그림의 $\triangle ABC$와 $\triangle DEC$에서



$\angle B = \angle E = 90°$
입사각과 반사각의 크기는 같으므로
$\angle ACB = \angle DCE$
$\therefore \triangle ABC \backsim \triangle DEC$ (AA 닮음)
$\overline{AB} : \overline{DE} = \overline{BC} : \overline{EC}$이므로
$1.5 : \overline{DE} = 2 : 14$에서 $\overline{DE} = 10.5(m)$
따라서 구하는 탑의 높이는 $10.5(m)$이다.

12
$(\text{축척}) = \frac{12\ cm}{600\ m} = \frac{12\ cm}{60000\ cm} = \frac{1}{5000}$
따라서 실제 호수의 너비는
$13 \times 5000 = 65000(cm) = 650(m)$

STEP 4 실전 대비하기

:: 118쪽 ~ 119쪽

01	②	**02**	③	**03**	④	**04**	①	**05**	⑤
06	④	**07**	②	**08**	$x=16$, $y=9$				
09	$\frac{15}{8}$ cm	**10**	④	**11**	12 cm	**12**	②	**13**	②
14	30 cm^2	**15**	①	**16**	④	**17**	540원	**18**	16분

01

$\triangle ABC \backsim \triangle DEF$이므로

$\overline{AB}$의 대응변은 $\overline{DE}$이고,

$\angle C$의 대응각은 $\angle F$이다.

02

$10 : \overline{A'B'}=12 : 6$에서 $\overline{A'B'}=5$

$\angle A=\angle A'=130^\circ$

따라서 $\angle C'=\angle C=360^\circ-(130^\circ+70^\circ+85^\circ)=75^\circ$

03

④ 닮음비가 $3 : 4$이므로 원기둥 B의 높이를 h cm라 하면

$3 : 4=9 : h$에서 $h=12$

따라서 원기둥의 B의 높이는 12 cm이다.

04

② $\triangle ABC$와 $\triangle ACD$는 닮음이 아니다.

③ $\triangle ABC \backsim \triangle BDA$ (AA 닮음)

④ $\triangle ABC$와 $\triangle ACD$는 닮음이 아니다.

⑤ $\triangle ABC \backsim \triangle BDA$ (AA 닮음)

05

$\triangle ABC$와 $\triangle AED$에서 $\angle A$는 공통이고

$\overline{AB} : \overline{AE}=\overline{AC} : \overline{AD}=2 : 1$

그러므로 $\triangle ABC \backsim \triangle AED$ (SAS 닮음)

따라서 $\overline{BC} : \overline{ED}=2 : 1$이므로

$\overline{BC} : 7=2 : 1$에서 $\overline{BC}=14$

06

① $\angle ACB=\angle EDB=90^\circ$, $\angle B$는 공통

따라서 $\triangle ABC \backsim \triangle EBD$ (AA 닮음)

② $\angle ACB=\angle ADF=90^\circ$, $\angle A$는 공통

따라서 $\triangle ABC \backsim \triangle AFD$ (AA 닮음)

③ ①, ②에 의해 $\triangle ABC \backsim \triangle EBD$, $\triangle ABC \backsim \triangle AFD$이므로

$\triangle AFD \backsim \triangle EBD$

⑤ $\angle BDE=\angle FCE=90^\circ$, $\angle E$는 공통

따라서 $\triangle BED \backsim \triangle FEC$ (AA 닮음)

07

$\triangle AFD$와 $\triangle CDE$에서

$\angle AFD=\angle CDE$ (엇각),

$\angle ADF=\angle CED$ (엇각)

그러므로 $\triangle AFD \backsim \triangle CDE$ (AA 닮음)

$\overline{AF} : \overline{CD}=\overline{AD} : \overline{CE}$에서 $7 : 4=14 : \overline{CE}$

따라서 $\overline{CE}=8$(cm)

08

$\triangle ABC$의 넓이에서

$\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{AC}=\frac{1}{2}\times\overline{BC}\times\overline{AH}$

$\frac{1}{2}\times 20\times 15=\frac{1}{2}\times\overline{BC}\times 12$

따라서 $\overline{BC}=25$(cm)

한편 $\triangle ABC \backsim \triangle HBA$ (AA 닮음)이므로

$\overline{AB}^2=\overline{BH}\cdot\overline{BC}$를 만족한다.

$20^2=x\times 25$에서 $25x=400$ $\quad\therefore x=16$

따라서 $y=\overline{BC}-\overline{BH}=25-16=9$

다른 풀이

$\overline{AB} : \overline{HB}=\overline{AC} : \overline{HA}$

$20 : x=15 : 12$

따라서 $x=16$, $y=9$

09

$\triangle EBF \equiv \triangle EDF$ (RHA 합동)이므로

$\overline{BF}=\overline{DF}=\frac{1}{2}\overline{BD}=\frac{5}{2}$(cm)

$\triangle EBF \backsim \triangle DBC'$ (AA 닮음)이므로

$\overline{EF} : \overline{DC'}=\overline{BF} : \overline{BC'}$

따라서 $\overline{EF} : 3=\frac{5}{2} : 4$에서 $\overline{EF}=\frac{15}{8}$(cm)

10

$\triangle ABC$에서 $\overline{BC} /\!/ \overline{DE}$이므로

$\overline{AE} : \overline{EC}=\overline{AD} : \overline{DB}$에서 $(8-x) : x=3 : 1$

따라서 $x=2$(cm)

11

$\overline{AE} /\!/ \overline{BC}$이므로 $\overline{FA} : \overline{FC}=\overline{AE} : \overline{CB}$에서

$9 : 15=\overline{AE} : 20$

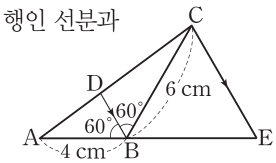
따라서 $\overline{AE}=12$(cm)

12

$\overline{DP} : \overline{BQ}=\overline{PE} : \overline{QC}$이므로 $\overline{DP} : 5=6 : 10$

따라서 $\overline{DP}=3$(cm)

13



그림과 같이 점 C를 지나고 $\overline{BD}$와 평행인 선분과

$\overline{AB}$의 연장선과의 교점을 E라 하자.

$\overline{DB} /\!/ \overline{CE}$이므로

$\angle CEA=60^\circ$ (동위각)이고,

$\angle BCE=60^\circ$ (엇각)이므로 $\triangle CBE$는 정삼각형이 된다.

그러므로 $\overline{BE}=\overline{CE}=6(cm)$

$\triangle ADB \backsim \triangle ACE$이므로

$\overline{AB} : \overline{AE}=\overline{BD} : \overline{EC}$에서 $4 : 10=\overline{BD} : 6$

따라서 $\overline{BD}=2.4\ (cm)$

14

$\overline{AB} : \overline{AC}=\overline{BM} : \overline{CM}=3 : 2$에서

$\triangle AMC=6(cm^2)$

그러므로 $\triangle ABC=15(cm^2)$

한편 $\overline{AB} : \overline{AC}=\overline{BD} : \overline{CD}=3 : 2$에서 $\overline{BC} : \overline{CD}=1 : 2$

따라서 $\triangle ACD=30(cm^2)$

15

$\triangle AOD \backsim \triangle COB$ (AA 닮음)이므로

$\overline{OD} : \overline{OB}=\overline{AD} : \overline{CB}=21 : 28=3 : 4$

$\triangle DBC$에서 $\overline{DO} : \overline{DB}=\overline{OF} : \overline{BC}$이므로

$3 : (3+4)=\overline{OF} : 28$에서 $7\overline{OF}=84$

따라서 $\overline{OF}=12\ (cm)$

16

삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질에 의해서,

각 변의 길이가 2배씩 늘어난다.

따라서 $15\times2=30(cm)$

17

두 음료수의 높이의 비가 3 : 5이므로 닮음비는 3 : 5이다.

이때 부피의 비는

$3^3 : 5^3=27 : 125$이고 음료수의 가격은 용기의 부피에 정비례하므로

27 : 125=(음료수 A의 가격) : 2500

따라서 (음료수 A의 가격)=540(원)

18

찬성이네 집에서 학교까지 가는 거리와 애란이네 집에서 도서관까지 가는 거리가 같으므로 애란이네 집에서 공원까지의 지도에서의 거리를 x cm라 하면

$3+9=x+4$에서 $x=8$

따라서 애란이네 집에서 공원까지의 실제 거리는

$8\div\frac{1}{40000}=320000(cm)=3.2(km)$

따라서 애란이가 자전거를 타고 공원까지 가는 데 걸리는 시간 t는

$t=\frac{3.2}{12}\times60=16$(분)

Ⅳ. 피타고라스 정리

9 피타고라스 정리

STEP 1 유형 익히기 :: 122쪽 ~ 123쪽

01 (1) 13 (2) 8
02 ㉠ 4 ㉡ 13 ㉢ 6 ㉣ 24 ㉤ 17 ㉥ 15
03 6 cm^2 **04** 20 cm^2 **05** 34 cm^2 **06** ①
07 ㄷ, ㅁ, ㅂ **08** ② **09** ②

01
(1) $x^2=5^2+12^2$
따라서 $x^2=169$
(2) $10^2=x^2+6^2$
따라서 $x^2=64$

02
㉠$^2=5^2-3^2=25-9=16=4^2$ 따라서 ㉠$=4$
㉡$^2=5^2+12^2=25+144=169=13^2$ 따라서 ㉡$=13$
㉢$^2=10^2-8^2=100-64=36=6^2$ 따라서 ㉢$=6$
㉣$^2=25^2-7^2=625-49=576=24^2$ 따라서 ㉣$=24$
㉤$^2=8^2+15^2=64+225=289=17^2$ 따라서 ㉤$=17$
㉥$^2=9^2+12^2=81+144=225=15^2$ 따라서 ㉥$=15$

03
$\overline{AB}^2+4^2=5^2$이므로 $\overline{AB}^2=9=3^3$에서 $\overline{AB}=3$ cm
따라서 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times4\times3=6(cm^2)$

04
직각삼각형의 빗변을 한 변으로 하는 정사각형의 넓이 S는
$S=15+5=20(cm^2)$

05
$\triangle AEH\equiv\triangle BFE\equiv\triangle CGF\equiv\triangle DHG$(SAS 합동)이므로
$\overline{EF}=\overline{FG}=\overline{GH}=\overline{HE}$ …… ㉠
$\angle HEF=180^\circ-(\angle AEH+\angle BEF)$
$=180^\circ-(\angle AEH+\angle AHE)$
$=90^\circ$ …… ㉡
㉠, ㉡에서 □EFGH는 정사각형이다.
이때 $\triangle AEH$는 직각삼각형이므로
$\overline{EH}^2=\overline{AE}^2+\overline{AH}^2$에서 $\overline{EH}^2=3^2+5^2=34$
따라서 □EFGH$=34(cm^2)$

06
① $9^2+12^2=15^2$

07
삼각형의 세 변의 길이를 a, b, c라고 할 때
$a^2=b^2+c^2$이 성립하면 직각삼각형이다.
ㄷ. $3^2+4^2=9+16=25$이고 $(5^2)=25$
ㅁ. $8^2+15^2=64+225=289$이고 $(17^2)=289$
ㅂ. $5^2+12^2=25+144=169$이고 $(13^2)=169$

08
직사각형 ABCD에서 두 대각선이 직교할 때,
$\overline{AB}^2+\overline{CD}^2=\overline{BC}^2+\overline{DA}^2$이므로
$x^2+y^2=3^2+4^2=25$

09
직사각형 ABCD의 내부에 있는 임의의 점 P에 대하여
$\overline{AP}^2+\overline{CP}^2=\overline{BP}^2+\overline{DP}^2$이므로
$7^2+4^2=6^2+\overline{PD}^2$에서 $\overline{PD}^2=29$

STEP 2 유형 다지기 :: 124쪽 ~ 133쪽

01 15 **02** $x=12$, $y=5$ **03** 100
04 (1) 5 (2) 17 **05** (1) 5 (2) 15
06 6 cm **07** 5 cm **08** 56 **09** $\frac{5}{3}$ **10** 72
11 x^2+y^2 **12** 117 **13** 28 **14** 25 **15** 21
16 33 **17** 17 **18** 41 **19** (1) 2 (2) 3 (3) 4
20 8 **21** 2020 **22** (1) 2 (2) 3 (3) 4 (4) 5
23 6 **24** 33 **25** 24 **26** 49 **27** 13
28 13 cm **29** 26 cm^2 **30** 76 cm^2 **31** $\frac{169}{2}$
32 8 cm **33** ② **34** $\frac{36}{5}$ cm **35** $\frac{25}{2}$ cm^2
36 52 cm^2 **37** 169 **38** 169 cm^2 **39** 26 **40** 162
41 14 cm **42** ③ **43** 20, 52 **44** ④
45 2 cm **46** 8 cm **47** 90 **48** 72 **49** 2
50 32 **51** -16 **52** 8 **53** 19
54 (1) 88 (2) 15 **55** 18 **56** (1) 2π (2) 4π
57 54 cm^2 **58** 24 cm^2

01
직각삼각형 ACD에서 $x^2=2^2-1^2=3$
직각삼각형 ABD에서 $y^2=3^2+3=9+3=12$
따라서 $x^2+y^2=15$

02
직각삼각형 ACD에서
$x^2+81=225$이므로 $x^2=144=12^2$
따라서 $x=12$

직각삼각형 ABC에서

$y^2+144=169$이므로 $y^2=25=5^2$

따라서 $y=5$

03

직각삼각형 ADC에서

$x^2=8^2-6^2=28$

직각삼각형 ABC에서

$y^2=(4+6)^2+28=128$

따라서 $y^2-x^2=128-28=100$

04

(1) $13^2=x^2+12^2$에서 $x^2=25=5^2$

따라서 $x=5$

(2) $x^2=15^2+8^2$에서 $x^2=289=17^2$

따라서 $x=17$

05

(1) $x^2=3^2+4^2$에서 $x^2=25=5^2$

따라서 $x=5$

(2) $x^2=12^2+9^2$에서 $x^2=225=15^2$

따라서 $x=15$

06

$\overline{AC}^2+8^2=10^2$에서 $\overline{AC}^2=10^2-8^2$

$\overline{AC}^2=100-64=36=6^2$

따라서 $\overline{AC}=6(\text{cm})$

07

△ABC가 직각삼각형이므로, 빗변의 중심 D는 △ABC의 외심이다.

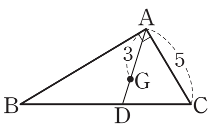
$\overline{BC}^2=24^2+18^2=30^2$에서 $\overline{BC}=30(\text{cm})$

$\overline{AD}=\overline{BD}=\overline{CD}=15(\text{cm})$

따라서 $\overline{GD}=\frac{1}{3}\overline{AD}=\frac{1}{3}\times15=5(\text{cm})$

08

다음 그림에서



$\overline{AD}=3\times\frac{3}{2}=\frac{9}{2}$

한편 점 D는

직각삼각형 ABC의 외심이므로

$\overline{AD}=\overline{BD}=\overline{CD}$

그러므로 $\overline{BC}=2\times\frac{9}{2}=9$

따라서 △ABC에서 $\overline{AB}^2=9^2-5^2=56$

09

△ABC가 직각삼각형이므로,

빗변의 중심 D는 △ABC의 외심이다.

$\overline{AC}^2=3^2+4^2=5^2$에서 $\overline{AC}=5$

$\overline{AD}=\overline{BD}=\overline{DC}=\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{5}{2}$

한편 $\overline{BG}$: $\overline{GD}=2:1$이므로,

$\overline{BG}=\overline{BD}\times\frac{2}{3}=\frac{5}{2}\times\frac{2}{3}=\frac{5}{3}$

10

△SRT는 직각삼각형이므로

$\overline{SR}^2=13^2-5^2=12^2$에서 $\overline{SR}=12=\overline{QR}$

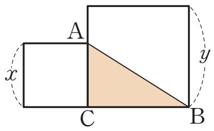
따라서 $\triangle QRT=\frac{1}{2}\times12\times12=72$

11

선분 AB를 빗변으로 하는

직각삼각형을 △ABC라 하면

$\overline{AC}=x$, $\overline{BC}=y$이므로 $\overline{AB}^2=x^2+y^2$



12

큰 정사각형의 한 변의 길이를 a,

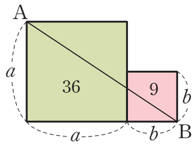
작은 정사각형의 한 변의 길이를 b라 하면

그림에서 $a^2=36$이므로 $a=6$

$b^2=9$이므로 $b=3$

따라서 $\overline{AB}^2=a^2+(a+b)^2$

$=6^2+9^2=117$



13

$x^2+5^2=13^2$에서 $x^2=144=12^2$이므로 $x=12$

$y^2+12^2=20^2$에서 $y^2=256=16^2$이므로 $y=16$

따라서 $x+y=28$이다.

14

$x^2=10^2-6^2$에서 $x^2=64=8^2$이므로 $x=8$

$y^2=15^2+8^2$에서 $y^2=289=17^2$이므로 $y=17$

따라서 $x+y=8+17=25$

15

$x^2=20^2-16^2$에서 $x^2=144=12^2$이므로 $x=12$

$y^2=15^2-12^2$에서 $y^2=81=9^2$이므로 $y=9$

따라서 $x+y=12+9=21$

16

$x^2+15^2=17^2$에서 $x^2=64=8^2$이므로 $x=8$

$y^2=15^2+20^2$에서 $y^2=625=25^2$이므로 $y=25$

따라서 $x+y=33$

17

직각삼각형 ABC에서

$\overline{AB}^2=25^2-20^2$에서 $\overline{AB}^2=225=15^2$이므로 $\overline{AB}=15$

따라서 직각삼각형 ABD에서

$x^2=15^2+8^2$에서 $x^2=289=17^2$이므로 $x=17$

18

직각삼각형 ABD에서

$\overline{AB}^2=13^2-12^2=169-144=25$

따라서 직각삼각형 ABC에서

$\overline{AC}^2=\overline{AB}^2+\overline{BC}^2$이므로

$x^2=25+16=41$

19

(1) $\overline{AC}^2=\overline{AB}^2+\overline{BC}^2$에서

$\overline{AC}^2=1+1=2$

(2) $\overline{AD}^2=\overline{AC}^2+\overline{CD}^2$에서

$\overline{AD}^2=2+1=3$

(3) $\overline{AE}^2=\overline{AD}^2+\overline{DE}^2$에서

$\overline{AE}^2=3+1=4$

20

$\overline{OB}^2=\overline{OA}^2+\overline{AB}^2$에서 $\overline{OB}^2=4+4=8$

$\overline{OC}^2=\overline{OB}^2+\overline{BC}^2$에서 $\overline{OB}^2=8+8=16$

$\overline{OD}^2=\overline{OC}^2+\overline{BC}^2$에서 $\overline{OB}^2=16+16=32$

$\overline{OE}^2=\overline{OD}^2+\overline{ED}^2$에서 $\overline{OB}^2=32+32=64$

이므로 $\overline{OB}=8$

21

$\overline{OA_2}^2=\overline{OA_1}^2+\overline{A_1A_2}^2=1^2+1^2=2$

$\overline{OA_3}^2=\overline{OA_2}^2+\overline{A_2A_3}^2=2+1^2=3$

$\overline{OA_4}^2=\overline{OA_3}^2+\overline{A_3A_4}^2=3+1^2=4$

$\overline{OA_5}^2=\overline{OA_4}^2+\overline{A_4A_5}^2=4+1^2=5$

⋮

이므로 $\overline{OA_n}^2=n$

따라서 $\overline{OA_{2020}}^2=2020$

22

(1) $\overline{OB}^2=\overline{OA}^2+\overline{AB'}^2$

따라서 $\overline{OB'}^2=1^2+1^2=2$

(2) $\overline{OC}^2=\overline{OB}^2+\overline{BC'}^2$

따라서 $\overline{OC'}^2=2+1=3$

(3) $\overline{OD}^2=\overline{OC}^2+\overline{CD'}^2$

따라서 $\overline{OD'}^2=3+1=4$

(4) $\overline{OE}^2=\overline{OD}^2+\overline{DE'}^2$

따라서 $\overline{OE'}^2=4+1=5$

23

$\overline{BE}^2=\overline{BD}^2=x^2+x^2=2x^2$

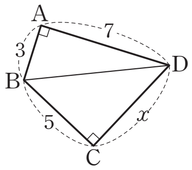
$\overline{BG}^2=\overline{BF}^2=2x^2+x^2=3x^2$

$\overline{BI}^2=\overline{BH}^2=3x^2+x^2=4x^2$

$\overline{BI}^2=12^2$이므로 $4x^2=144$에서 $x^2=36$

따라서 $x^2=6^2$이므로 $x=6$

24



다음과 같이 보조선을 그리면

두 개의 직각삼각형으로

나눌 수 있고

두 직각삼각형의 빗변의 길이가 같으므로

다른 두 변 길이의 제곱의 합도 같다.

$3^2+7^2=5^2+x^2$

$x^2=9+49-25=33$

따라서 $x^2=33$

25

$\triangle$ABD에서

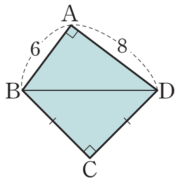
$\overline{BD}^2=3^2+4^2=25$

$\overline{BD}^2=25=5^2$이므로 $\overline{BD}=5$

$\triangle$BCD에서

$\overline{CD}^2=5^2-1^2=24$

26



다음 그림과 같이 $\overline{BD}$를 그으면

$\triangle$ABD에서

$\overline{BD}^2=6^2+8^2=10^2$이므로 $\overline{BD}=10$

$\overline{BC}=\overline{CD}=x$라 하면

$\triangle$BCD에서 $x^2+x^2=10^2$이므로 $x^2=50$

□ABCD$=\triangle$ABD$+\triangle$BCD

따라서 □ABCD의 넓이 S는

$S=\left(\frac{1}{2}\times6\times8\right)+\left(\frac{1}{2}\times50\right)=49$

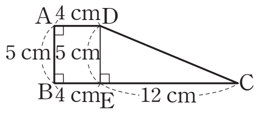
27

$\overline{AE}=\overline{CD}$이므로 $\overline{AE}=3$

$\overline{AD}=\overline{CE}=2$이므로 $\overline{BE}=2$

따라서 $\triangle$ABE에서 $x^2=3^2+2^2=13$

28



다음 그림과 같이 점 D에서 $\overline{BC}$에

수선을 그어 만나는 점을 E라 하면

$\overline{DE}=5$ cm

$\overline{BE}=\overline{AD}=4$ cm이므로

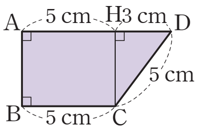
$\overline{EC}=12$ cm

따라서 직각삼각형 DEC에서

$\overline{CD}^2=5^2+12^2$이므로 $\overline{CD}^2=169=13^2$

따라서 $\overline{CD}=13$(cm)

29



그림과 같이 꼭짓점 C에서

$\overline{AD}$에 내린

수선의 발을 H라 하면

$\overline{DH}=8-5=3$(cm)

$\triangle$HCD에서

$\overline{CH}^2=5^2-3^2=4^2$이므로 $\overline{CH}=4(\mathrm{cm})$

따라서 사다리꼴 ABCD의 넓이 S는

$S=\frac{1}{2}\times(8+5)\times4=26(\mathrm{cm}^2)$

30

$\square BFGC=96-20=76(\mathrm{cm}^2)$

31

$\triangle ABC$에서 $\overline{BC}^2=12^2+5^2=13^2$이므로 $\overline{BC}=13$

따라서 $\triangle DEF=\frac{1}{2}\cdot13\cdot13=\frac{169}{2}$

32

피타고라스 정리에 의하여

$\square AFGB=\square ACDE+\square CBHI$

$=24+40=64(\mathrm{cm}^2)$

$\square AFGB$는 정사각형이므로

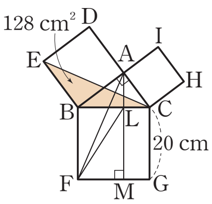
$x^2=64=8^2$에서 $x=8$

따라서 $\overline{AB}$의 길이는 8(cm)이다.

33

② $\triangle EBC\equiv\triangle ABF$

34



$\triangle BCE\equiv\triangle BFA$ (SAS 합동)이고

$\triangle BFA=\triangle BFL=\frac{1}{2}\square BFML$이므로

$\square BFML=2\triangle BFA=2\triangle BCE$

$=2\times128=256(\mathrm{cm}^2)$

또 $\overline{CG}=20\ \mathrm{cm}$이므로

$\square BFGC=20\times20=400(\mathrm{cm}^2)$

$\therefore\ \square LMGC=400-256=144(\mathrm{cm}^2)$

따라서 $\overline{CL}\times20=144$이므로 $\overline{CL}=\frac{36}{5}(\mathrm{cm})$

35

$\triangle ABF\equiv\triangle EBC$이므로

$\triangle ABF=\triangle EBC=\triangle EBA=\frac{1}{2}\square ABED$

$=\frac{1}{2}\times4^2=8(\mathrm{cm}^2)$

$\triangle ACG\equiv\triangle HCB$이므로

$\triangle ACG=\triangle HCB=\triangle HCA=\frac{1}{2}\square ACHI$

$=\frac{1}{2}\times3^2=\frac{9}{2}(\mathrm{cm}^2)$

따라서 $\triangle ABF=\triangle ACG=8+\frac{9}{2}=\frac{25}{2}(\mathrm{cm}^2)$

36

$\triangle AEH\equiv\triangle BFE\equiv\triangle CGF\equiv\triangle DHG$이므로

$\overline{EH}=\overline{EF}=\overline{FG}=\overline{GH}$

$\angle AEH+\angle BEF=90°$이므로

$\angle HEF=90°$ ($\because\ \angle BEF=\angle EHA$)

그러므로 $\square EFGH$는 정사각형이다.

한편 $\triangle AEH$에서 $\overline{EH}^2=\overline{AE}^2+\overline{AH}^2$이므로

$\overline{EH}^2=4^2+6^2=16+36=52$

따라서 $\square EFGH=\overline{EH}^2=52(\mathrm{cm}^2)$

37

$\overline{AE}=\overline{DH}=5$이므로

$\overline{EH}^2=12^2+5^2=169$

따라서 $\square EFGH=\overline{EH}^2=169$

38

4개의 직각삼각형이 모두 합동이므로

$\square EFGH$는 정사각형이다.

$\square EFGH=49\ \mathrm{cm}^2$이므로

$\overline{EF}^2=49=7^2$에서 $\overline{EF}=7(\mathrm{cm})$

그러므로 $\overline{AE}=\overline{AF}-\overline{EF}=12-7=5(\mathrm{cm})$

한편 $\triangle AED$에서 $\overline{ED}=\overline{AF}=12(\mathrm{cm})$이므로

$\overline{AD}^2=12^2+5^2=169$

따라서 $\square ABCD=\overline{AD}^2=169(\mathrm{cm}^2)$

39

두 직각삼각형 ABC와 DEB는 합동이므로

$\overline{AB}=\overline{DE}=4$이고

$\triangle ABC$에서 $\overline{BC}^2=6^2+4^2=52$

한편 $\triangle BEC$는 직각이등변삼각형이므로

$\triangle BEC=\frac{1}{2}\times\overline{BC}\times\overline{BE}=\frac{1}{2}\times\overline{BC}^2$

따라서 $\triangle BEC=\frac{1}{2}\times52=26$

40

$\triangle BEC=\frac{1}{2}\times\overline{BC}\times\overline{BE}=\frac{1}{2}\overline{BE}^2=90$

$\overline{BE}^2=180$

$\triangle BDE$에서 $\overline{BD}^2=180-12^2=36$이므로 $\overline{BD}=6$

한편 두 직각삼각형 ABC와 DEB는 합동이므로 $\overline{BD}=\overline{AC}$

따라서 $\square ADEC=\frac{1}{2}\times(12+6)\times18=162$

41

$\triangle ABC\equiv\triangle DCE$이므로

$\overline{BC}=\overline{CE}$, $\angle ACB+\angle DCE=90°$

따라서 $\angle BCE=90°$이므로

$\triangle BCE$는 직각이등변삼각형이다.

$\triangle BCE=\frac{1}{2}\overline{CE}^2=50(\mathrm{cm}^2)$이므로

$\overline{CE}^2=100$에서 $\overline{CE}=10(\mathrm{cm})$

한편 $\triangle DCE$에서 $\overline{CD}^2=\overline{CE}^2-\overline{DE}^2=10^2-8^2=6^2$

그러므로 $\overline{CD}=6(\mathrm{cm})$

따라서 $\overline{AD}=\overline{AC}+\overline{CD}=\overline{DE}+\overline{CD}=8+6=14(cm)$

42

ㄱ. $9^2 \neq 7^2+8^2$

ㄴ. $7^2 \neq 4^2+5^2$

ㄷ. $13^2=5^2+12^2$이므로 직각삼각형이다.

ㄹ. $5^2 \neq 3^2+3^2$

ㅁ. $10^2=6^2+8^2$이므로 직각삼각형이다.

43

(ⅰ) $x>6$, 즉 x가 가장 긴 변일 때,
$x^2=4^2+6^2$에서 $x^2=52$

(ⅱ) $x \le 6$, 즉 6이 가장 긴 변일 때,
$6^2=4^2+x^2$에서 $x^2=20$
따라서 x^2의 값은 20, 52

44

가장 긴 변의 길이가 7 cm이고
$3^2+5^2=9+25=34<7^2=49$이므로
따라서 $\overline{CA}$의 대각인 $\angle B>90°$인 둔각삼각형이다.

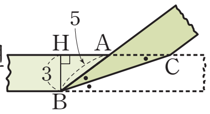
45

$\triangle AEF \equiv \triangle ADF$이므로
$\overline{AE}=\overline{AD}=10(cm)$
$\triangle ABE$에서
$\overline{BE}^2=\overline{AE}^2-\overline{AB}^2=10^2-6^2$
$\overline{BE}^2=64=8^2$이므로 $\overline{BE}=8(cm)$
따라서 $\overline{EC}=\overline{BC}-\overline{BE}=10-8=2(cm)$

46

$\overline{A'D}=\overline{AD}=13$ cm, $\overline{DC}=\overline{AB}=12$ cm
$\triangle A'CD$에서 $\overline{A'C}^2=13^2-12^2=5^2$이므로 $\overline{A'C}=5(cm)$
따라서 $\overline{BA'}=13-5=8(cm)$

47



그림과 같이 점 B에서
$\overline{AC}$의 연장선에 내린 수선의 발을 H라 하면
$\triangle ABH$에서
$\overline{AH}^2=5^2-3^2$에서 $\overline{AH}^2=4^2$이므로 $\overline{AH}=4$
$\triangle ABC$에서 접은 각의 크기와 평행선의 엇각의 크기는 서로 같으므로
$\angle ABC=\angle ACB$
그러므로 $\overline{AC}=\overline{AB}=5$
따라서 $\overline{CH}=4+5=9$이므로
$\triangle BCH$에서 $\overline{BC}^2=3^2+9^2=90$

48

$\overline{AB}^2+\overline{CD}^2=\overline{BC}^2+\overline{AD}^2$이므로
$x^2+11^2=7^2+y^2$
따라서 $y^2-x^2=72$

49

$\overline{AB}^2+\overline{DC}^2=\overline{BC}^2+\overline{AD}^2$이므로
$10^2+10^2=14^2+\overline{AD}^2$
$100+100=196+\overline{AD}^2$
따라서 $\overline{AD}^2=4=2^2$에서 $\overline{AD}=2$

50

$\overline{AB}^2+\overline{CD}^2=\overline{AD}^2+\overline{BC}^2$이므로
$3^2+x^2=5^2+4^2$에서
$x^2=25+16-9=32$

51

$x^2=4\times8=32$
$y^2=4\times(4+8)=4\times12=48$
$z^2=8\times(4+8)=8\times12=96$
따라서 $x^2+y^2-z^2=32+48-96=-16$

52

$3^2=x\times4$에서 $x=\frac{9}{4}$

$y^2=4\times\left(4+\frac{9}{4}\right)=25$에서 $y=5$

$z^2=\frac{9}{4}\times\left(\frac{9}{4}+4\right)=\frac{9}{4}\times\frac{25}{4}$에서 $z=\frac{15}{4}$

따라서 $8x+y-4z=18+5-15=8$

53

직각삼각형 PSR에서
$x^2=6^2+8^2=10^2$이므로 $x=10$
한편 $\triangle SPQ \backsim \triangle SRP$이므로
$\overline{SP}:\overline{SR}=\overline{SQ}:\overline{SP}$
$6:8=y:6$에서 $8y=36$이므로 $y=4.5$
따라서 $x+2y=10+9=19$

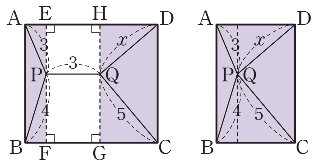
54

(1) $\overline{AP}^2+\overline{CP}^2=\overline{BP}^2+\overline{DP}^2$이므로
$\overline{AP}^2+4^2=10^2+2^2$에서 $\overline{AP}^2=88$

(2) $\overline{AP}^2+\overline{CP}^2=\overline{BP}^2+\overline{DP}^2$이므로
$\overline{AP}^2+5^2=6^2+2^2$에서 $\overline{AP}^2=15$

55

그림과 같이 □EFGH를 오려내고



색칠한 두 부분을 붙이면 두 점 P, Q가 만나 새로운 직사각형 ABCD가 된다.
□ABCD에서 $3^2+5^2=4^2+x^2$이므로
$x^2=18$

56

(1) $P+Q=R$이므로

$\frac{1}{2}\times\pi\times2^2=2\pi$

(2) $P+Q+R=R+R=2R$이므로

$2\pi+2=4\pi$

57

직각삼각형 ABC에서

$\overline{AB}^2=15^2-9^2=12^2$이므로 $\overline{AB}=12(\text{cm})$

색칠한 부분의 넓이는 △ABC의 넓이와 같으므로

$\frac{1}{2}\times12\times9=54(\text{cm}^2)$

58

색칠한 부분의 넓이는

$2\triangle ABD=\square ABCD=4\times6=24(\text{cm}^2)$

STEP 3 단원 마무리

:: 134쪽 ~ 135쪽

01 ③	02 ③	03 $16-\pi^2$	04 ③	05 ①
06 ⑤	07 ②	08 ④	09 ②	10 ③
11 42	12 ②			

01

마름모의 두 대각선은 서로 수직이등분하므로

직각삼각형 OAB에서

$\overline{OA}=8$, $\overline{OB}=15$이므로

$\overline{AB}^2=8^2+15^2=17^2$에서 $\overline{AB}=17$

02

△ABD에서

$x^2=10^2-6^2=8^2$이므로 $x=8$

△ABC에서

$y^2=8^2+15^2=17^2$이므로 $y=17$

따라서 $x+y=25$

03

색칠한 두 부분의 넓이가 같고, 도형 OAED가 공통이므로

사분원 OAB의 넓이와 직사각형 OACD의 넓이는 같다.

(사분원 OAB의 넓이)$=\frac{1}{4}\times\pi\times4^2=4\pi$

(직사각형 OACD의 넓이)$=4\times\overline{OD}$이므로

$4\pi=4\times\overline{OD}$에서 $\overline{OD}=\pi$

한편 △ODE에서 $\overline{OE}=\overline{OA}=4$

따라서 $\overline{DE}^2=\overline{OE}^2-\overline{OD}^2=16-\pi^2$

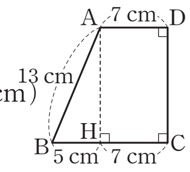
04

△OAB에서 $\overline{OB}^2=2^2+1^2=5$

△OBC에서 $\overline{OC}^2=5+2^2=9$

△OCD에서 $\overline{OD}^2=9+3^2=18$

05



그림과 같이 점 A에서 $\overline{BC}$에

수선을 그어 만나는 점을 H라고 하면

$\overline{HC}=\overline{AD}=7\text{ cm}$이므로 $\overline{BH}=12-7=5(\text{cm})$

직각삼각형 ABH에서

$\overline{AH}^2=13^2-5^2=12^2$이므로 $\overline{AH}=12(\text{cm})$

$\overline{DC}=\overline{AH}=12(\text{cm})$

따라서 □ABCD의 둘레의 길이는

$7+13+12+12=44(\text{cm})$

06

△CDE에서

$\overline{EC}^2=5^2-4^2=3^2$이므로 $\overline{EC}=3(\text{cm})$

따라서 사다리꼴 AECD의 넓이 S는

$S=\frac{1}{2}\times(5+3)\times4=16(\text{cm}^2)$

07

$P=Q+R$이므로 $13=9+R$에서 $R=4(\text{cm}^2)$

따라서 $\overline{AC}^2=2^2$이므로 $\overline{AC}=2(\text{cm})$

08

△BCE≡△ABF(SAS 합동)

$\overline{DC}/\!/\overline{BE}$이므로 △BCE=△AEB

$\overline{BF}/\!/\overline{AK}$이므로 △ABF=△BFJ

09

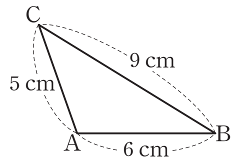
$\overline{AP}=\overline{AD}=20$이므로

△ABP에서

$\overline{BP}^2=\overline{AP}^2-\overline{AB}^2=20^2-16^2=12^2$이므로 $\overline{BP}=12$

따라서 $\overline{PC}=\overline{BC}-\overline{BP}=20-12=8$

10



$9^2=81$, $5^2+6^2=25+36=61$에서

$9^2>5^2+6^2$이므로 그림과 같이

$\angle A>90^\circ$인 둔각삼각형이다.

11

$x^2+4^2=7^2+3^2$이므로

$x^2=42$

12

$\overline{BC}=a$, $\overline{AC}=b$, $\overline{AB}=c$라고 하고

원의 반지름의 길이를 r이라고 하면

(반원의 넓이)$=\frac{1}{2}\pi r^2$이므로

$Q+R=\frac{1}{2}\pi\left(\frac{a}{2}\right)^2+\frac{1}{2}\pi\left(\frac{b}{2}\right)^2=\frac{1}{8}\pi(a^2+b^2)$

$P=\frac{1}{2}\pi\left(\frac{c}{2}\right)^2=\frac{1}{8}\pi c^2$

$\triangle ABC$는 직각삼각형이므로 피타고라스의 정리를 만족한다.
따라서 $c^2=a^2+b^2$이므로 $P=Q+R$

STEP 4 실전 대비하기

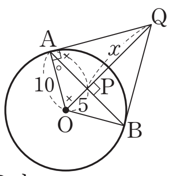
:: 136쪽 ~ 137쪽

01 ⑤	**02** ②	**03** 64 cm^2	**04** 15	**05** ③
06 ③	**07** ④	**08** ①	**09** ④	
10 81 cm^2	**11** 68	**12** 1	**13** 15 cm	
14 15 cm^2	**15** ②	**16** ③	**17** ③	**18** 36

01
피타고라스의 정리를 활용하면
$13^2=5^2+x^2$에서 $x^2=13^2-5^2=12^2$
따라서 $\overline{BC}$를 한 변으로 하는 정사각형의 넓이는
$x^2=12^2=144(\text{cm}^2)$

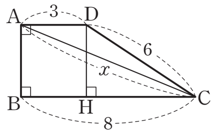
02
$\triangle ADC$는 직각삼각형이므로 피타고라스의 정리를 이용하면
$\overline{AC}^2=13^2-5^2=12^2$이므로 $\overline{AC}=12$
한편 $\triangle ABC$도 직각삼각형이므로
$\overline{AB}^2=(11+5)^2+12^2$에서 $\overline{AB}^2=256+144=20^2$
따라서 $\overline{AB}=20$

03
$\triangle BCD=\frac{1}{2}\times 6\times \overline{BC}=24$이므로 $\overline{BC}=8(\text{cm})$
$\overline{BD}^2=6^2+8^2=10^2$에서 $\overline{BD}=10(\text{cm})$
한편 $\overline{AD}=\overline{BD}=10\text{ cm}$이므로
$\overline{AC}=10+6=16(\text{cm})$
따라서 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 8\times 16=64(\text{cm}^2)$

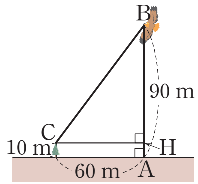
04


$\triangle OAP$에서 $\overline{OA}=10$, $\overline{OP}=5$이고
$\angle OPA=90°$이므로
피타고라스의 정리를 이용하면
$\overline{AP}^2=\overline{OA}^2-\overline{OP}^2=10^2-5^2=75$
한편 $\angle AOP=\angle QAP$이고 $\angle OAP=\angle AQP$이므로
$\triangle OAP$와 $\triangle AQP$는 닮음이다.
그러므로 $\overline{OP}:\overline{AP}=\overline{AP}:\overline{PQ}$
따라서 $\overline{PQ}=\frac{\overline{AP}^2}{\overline{OP}}=\frac{75}{5}=15$

05
$\overline{OB}=\overline{OQ}$이므로 $\overline{OQ}^2=1^2+1^2=2$
$\overline{OC}=\overline{OR}$이므로 $\overline{OR}^2=2+1^2=3$
$\overline{OD}=\overline{OS}$이므로 $\overline{OS}^2=3+1^2=4$
따라서 $\overline{OC}^2+\overline{OD}^2=\overline{OR}^2+\overline{OS}^2=3+4=7$

06


$\overline{HC}=\overline{BC}-\overline{AD}=5$
$\triangle DHC$에서
$\overline{DH}^2=\overline{CD}^2-\overline{HC}^2=6^2-5^2=11^2$이므로
$\overline{DH}^2=11$
$\triangle ABC$에서 $\overline{AC}^2=\overline{AB}^2+\overline{BC}^2=11+8^2$
따라서 $\overline{AC}^2=75$

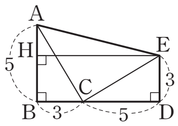
07


그림과 같이 꼭짓점 C에서
$\overline{BA}$에 내린 수선의 발을 H라 하면
$\overline{BH}=90-10=80(\text{m})$
$\overline{CH}=60(\text{m})$
따라서 $\triangle BCH$에서
$\overline{BC}^2=60^2+80^2=100^2$이므로 $\overline{BC}=100(\text{m})$
따라서 초속 8 m의 속력으로 나무 꼭대기에 도착할 때까지
걸리는 시간은 $\frac{100}{8}=12.5$(초)

08
$P=Q+R$이므로
$R=13-9=4(\text{cm}^2)$

09
(ⅰ) □ACHI가 정사각형이므로 $\triangle AHI=ACH$이다.
(ⅱ) $\overline{BI}\,/\!/\,\overline{CH}$이므로
　$\triangle ACH=\triangle BCH$
(ⅲ) $\triangle BCH\equiv\triangle GCA$(SAS 합동)
　이므로 $\triangle BCH=\triangle GCA$
(ⅳ) $\overline{AM}\,/\!/\,\overline{CG}$이므로
　$\triangle GCA=\triangle GCL=\frac{1}{2}$□LMGC
(ⅰ), (ⅱ), (ⅲ), (ⅳ)에서
$\triangle AHI=\triangle ACH=\triangle BCH=\triangle GCA=\frac{1}{2}$□LMGC
따라서 넓이가 나머지 넷과 다른 하나는 ④이다.

10
□EFGH$=\overline{EH}^2=45(\text{cm}^2)$이고
$\triangle AEH$에서 $\overline{AE}^2=\overline{EH}^2-\overline{AH}^2=45-36$이므로
$\overline{AE}^2=3^2$에서 $\overline{AE}=3(\text{cm})$
따라서 $\overline{AB}=3+6=9(\text{cm})$이므로
□ABCD$=9^2=81(\text{cm}^2)$

11


$\triangle ABC\equiv\triangle CDE$이므로
$\overline{BC}=\overline{DE}=3$, $\overline{CD}=\overline{AB}=5$에서
$\overline{BD}=3+5=8$
다음 그림과 같이 꼭짓점 E에서

$\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\overline{AH}=5-3=2$

따라서 $\triangle$AHE에서 $\overline{AE}^2=2^2+8^2=68$

12

$\triangle$ADH는 직각삼각형이므로

$\overline{AH}^2=5^2-4^2=3^2$에서 $\overline{AH}=3$

$\overline{HE}=\overline{AE}-\overline{AH}=4-3=1$

따라서 □EFGH는 한 변의 길이가 1인 정사각형이므로

□EFGH$=1$

13

□EBCF$\equiv$□EB′C′F이므로

$\overline{EB'}=\overline{EB}=10$(cm)

직각삼각형 AEB′에서

$\overline{AB'}^2=10^2-8^2=6^2$이므로 $\overline{AB'}=6$(cm)

그러므로 $\overline{B'D}=12$(cm)

한편 $\triangle$AEB′$\backsim\triangle$DB′G(AA 닮음)이므로

$\overline{AE}:\overline{EB'}=\overline{B'D}:\overline{B'G}$에서 $8:10=12:\overline{B'G}$

따라서 $8\overline{B'G}=120$에서 $\overline{B'G}=15$(cm)

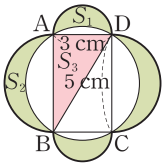
14

다음 그림과 같이 직사각형의 대각선을 그으면

$S_1+S_2+S_3$이므로 색칠 부분의 넓이는

직사각형 □ABCD의 넓이와 같다.

따라서 $5\times3=15(\text{cm}^2)$



15

x가 가장 긴 변이고 삼각형이 되기 위한 조건에서

$12<x<5+12$ $\therefore 12<x<17$ …… ㉠

둔각삼각형이기 위한 조건에서

$5^2+12^2<x^2$ $\therefore x>13$ …… ㉡

따라서 ㉠, ㉡에서 $13<x<17$

16

$\overline{AB}^2+\overline{BC}^2=3^2+5^2=34$

$\overline{AC}^2=49$

그러므로 $\overline{AB}^2+\overline{BC}^2<\overline{AC}^2$

따라서 $\angle B>90^\circ$인 둔각삼각형

17

$\triangle$ABC$\backsim\triangle$DBA이므로

$\overline{BC}:\overline{AB}=\overline{AB}:\overline{BD}$

따라서 $\overline{AB}^2=\overline{BD}\times\overline{BC}=4\times6=24$

18

$\overline{DE}^2+\overline{AC}^2=\overline{AE}^2+\overline{CD}^2$이므로

$8^2+\overline{AC}^2=\overline{AE}^2+10^2$

따라서 $\overline{AC}^2-\overline{AE}^2=100-64=36$

Ⅴ. 확률

10 경우의 수

STEP 1 유형 익히기

:: 140쪽 ~ 141쪽

01 (1) 5가지 (2) 8가지 **02** (1) 4가지 (2) 2가지 (3) 6가지
03 10 **04** (1) 6가지 (2) 11가지
05 (1) 8가지 (2) 16가지 **06** 144가지 **07** 8가지
08 (1) 30가지 (2) 120가지

01

(1) (1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2), (5, 1)의 5가지

(2) (4, 5), (4, 6), (5, 4), (5, 5), (5, 6), (6, 4), (6, 5), (6, 6)의 8가지

02

(1) 3, 6, 9, 12의 4가지

(2) 5, 10의 2가지

(3) $4+2=6$(가지)

03

(ⅰ) 나오는 두 눈의 수의 차가 3인 경우의 수 :
(1, 4), (2, 5), (3, 6), (4, 1), (5, 2), (6, 3)의 6가지

(ⅱ) 나오는 두 눈의 수의 차가 4인 경우의 수 :
(1, 5), (2, 6), (5, 1), (6, 2)의 4가지
따라서 나오는 두 눈의 수의 차가 3 또는 4인 경우의 수는
$6+4=10$이다.

04

(1) $3+3=6$(가지) (2) $4+7=11$(가지)

05

(1) $2\times2\times2=8$(가지)

(2) $2\times2\times2\times2=16$(가지)

06

동전 한 개를 던질 때 일어나는 모든 경우의 수는 2가지

주사위 한 개를 던질 때 일어나는 모든 경우의 수는 6가지

따라서 구하는 경우의 수는

$2\times2\times6\times6=144$(가지)

07

(ⅰ) 바지를 고르는 경우의 수는 4가지

(ⅱ) 신발을 고르는 경우의 수는 2가지
따라서 구하는 경우의 수는 $4\times2=8$(가지)

08

(1) $6\times5=30$(가지)

(2) $6\times5\times4=120$(가지)

STEP 2 유형 다지기 :: 142쪽 ~ 153쪽

01 (1) 4가지 (2) 4가지 **02** 4가지 **03** ②
04 (1) 6가지 (2) 9가지 (3) 4가지 **05** 6가지 **06** ③
07 ④ **08** ④ **09** ④ **10** ⑤
11 ③ **12** 9가지 **13** ② **14** 12가지 **15** ⑤
16 (1) 3가지 (2) 2가지 (3) 5가지 **17** ⑤ **18** ⑤
19 ② **20** 8가지 **21** 12가지 **22** (1) 8가지 (2) 3가지
23 ③ **24** ② **25** ③ **26** ⑤ **27** ②
28 ④ **29** ① **30** ① **31** (1) 2가지 (2) 4가지
(3) 8가지 **32** 11가지 **33** 144가지 **34** (1) 6가지 (2) 8가지
(3) 15가지 **35** 24개 **36** 16가지 **37** ③
38 63가지 **39** ② **40** (1) 9 (2) 3 **41** ④
42 7가지 **43** 8가지 **44** 30가지 **45** 12가지 **46** ⑤
47 ⑤ **48** ③ **49** ③ **50** ③ **51** ⑤
52 ④ **53** ③ **54** ③ **55** 24 **56** 540
가지 **57** 24가지 **58** (1) 9개 (2) 3개 (3) 6개
59 32개 **60** 12개 **61** ③ **62** 36개 **63** 11개
64 ④ **65** ⑤ **66** ⑤ **67** ③ **68** 65번
69 ③ **70** 20개 **71** 56개 **72** 10개

01

(1) 3, 4, 5, 6의 4가지

(2) 1, 2, 4, 8의 4가지

02

27의 약수는 1, 3, 9, 27의 4가지

따라서 경우의 수는 4가지이다.

03

파란 공은 2개 있으므로 경우의 수는 2가지이다.

04

(1) 두 주사위의 눈을 순서쌍으로 나타내면

(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6)이므로

구하는 경우의 수는 6가지이다.

(2) (1, 1), (1, 3), (1, 5), (3, 1), (3, 3), (3, 5), (5, 1), (5, 3), (5, 5)의 9가지

(3) (3, 3), (3, 6), (6, 3), (6, 6)의 4가지

05

20의 약수의 눈이 나오는 경우는 1, 2, 4, 5, 10, 20이므로

경우의 수는 6가지이다.

06

① 7의 눈이 나오는 경우는 없으므로 0가지이다.

② 합성수의 눈이 나오는 경우는 4, 6의 2가지이다.

③ 2의 배수의 눈이 나오는 경우는 2, 4, 6의 3가지이다.

④ 3의 배수의 눈이 나오는 경우는 3, 6의 2가지이다.

⑤ 5의 약수의 눈이 나오는 경우는 1, 5의 2가지이다.

따라서 경우의 수가 가장 큰 것은 ③ 이다.

07

2500원을 지불하는 경우를 표로 나타내면 다음과 같다.

500원짜리 (개)	100원짜리 (개)	50원짜리 (개)
5	0	0
4	5	0
4	4	2
4	3	4

따라서 구하는 경우의 수는 4가지이다.

08

2150원을 지불하는 경우를 표로 나타내면 다음과 같다.

500원짜리 (개)	100원짜리 (개)	50원짜리 (개)
4	1	1
4	0	3
3	5	3
3	4	5

따라서 지불하는 방법의 수는 4가지이다.

09

100원짜리 동전은 반드시 사용해야 하고

(i) 50원짜리 동전을 사용하는 경우

$100+50=150$(원)

$100+50+10=160$(원)

$100+50+20=170$(원)

$100+50+30=180$(원)의 4가지

(ii) 50원짜리 동전을 사용하지 않는 경우

$100+10=110$(원)

$100+20=120$(원)

$100+30=130$(원)의 3가지

따라서 $4+3=7$(가지)

10

3보다 작은 눈이 나오는 경우는 1, 2의 2가지

3보다 큰 눈이 나오는 경우는 4, 5, 6의 3가지

3보다 작은 눈이 나오는 사건과 3보다 큰 눈이 나오는 사건은 동시에 일어날 수 없으므로

구하는 경우의 수는 $2+3=5$(가지)

11

눈의 수의 합이 4인 경우는 (1, 3), (2, 2), (3, 1)의 3가지

눈의 수의 합이 10인 경우는 (4, 6), (5, 5), (6, 4)의 3가지

따라서 구하는 경우의 수는 $3+3=6$(가지)

12

점 P가 꼭짓점 A에 오는 경우는 눈의 수의 합이 4, 8, 12인 경우이다.

(i) 눈의 합이 4인 경우 : (1, 3), (2, 2), (3, 1)의 3가지

(ii) 눈의 합이 8인 경우 : (2, 6), (3, 5), (4, 4), (5, 3), (6, 2)의 5가지

(iii) 눈의 합이 12인 경우 : (6, 6)의 1가지

따라서, 구하는 경우의 수는 $3+5+1=9$(가지)이다.

13

(i) 합이 6이 되는 경우의 수는 세 수의 합이 $1+1+4$, $1+2+3$, $2+2+2$이어야 하므로

(1, 1, 4), (1, 4, 1), (4, 1, 1)의 3가지

(1, 2, 3), (1, 3, 2), (2, 1, 3),

(2, 3, 1), (3, 1, 2), (3, 2, 1)의 6가지

(2, 2, 2)의 1가지

$\therefore\ 3+6+1=10$

(ii) 합이 8이 되는 경우의 수는 세수의 합이 $1+3+4$, $2+2+4$, $2+3+3$이어야 하므로

(1, 3, 4), (1, 4, 3), (3, 1, 4),

(3, 4, 1), (4, 1, 3), (4, 3, 1)의 6가지

(2, 2, 4), (2, 4, 2), (4, 2, 2)의 3가지

(2, 3, 3), (3, 2, 3), (3, 3, 2)의 3가지

$\therefore\ 6+3+3=12$

따라서 구하는 경우의 수는 $10+12=22$

14

(i) 합이 7인 경우

(1, 6), (2, 5), (3, 4), (4, 3), (5, 2), (6, 1)

(ii) 합이 10인 경우

(2, 8), (3, 7), (4, 6), (6, 4), (7, 3), (8, 2)

따라서 $6+6=12$(가지)

15

(i) 3의 배수가 나오는 경우는

3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36, 39의 13가지

(ii) 8의 배수가 나오는 경우는 8, 16, 24, 32, 40의 5가지

그런데 24는 3의 배수이면서 8의 배수이므로

구하는 경우의 수는 $13+5-1=17$

16

(1) 버스를 이용하여 가는 방법의 수는 3가지

(2) 지하철을 이용하여 가는 방법의 수는 2가지

(3) 버스 또는 지하철을 이용하여 가는 방법의 수는

$3+2=5$가지

17

기차로 가는 것과 버스로 가는 것과 비행기로 가는 것은 동시에 일어날 수 없으므로

구하는 경우의 수는 $5+3+1=9$

18

버스는 4개의 노선, 지하철은 3개의 노선이 있으므로

$4+3=7$(가지)

19

찌개류는 3가지, 면류는 5가지, 덮밥류는 10가지이므로

$3+5+10=18$(가지)

20

김밥이 3종류, 라면이 3종류, 떡볶이가 2종류이므로

$3+3+2=8$(가지)

21

충치 수가 0개인 학생은 5명, 충치 수가 1개인 학생은 7명이다.

따라서 충치가 없거나 충치의 수가 1개인 경우의 수는

$5+7=12$(가지)이다.

22

(1) $2^3=8$(가지)

(2) (앞, 뒤, 뒤), (뒤, 앞, 뒤), (뒤, 뒤, 앞)의 3가지

23

$2\times2\times2=8$(가지)

24

4개의 동전을 동시에 던질 때 일어나는 경우의 수는

$2\times2\times2\times2=16$(가지)이다.

25

(i) 첫 번째에 5 이상의 눈이 나오는 경우는 5, 6의 2가지

(ii) 두 번째에 소수의 눈이 나오는 경우는 2, 3, 5의 3가지

따라서 구하는 경우의 수는 $2\times3=6$(가지)

26

(i) A 주사위에서는 6의 약수의 눈이 나오는 경우는 1, 2, 3, 6의 4가지

(ii) B 주사위에서는 홀수의 눈이 나오는 경우는 1, 3, 5의 3가지

따라서 구하는 경우의 수는 $4\times3=12$(가지)

27

(i) 3의 배수의 눈이 나오는 경우는 3, 6, 9, 12로 4가지

(ii) 5의 배수의 눈이 나오는 경우는 5, 10으로 2가지

따라서 $4\times2=8$(가지)

28

(i) 서로 다른 동전 2개를 던졌을 때 나오는 경우의 수는

$2\times2=4$(가지)

(ii) 주사위 1개를 던졌을 때 나오는 경우의 수는 6가지

따라서 구하는 경우의 수는 $4\times6=24$(가지)

29

(i) 서로 다른 동전 5개를 동시에 던질 때 일어나는 모든 경우의 수는

$2^5=32$에서 $a=32$

(ii) 서로 다른 주사위 2개를 동시에 던질 때 일어나는 모든 경우의 수는

$6^2=36$에서 $b-a=36$

따라서 $b-a=36-22=4$

30

(i) 동전 2개가 서로 다른 면이 나오는 경우는 (앞, 뒤), (뒤, 앞)의 2가지

(ii) 주사위가 2의 배수의 눈이 나오는 경우는 2, 4, 6의 3가지

따라서 구하는 경우의 수는 $2\times3=6$(가지)

31

(1) A지점에서 B지점으로 가는 방법의 수는 2가지

(2) B지점에서 C지점으로 가는 방법의 수는 4가지

(3) A지점에서 B지점을 거쳐 C지점으로 가는 방법의 수는

$2\times4=8$(가지)

32

(i) A지점에서 B지점을 거쳐 C지점으로 가는 방법의 수는

$4\times2=8$(가지)

(ii) A지점에서 B지점을 거치지 않고 C지점으로 가는 방법의 수는 3가지

따라서 구하는 경우의 수는 $8+3=11$(가지)이다.

33

(i)A도시에서 D도시까지 가는 방법의 수는

$3\times2+2\times3=12$(가지)

(ii)D도시에서 A도시까지 가는 방법의 수는

$2\times3+3\times2=12$(가지)

따라서 구하는 방법의 수는 $12\times12=144$(가지)이다.

34

(1) $3\times2=6$(가지)

(2) $2\times4=8$(가지)

(3) $5\times3=15$(가지)

35

(i) 자음이 적힌 카드를 선택하는 경우의 수는 6가지

(ii) 모음이 적힌 카드를 선택하는 경우의 수는 4가지

따라서 만들 수 있는 글자의 개수는 $6\times4=24$(개)

36

(i) 김밥의 종류는 4가지,

(ii) 라면의 종류는 2가지,

(iii) 음료수의 종류는 2가지

따라서 구하는 경우의 수는 $4\times2\times2=16$(가지)

37

전등 1개는 껐다, 켰다의 2가지의 경우가 있으므로

$2\times2\times2\times2=16$(가지)이다.

모두 꺼져 있는 경우를 제외해야 하므로

구하는 경우의 수는 $16-1=15$(가지)이다.

38

각각의 전등은 꺼지거나 켜지는 두가지 신호를 보낸다.

$2\times2\times2\times2\times2\times2=64$(가지)

여기서 모두 꺼진 경우는 제외하므로 $64-1=63$(가지)

39

다섯 명의 학생이 깃발을 들거나 내리는 경우가 각각 2가지가 있으므로 모든 경우의 수는

$2\times2\times2\times2\times2=32$(가지)

그런데 모두 내리는 경우는 신호가 아니므로

구하는 신호는 $32-1=31$(가지)이다.

40

(1) 한 사람이 낼 수 있는 경우의 수는 3가지이므로

두 사람이 가위, 바위, 보를 할 때 일어날 수 있는

모든 경우의 수는 $3\times3=9$(가지)

(2) 은수가 진희를 이기는 경우는

가위로 이길 때, 바위로 이길 때, 보로 이길 때

각각 1가지이므로 경우의 수는 3(가지)

41

A, B 두 사람이 가위바위보를 내는 경우를 순서쌍으로 나타내면

(i) A가 이기는 경우는

(가위, 보), (바위, 가위), (보, 바위)의 3가지,

(ii) 비기는 경우는

(가위, 가위), (바위, 바위), (보, 보)의 3가지

따라서 구하는 경우의 수는 $3+3=6$(가지)

42

두 사람이 이기고 진 횟수가 같아야 동시에 같은 계단에 오를 수 있다.

영재를 기준으로 경우의 수를 계산해 보면

(i) 세 번 모두 비긴 경우는

(2, 2, 2)로 1가지

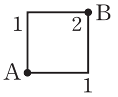
(ii) 한 번 이기고, 한 번 지고, 한 번 비긴 경우는

(1, 2, 3), (1, 3, 2), (2, 1, 3), (2, 3, 1), (3, 1, 2), (3, 2, 1)로 6가지

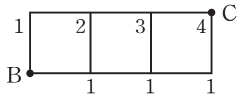
따라서 영재와 정희가 동시에 6계단을 오르는 경우의 수는 7(가지)이다.

43

(i) A 지점에서 B 지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수는 2가지



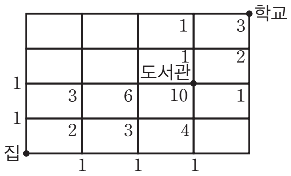
(ii) B 지점에서 C 지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수는 4가지



따라서 구하는 경우의 수는 $2\times4=8$(가지)

44

(i) 집에서 도서관까지
최단 거리로 가는
경우의 수는 10

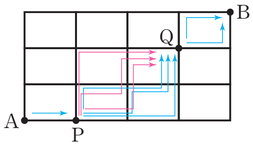


(ii) 도서관에서 학교까지
최단 거리로 가는
경우의 수는 3

따라서 구하는 경우의 수는 $10\times3=30$(가지)

45

(i) A지점에서 P지점까지
최단 거리로 가는 방법의 수는 1가지



(ii) P지점에서 Q지점까지
최단 거리로 가는 방법의 수는 6가지

(iii) Q지점에서 B지점까지
최단 거리로 가는 방법의 수는 2가지

따라서 구하는 경우의 수는 $1\times6\times2=12$(가지)

46

4명을 한 줄로 세우는 경우의 수와 같으므로
$4\times3\times2\times1=24$(가지)

47

음료수를 자판기에 한 줄로 넣는 방법은 차가운 음료수와 따뜻한 음료수인 6종류를 모두 모아 한 줄로 세우는 경우의 수와 같으므로 구하는 방법의 수는
$6\times5\times4\times3\times2\times1=720$(가지)

48

A로 시작하는 단어 : $3\times2\times1=6$(가지)
B로 시작하는 단어 : $3\times2\times1=6$(가지)
C로 시작하는 단어를 사전식으로 나열하면
CABD,CADB, ⋯
따라서 $6+6+2=14$(번째)

49

(i) A가 맨 앞에 서는 경우
A를 제외한 3명을 한 줄로 세우는 경우의 수는
$3\times2\times1=6$(가지)

(ii) A가 앞에서 두 번째에 서는 경우
맨 앞에 C 또는 D를 세우고 맨 앞에 선 사람과 A를 제외한 2명을 A 뒤에 세우는 경우의 수는 $2\times2\times1=4$(가지)

(iii) A가 세 번째에 서는 경우
맨 뒤에는 B를 세워야 하므로 C, D를 A 앞에 세우는 경우의 수는 $2\times1=2$(가지)

따라서 구하는 경우의 수는 $6+4+2=12$(가지)

다른 풀이

ABCD를 한 줄로 세우는 경우의 수는 $4\times3\times2\times1=24$(가지)
A가 B보다 앞서는 경우는 $24\times\frac{1}{2}=12$(가지)

50

(i) 아버지, 어머니, 예진이가 뒷줄에 한 줄로 서는 경우의 수는 $3\times2\times1=6$(가지)

(ii) 앞줄에 할아버지와 할머니가 자리를 바꾸는 경우의 수는 2가지

따라서 구하는 경우의 수는 $6\times2=12$(가지)

51

은영이를 한 가운데 세워 놓았다고 생각하면
미나, 선아, 영조, 진원 네 사람을 한 줄로 세우는 경우의 수와 같다.
따라서 구하는 경우의 수는 $4\times3\times2\times1=24$(가지)이다.

52

(i) 여학생을 한 묶음으로 하여 4명을 일렬로 세우는 경우의 수는 24가지

(ii) 각 경우에 여학생끼리 자리를 바꾸는 2가지

따라서 구하는 경우의 수는 $24\times2=48$(가지)

53

사전은 맨 앞에 꽂고 나머지 4권의 배열을 정한다.

(i) 소설책 3권을 하나로 묶어 책꽂이에 꽂는 경우의 수는 $2\times1=2$(가지)

(i) 소설책 3권을 나열하는 경우의 수는 $3\times2\times1=6$(가지)

따라서 $2\times6=12$(가지)

54

(i) A형, B형, O형이 한 줄로 앉는 경우의 수는 $3\times2\times1=6$(가지)

(ii) B형인 학생 2명이 자리를 바꾸는 경우의 수는 2가지

따라서 $6\times2=12$(가지)

55

A에 칠할 수 있는 색은 4가지,
B에 칠할 수 있는 색은 A에 칠한 색을 제외한 3가지,
C에 칠할 수 있는 색은 A, B에 칠한 색을 제외한 2가지,
D에 칠할 수 있는 색은 A, B, C에 칠한 색을 제외한 1가지이다.
따라서 구하는 경우의 수는 $4\times3\times2\times1=24$

56
A 부분에 칠할 수 있는 색은 5가지,
B 부분에 칠할 수 있는 색은 4가지,
C 부분에 칠할 수 있는 색은 3가지,
D 부분에 칠할 수 있는 색은 3가지,
E 부분에 칠할 수 있는 색은 3가지이다.
따라서 칠할 수 있는 모든 경우의 수는
$5\times4\times3\times3\times3=540$(가지)

57
A에 칠할 수 있는 색은 4가지,
B에 칠할 수 있는 색은 A에 칠한 색을 제외한 3가지,
C에 칠할 수 있는 색은 A, B에 칠한 색을 제외한 2가지
따라서 구하는 경우의 수는 $4\times3\times2=24$(가지)

58
(1) 일의 자리에 올 수 있는 숫자는 3, 5, 7의 3가지이고, 십의 자리에 올 수 있는 숫자는 일의 자리에 온 숫자를 제외한 3가지이므로 만들 수 있는 두 자리 홀수의 개수는 9개이다.
(2) $3\times1=3$(개)
(3) $2\times3=6$(개)

59
짝수가 되려면 일의 자리의 숫자가 2, 4, 6, 8이어야 한다.
일의 자리 숫자가 2인 경우는 12, 32, 42, 52, 62, 72, 82, 92의 8개이므로 일의 자리 숫자가 4, 6, 8인 경우도 각각 8개이다.
따라서 구하는 짝수의 개수는 $8\times4=32$(개)이다.

다른 풀이

일의 자리 숫자는 2, 4, 6, 8의 4(가지)
십의 자리 숫자는 8(가지)이므로
$4\times8=32$(가지)

60
4의 배수가 되려면 끝의 두 자리가 00 또는 4의 배수이어야 한다.
끝의 두 자리가 4의 배수가 되는 경우는
□12, □24, □32, □52이므로 각 경우는 3가지이다.
따라서 4의 배수의 개수는 $4\times3=12$(개)

61
(i) 백의 자리에 올 수 있는 숫자는 0을 제외한 5개,
(ii) 십의 자리에 올 수 있는 숫자는 백의 자리에 온 숫자를 제외한 5개 ,
(iii) 일의 자리에 올 수 있는 숫자는 백의 자리와 십의 자리에 온 숫자를 제외한 4개이다.
따라서 구하는 정수의 개수는 $5\times5\times4=100$(개)

62
5의 배수가 되려면 일의 자리에 올 수 있는 숫자는 0, 5이다.
(i) 일의 자리의 숫자가 0인 경우
백의 자리에 올 수 있는 숫자는 0을 제외한 5가지,
십의 자리에 올 수 있는 숫자는 0과 백의 자리의 숫자를 제외한 4가지이므로 $5\times4=20$가지
(ii) 일의 자리의 숫자가 5인 경우
백의 자리에 올 수 있는 숫자는 5와 0을 제외한 4가지,
십의 자리에 올 수 있는 숫자는 5와 백의 자리의 숫자를 제외한 4가지이므로 $4\times4=16$가지
따라서 구하는 5의 배수의 개수는 $20+16=36$(개)

63
30 이하인 수가 되려면 십의 자리에 올 수 있는 숫자는 1, 2, 3이다.
(i) 1□인 경우는 10, 12, 13, 14, 15의 5개
(ii) 2□인 경우는 20, 21, 23, 24, 25의 5개
(iii) 3□인 경우는 30의 1개
따라서 30 이하인 자연수의 개수는 $5+5+1=11$(개)

64
5명 중에서 4명을 뽑아 한 줄로 세우는 경우의 수와 같으므로
$5\times4\times3\times2=120$(가지)

65
여학생 회장을 뽑는 경우의 수는 4가지
남학생 5명과 회장을 제외한 여학생 3명 중에서 남녀 부회장을 각각 1명씩 뽑는 경우의 수는 $5\times3=15$(가지)
따라서 구하는 경우의 수는 $4\times15=60$(가지)

66
(i) 남학생이 회장, 여학생이 부회장이 되는 경우 $3\times2=6$(가지)
(ii) 여학생이 회장, 남학생이 부회장이 되는 경우 $2\times3=6$(가지)
따라서 구하는 경우의 수는 $6+6=12$(가지)

67
(i) 소설책 2권을 사는 경우의 수는
$\frac{7\times6}{2}=21$(가지)
(ii) 잡지 2권을 사는 경우의 수는
$\frac{6\times5}{2}=15$(가지)
따라서 구하는 경우의 수는 $21\times15=315$(가지)

68
한 조에 5명씩 있으므로 $\frac{5\times4}{2}=10$(번) 경기를 하여 대표를 뽑는다.
대표끼리는 모두 $6-1=5$(번) 경기를 하므로
모두 $10\times6+5=65$(번) 경기를 해야 한다.

69
20개의 축구팀에서 2팀을 뽑는 경우와 같다.

따라서 $\dfrac{20\times19}{2}=190$(번)을 시합해야 한다.

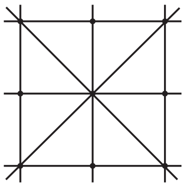
70

직선 l 위의 한 점을 선택하는 경우는 4가지,
직선 m 위의 한 점을 선택하는 경우는 5가지이므로
구하는 직선의 개수는 $4\times5=20$(개)

71

9개의 점 중 두 점을 연결하여 이어서 만들 수 있는 반직선의 개수는 $9\times8=72$(개)

이 중 다음 그림과 같이 동일한 직선 위의 세 점을 이은 8가지의 경우는 반직선이 중복되므로 중복되는 반직선의 개수는 $8\times2=16$(개)이다.



따라서 구하는 반직선의 개수는
$72-16=56$(개)

72

5개의 점 중에서 3개의 점을 이어 만든 삼각형은
$\dfrac{5\times4\times3}{3\times2\times1}=10$(개)

STEP 3 단원 마무리

:: 154쪽 ~ 155쪽

01 ②	**02** ③	**03** 8가지	**04** ②	**05** ⑤
06 ⑤	**07** 30가지	**08** ④	**09** ④	**10** ④
11 4	**12** 9가지			

01

윷의 배를 ○, 등을 ×라고 하면 개가 나오는 경우의 수는
(○, ○, ×, ×), (○, ×, ○, ×),
(○, ×, ×, ○), (×, ○, ○, ×),
(×, ○, ×, ○), (×, ×, ○, ○)
의 6가지

02

100원(개)	50원(개)	10원(개)	합계(원)
2	1	0	250
2	0	1	210
1	2	0	200
1	1	1	160
1	0	2	120
0	2	1	110
0	1	2	70

따라서 구하는 경우의 수는 7가지

03

한 번에 오르는 계단의 층수를 순서대로 나타내면 다음과 같다.

(i) 2단 오르기를 0회 사용하는 경우
(1, 1, 1, 1, 1)의 1가지

(ii) 2단 오르기를 1회 사용하는 경우
(1, 1, 1, 2), (1, 1, 2, 1), (1, 2, 1, 1),
(2, 1, 1, 1)의 4가지

(iii) 2단 오르기를 2회 사용하는 경우
(1, 2, 2), (2, 1, 2), (2, 2, 1)의 3가지

따라서 올라가는 모든 방법의 수는 8(가지)

04

(i) 2의 배수인 경우는
2, 4, 6, ⋯, 18, 20의 10가지

(ii) 3의 배수인 경우는
3, 6, 9, 12, 15, 18의 6가지

(iii) 2의 배수이면서 3의 배수인 경우는
6, 12, 18의 3가지

따라서 구하는 경우의 수는 $10+6-3=13$(가지)

05

기차로 가는 경우의 수는 8가지, 버스로 가는 경우의 수는 4가지이므로 구하는 경우의 수는 $8+4=12$(가지)

06

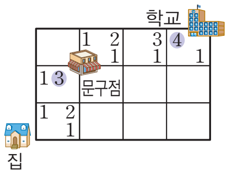
한 종류의 아이스크림만 담는 방법의 수는 4가지
두 종류의 아이스크림을 반씩 섞어서 담는 방법의 수는
(바닐라, 초코), (바닐라, 딸기), (바닐라, 바나나), (초코, 딸기), (초코, 바나나), (딸기, 바나나)의 6가지
따라서 구하는 방법의 수는 $4+6=10$(가지)

07

서울에서 부산으로 고속버스를 타고 가는 방법은 6가지이고, 부산에서 서울로 기차를 타고 오는 방법은 5가지이므로 모두 $6\times5=30$(가지)이다.

08

집에서 문구점까지 가는 방법의 수는 3가지



문구점에서 학교까지 가는 방법의 수는 4가지
따라서 $3\times4=12$(가지)

09

적어도 1개는 앞면이 나올 경우의 수는
(모든 경우의 수)−(모두 뒷면이 나오는 경우의 수)이므로

$2 \times 2 \times 2 - 1 = 7$(가지)

10

(ⅰ) 가장 왼쪽에 있는 경우는 $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$(가지)
(ⅱ) 가장 오른쪽에 있는 경우는 $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$(가지)
따라서 $24 + 24 = 48$(가지)

11

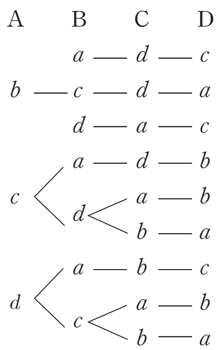
(ⅰ) A에 빨간색, B에 파란색을 칠하는 경우
C에는 A, B에 칠한 색을 제외한 2가지,
D에는 A, B, C에 칠한 색을 제외한 1가지를 칠할 수 있으므로 경우의 수는 $2 \times 1 = 2$
(ⅱ) A에 파란색, B에 빨간색을 칠하는 경우
C에는 A, B에 칠한 색을 제외한 2가지,
D에는 A, B, C에 칠한 색을 제외한 1가지를 칠할 수 있으므로 경우의 수는 $2 \times 1 = 2$
따라서 구하는 경우의 수는 $2 + 2 = 4$이다.

다른 풀이

A, B에 빨간색 또는 파란색만 칠할 수 있으므로
빨간색과 파란색을 제외한 노란색과 초록색을 C, D에 칠하는 경우 $2 \times 1 = 2$(가지)
A, B에 빨간색 또는 파란색만 칠하는 경우
$2 \times 1 = 2$(가지)
따라서 $2 + 2 = 4$(가지)

12

네 사람을 각각
A, B, C, D 각 사람의 모자를 각각 a, b, c, d로 놓고 일어날 수 있는 모든 경우를 조사하면 다음 그림과 같다.
따라서 모든 경우의 수는 9가지



참고

위와 같이 두가지 이상의 사건이 동시에 일어나는 경우의 수를 구할 때 그리는 나뭇가지 모양의 그림을 **수형도**라고 한다.

11 확률

STEP 1 유형 익히기 :: 156쪽 ~ 157쪽

01 (1) $\frac{13}{20}$ (2) $\frac{7}{20}$		**02** (1) $\frac{3}{10}$ (2) $\frac{1}{5}$ (3) $\frac{1}{2}$	
03 $\frac{1}{4}$	**04** $\frac{18}{35}$	**05** (1) $\frac{1}{6}$ (2) $\frac{1}{6}$ (3) $\frac{1}{4}$	
06 $\frac{1}{6}$	**07** ②	**08** $\frac{4}{165}$	

01

(1) 100장의 복권 중에서 총 당첨 매수는 65장이므로 당첨될 확률 p는
$p = \frac{65}{100} = \frac{13}{20}$이다.
(2) 당첨되지 않을 확률 q는
$q = 1 - (\text{당첨된 확률}) = 1 - \frac{13}{20} = \frac{7}{20}$

02

(1) 3 이하의 수는 3개이므로 확률은 $\frac{3}{10}$
(2) 8보다 큰 수는 2개이므로 확률은 $\frac{2}{10} = \frac{1}{5}$
(3) 3 이하의 수를 뽑는 경우와 8보다 큰 수를 뽑는 경우는 동시에 일어나지 않으므로
구하는 확률은 $\frac{3}{10} + \frac{2}{10} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$

03

두 눈의 합이 4가 되는 경우 : (1, 3), (2, 2), (3, 1)의 3가지
두 눈의 합이 7이 되는 경우 : (1, 6), (6, 1), (2, 5), (5, 2), (3, 4), (4, 3)의 6가지
따라서 구하는 확률은 $\frac{3}{36} + \frac{6}{36} = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$

04

총 학생 수는 35명이므로 구하는 확률은 $\frac{12}{35} + \frac{6}{35} = \frac{18}{35}$

05

(1) $\frac{1}{2} \times \frac{2}{6} = \frac{1}{6}$ (2) $\left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}\right) \times \frac{4}{6} = \frac{1}{6}$
(3) 동전 2개가 모두 같은 면이 나오는 경우는 2개 모두 앞면이 나오거나 2개 모두 뒷면이 나올 때이므로
$\left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}\right) \times \frac{3}{6} = \frac{1}{4}$

06

A에서 2의 배수의 눈이 나올 확률은 $\frac{1}{2}$이고,

B에서 3의 배수의 눈이 나올 확률은 $\frac{1}{3}$이므로

구하는 확률은 $\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{6}$이다.

07

2의 약수는 1, 2이므로 2의 약수가 나올 확률은 $\frac{2}{10}=\frac{1}{5}$

4의 배수는 4, 8이므로 4의 배수가 나올 확률은 $\frac{2}{10}=\frac{1}{5}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{1}{5}\times\frac{1}{5}=\frac{1}{25}$

08

첫 번째에 초록 공을 꺼낼 확률은 $\frac{4}{11}$

두 번째에 초록 공을 꺼낼 확률은 $\frac{3}{10}$

세 번째에 초록 공을 꺼낼 확률은 $\frac{2}{9}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{4}{11}\times\frac{3}{10}\times\frac{2}{9}=\frac{4}{165}$

STEP 2 유형 다지기

:: 158쪽 ~ 167쪽

01 $\frac{1}{2}$ **02** (1) $\frac{1}{6}$ (2) $\frac{2}{15}$ (3) $\frac{2}{15}$
03 (1) $\frac{1}{2}$ (2) $\frac{3}{10}$ **04** $\frac{5}{12}$ **05** ⑤
06 (1) 25 (2) 12 (3) $\frac{12}{25}$ **07** ② **08** $\frac{3}{5}$ **09** ①
10 $\frac{5}{9}$ **11** ② **12** (1) 36가지 (2) 해설 참조 (3) 10가지 (4) $\frac{5}{18}$ **13** $\frac{5}{12}$ **14** $\frac{5}{12}$ **15** (1) 1 (2) 0
16 ⑤ **17** ③ **18** (1) $\frac{1}{12}$ (2) $\frac{11}{12}$ (3) $\frac{5}{6}$
19 ③ **20** $\frac{4}{5}$ **21** ⑤ **22** $\frac{15}{16}$ **23** ⑤
24 $\frac{7}{10}$ **25** ④ **26** $\frac{1}{12}$ **27** (1) $\frac{7}{36}$ (2) $\frac{3}{4}$
28 $\frac{11}{36}$ **29** $\frac{1}{36}$ **30** (1) $\frac{8}{45}$ (2) $\frac{22}{45}$ **31** $\frac{7}{15}$
32 $\frac{21}{50}$ **33** ④ **34** $\frac{45}{49}$ **35** ④ **36** ①
37 $\frac{49}{100}$ **38** $\frac{4}{27}$ **39** (1) $\frac{2}{7}$ (2) $\frac{1}{7}$ (3) $\frac{3}{7}$ **40** $\frac{1}{6}$
41 $\frac{1}{6}$ **42** (1) $\frac{1}{8}$ (2) $\frac{3}{8}$ (3) $\frac{1}{2}$ (4) $\frac{1}{2}$ **43** $\frac{1}{4}$
44 $\frac{2}{27}$ **45** $\frac{1}{8}$ **46** ③ **47** $\frac{609}{625}$ **48** ⑤
49 ① **50** $\frac{12}{25}$ **51** $\frac{1}{20}$ **52** $\frac{23}{45}$ **53** $\frac{29}{50}$
54 $\frac{4}{9}$ **55** ③ **56** $\frac{1}{2}$ **57** ③ **58** $\frac{1}{81}$
59 $\frac{20}{81}$

01

모든 학생 수는 $2+11+15+2=30$(명)이므로

구하는 확률은 $\frac{15}{30}=\frac{1}{2}$이다.

02

(1) 전체 30일 중에서 일요일이 5일 있으므로 일요일을 선택할 확률은 $\frac{5}{30}=\frac{1}{6}$

(2) 전체 30일 중에서 목요일이 4일 있으므로 목요일을 선택할 확률은 $\frac{4}{30}=\frac{2}{15}$

(3) 전체 30일 중에서 날짜에 숫자 3이 있는 날은 3, 13, 23, 30일의 4일이므로

구하는 확률은 $\frac{4}{30}=\frac{2}{15}$

03

(1) (i) 모든 경우의 수 : 10가지

(ii) 홀수가 나올 경우의 수 : 5가지

따라서 구하는 확률은 $\frac{1}{2}$

(2) (i) 모든 경우의 수 : 10가지

(ii) 7보다 큰 수는 8, 9, 10의 3가지

따라서 구하는 확률은 $\frac{3}{10}$

04

(i) 모든 경우의 수는 12가지

(ii) 윗면에 보이는 수가 소수인 경우의 수는 2, 3, 5, 7, 11의 5가지

따라서 구하는 확률은 $\frac{5}{12}$

05

(i) 모든 경우의 수는 $6\times6=36$(가지)

(ii) 두 눈의 수의 합이 5인 경우는 (1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1)

(iii) 두 눈의 수의 합이 10인 경우는 (4, 6), (5, 5), (6, 4)

즉, 두 눈의 수의 합이 5의 배수인 경우의 수는 $4+3=7$(가지)

따라서 구하는 확률은 $\frac{7}{36}$

06

(1) 십의 자리에 올 수 있는 숫자는 0을 제외한 5가지, 일의 자리에 올 수 있는 숫자는 십의 자리에 온 숫자를 제외한 5가지이므로 구하는 두 자리 자연수의 개수는 $5\times5=25$

(2) 두 자리의 홀수가 되려면 일의 자리는 1 또는 3 또는 5이어야 한다. 십의 자리에 0이 올 수 없으므로 구하는 경우의 수는 $3\times4=12$

(3) 두 자리 홀수일 확률은 $\frac{12}{25}$이다.

07

(i) 6명을 일렬로 세우는 모든 경우의 수는
$6\times5\times4\times3\times2\times1=720$(가지)
(ii) 여학생 3명을 한 명으로 생각하여 4명을 일렬로 세우는 경우의 수는 $4\times3\times2\times1=24$(가지)
(iii) 여학생 3명을 일렬로 세우는 경우의 수는
$3\times2\times1=6$(가지)
즉, 여학생끼리 이웃하여 서는 경우의 수는
$24\times6=144$(가지)

따라서 구하는 확률은 $\frac{144}{720}=\frac{1}{5}$

08

모든 경우의 수는 $\frac{6\times5}{2}=15$(가지)

자음과 모음이 각각 하나씩 결합하면 글자가 만들어지므로 $3\times3=9$(가지)

따라서 글자가 만들어질 확률은 $\frac{9}{15}=\frac{3}{5}$

09

$2x+y=5$가 일어날 경우는 $(1, 3)$, $(2, 1)$이므로

구하는 확률은 $\frac{2}{36}=\frac{1}{18}$이다.

10

모든 경우의 수는 $6\times6=36$(가지)

$ax=3b$에서 $a\neq0$이므로 $x=\frac{3b}{a}$

$a=1$일 때, $b=1, 2, 3, 4, 5, 6$이므로 6가지
$a=2$일 때, $b=2, 4, 6$이므로 3가지
$a=3$일 때, $b=1, 2, 3, 4, 5, 6$이므로 6가지
$a=4$일 때, $b=4$이므로 1가지
$a=5$일 때, $b=5$이므로 1가지
$a=6$일 때, $b=2, 4, 6$이므로 3가지
따라서 구하는 확률은
$\frac{6+3+6+1+1+3}{36}=\frac{20}{36}=\frac{5}{9}$이다.

11

$ax-b=0$의 해가 $x=2$이므로 $2a=b$가 되는 경우는 $(1, 2)$, $(2, 4)$, $(3, 6)$이다.

따라서 방정식 $ax-b=0$의 해가 $x=2$일 확률은 $\frac{3}{36}=\frac{1}{12}$이다.

12

(1) 두 개의 주사위를 던져 나올 수 있는 모든 경우의 수는 $6\times6=36$(가지)
(2) $4x+y<13$을 만족하는 순서쌍 (x, y)는
$(1, 1)$, $(1, 2)$, $(1, 3)$, $(1, 4)$, $(1, 5)$, $(1, 6)$,
$(2, 1)$, $(2, 2)$, $(2, 3)$, $(2, 4)$
(3) $4x+y<13$을 만족하는 순서쌍 (x, y)의 경우의 수는 10가지
(4) 따라서 구하는 확률은 $\frac{10}{36}=\frac{5}{18}$

13

$\frac{a}{b}<1$이면 $a<b$이다.

$a=1$일 때, $b=2, 3, 4, 5, 6$이므로 5가지,
$a=2$일 때, $b=3, 4, 5, 6$이므로 4가지,
$a=3$일 때, $b=4, 5, 6$이므로 3가지,
$a=4$일 때, $b=5, 6$이므로 2가지,
$a=5$일 때, $b=6$이므로 1가지

따라서 구하는 확률은 $\frac{5+4+3+2+1}{36}=\frac{15}{36}=\frac{5}{12}$이다.

14

두 개의 주사위를 던질 때 나오는 모든 경우의 수는
$6\times6=36$(가지)
$2a-b\leq2$가 되는 경우의 수는
$(1, 1)$, $(1, 2)$, $(1, 3)$, $(1, 4)$, $(1, 5)$, $(1, 6)$, $(2, 2)$, $(2, 3)$, $(2, 4)$, $(2, 5)$, $(2, 6)$, $(3, 4)$, $(3, 5)$, $(3, 6)$, $(4, 6)$의 15가지이므로

구하는 확률은 $\frac{15}{36}=\frac{5}{12}$이다.

15

(1) 반드시 일어나는 사건이므로 구하는 확률은 1이다.
(2) 절대로 일어날 수 없는 사건이므로 구하는 확률은 0이다.

16

주사위 한 개를 던질 때,
8의 눈이 나올 확률은 0이므로 $a=0$,
소수의 눈이 나올 확률은 $\frac{1}{2}$이므로 $b=\frac{1}{2}$,
6 이하의 눈이 나올 확률은 1이므로 $c=1$

따라서 $a+b+c=0+\frac{1}{2}+1=\frac{3}{2}$

17

③ $q=1$이면 확률 $p=0$이므로 사건 A는 절대로 일어나지 않는다.

18

모든 경우의 수는 $6\times6=36$(가지)
(1) 두 눈의 합이 4인 경우의 수는 $(1, 3)$, $(2, 2)$, $(3, 1)$의 3가지이므로
구하는 확률은 $\frac{3}{36}=\frac{1}{12}$
(2) 두 눈의 합이 4일 확률이 $\frac{1}{12}$이므로 두 눈의 합이 4가 아닐 확

률은 $1-\frac{1}{12}=\frac{11}{12}$

(3) 서로 같은 수의 눈이 나오는 경우의 수는

(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6)의 6가지이므로

구하는 확률은 $1-\frac{6}{36}=\frac{30}{36}=\frac{5}{6}$

19

소수는 2, 3, 5, 7, 11의 5가지이므로

구하는 확률은 $1-\frac{5}{12}=\frac{7}{12}$이다.

20

모든 경우의 수는 25가지

5의 배수인 경우의 수는 5, 10, 15, 20, 25의 5가지이므로

5의 배수가 나올 확률은 $\frac{5}{25}=\frac{1}{5}$

따라서 구하는 확률은 $1-\frac{1}{5}=\frac{4}{5}$

21

모든 경우의 수는 $6\times6=36$(가지)이고,

두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 모두 홀수인 눈이 나오는 경우는

(1, 1), (1, 3), (1, 5), (3, 1), (3, 3), (3, 5), (5, 1),

(5, 3), (5, 5)의 9가지이므로

모두 홀수인 눈이 나올 확률은 $\frac{9}{36}=\frac{1}{4}$

따라서 적어도 하나가 짝수인 눈이 나올 확률은

$1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$이다.

22

모든 경우의 수는 $2\times2\times2\times2=16$(가지)

4번 모두 동전의 뒷면이 나오는 경우의 수는 1가지이므로

이때의 확률은 $\frac{1}{16}$

따라서 구하는 확률은 $1-\frac{1}{16}=\frac{15}{16}$

23

3개 모두 불량품이 아닐 확률은 $\frac{7}{10}\times\frac{6}{9}\times\frac{5}{8}=\frac{7}{24}$이다.

따라서 구하는 확률은 $1-\frac{7}{24}=\frac{17}{24}$이다.

24

매우 좋다와 좋다는 긍정적인 대답이므로

구하는 확률은 $\frac{30}{100}+\frac{40}{100}=\frac{7}{10}$

25

2명, 3명 나누어 타는 경우의 수는 10가지, 1명, 4명 나누어 타는 경우의 수는 5가지이므로 모든 경우의 수는 15가지이다.

선미, 영진, 재희, 선호, 진우를 각각 A, B, C, D, E라 하면

(i) A와 B가 2인승에 타는 경우는 1가지

(ii) A와 B가 4인승에 타는 경우는

(A, B, C), (A, B, D), (A, B, E), (A, B, C, D),

(A, B, C, E), (A, B, D, E)의 6가지

따라서 구하는 확률은 $\frac{1}{15}+\frac{6}{15}=\frac{7}{15}$

26

(i) 두 개의 주사위를 던질 때 나오는 모든 경우의 수는

$6\times6=36$(가지)

(ii) $y=ax+b$의 그래프가

(2, 6)을 지날 경우는 $6=2a+b$에서

(1, 4), (2, 2)의 2가지

(4, 10)을 지날 경우는 $10=4a+b$에서

(1, 6), (2, 2)의 2가지

그런데 (2, 2)는 중복되므로 버린다.

따라서 구하는 확률은 $\frac{3}{36}=\frac{1}{12}$이다.

27

(1) 모든 경우의 수는 (1, 1)에서 (6, 6)까지 36가지

합이 4가 되는 경우는 (1, 3), (2, 2), (3, 1)의 3가지

합이 9가 되는 경우는 (3, 6), (4, 5), (5, 4), (6, 3)의 4가지이다.

따라서, 구하는 확률은 $\frac{3}{36}+\frac{4}{36}=\frac{7}{36}$

(2) 모든 경우의 수는 (1, 1)에서 (6, 6)까지 36가지

나온 눈의 곱이 짝수가 되는 사건은 (짝수, 짝수), (짝수, 홀수), (홀수, 짝수)가 되는 경우이므로 (홀수, 홀수)가 되는 사건의 여사건이다.

주사위의 눈 중에서 홀수는 1, 3, 5의 세가지이므로

(홀수, 홀수)가 되는 경우의 수는 $3\times3=9$(가지)이다.

따라서 구하는 확률은 $1-\frac{9}{36}=1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$

28

P는 1, Q는 2가 나올 확률 : $\frac{2}{6}\times\frac{1}{6}=\frac{2}{36}$

P는 2, Q는 1이 나올 확률 : $\frac{3}{6}\times\frac{3}{6}=\frac{9}{36}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{2}{36}+\frac{9}{36}=\frac{11}{36}$

29

2의 배수의 눈이 나올 확률은 $\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$

3의 배수의 눈이 나올 확률은 $\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$

4의 배수의 눈이 나올 확률은 $\frac{1}{6}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{6}=\frac{1}{36}$

30

(1) (A주머니에서 검은 공이 나올 확률)×(B주머니에서 검은 공이 나올 확률)

$=\frac{4}{9}\times\frac{2}{5}=\frac{8}{45}$

(2) (A : 흰 공, B : 검은 공)+(A : 검은 공, B : 흰 공)

$=\left(\frac{5}{9}\times\frac{2}{5}\right)+\left(\frac{4}{9}\times\frac{3}{5}\right)=\frac{22}{45}$

31

A에서 흰 공, B에서 붉은 공이 나올 확률은 $\frac{4}{6}\times\frac{2}{5}=\frac{4}{15}$

A에서 붉은 공, B에서 흰 공이 나올 확률은 $\frac{2}{6}\times\frac{3}{5}=\frac{1}{5}$

따라서 하나는 흰 공이고 다른 하나는 붉은 공일 확률은

$\frac{4}{15}+\frac{1}{5}=\frac{7}{15}$이다.

32

불량률이 $\frac{3}{10}$일 때 두 개의 제품을 검사하였을 때 한 개는 불량품이고 한 개는 합격품일 확률은

$\left(\frac{3}{10}\times\frac{7}{10}\right)+\left(\frac{7}{10}\times\frac{3}{10}\right)=\frac{42}{100}=\frac{21}{50}$

33

모든 경우의 수는 $2\times2\times2\times2=16$

모두 앞면인 경우 (앞, 앞, 앞, 앞)의 1가지이므로 $\frac{1}{16}$

뒷면이 1개인 경우

(앞, 앞, 앞, 뒤), (앞, 앞, 뒤, 앞), (앞, 뒤, 앞, 앞),

(뒤, 앞, 앞, 앞)의 4가지이므로 $\frac{4}{16}=\frac{1}{4}$

따라서 구하는 확률은 $1-\left(\frac{1}{16}+\frac{1}{4}\right)=1-\frac{5}{16}=\frac{11}{16}$

34

학수가 한 문제를 풀지 못할 확률은 $1-\frac{5}{7}=\frac{2}{7}$

A,B 두 문제를 모두 풀지 못할 확률은 $\frac{2}{7}\times\frac{2}{7}=\frac{4}{49}$

따라서 구하는 확률은 $1-\frac{4}{49}=\frac{45}{49}$

35

(적어도 한 문제는 맞힐 확률)=1−(모두 틀릴 확률)

따라서 적어도 한 문제는 맞힐 확률은 $1-\frac{4}{5}\times\frac{4}{5}=\frac{9}{25}$

36

처음에는 5의 약수, 나중에는 3의 배수가 나올 확률은

$\frac{2}{10}\times\frac{3}{10}=\frac{3}{50}$이다.

37

10개 중에서 당첨제비가 7개이므로 두 사람이 모두 당첨제비를 뽑을 확률은

$\frac{7}{10}\times\frac{7}{10}=\frac{49}{100}$이다.

38

첫 번째에 빨간 공을 꺼낼 확률은 $\frac{8}{12}=\frac{2}{3}$,

두 번째에 빨간 공을 꺼낼 확률은 $\frac{8}{12}=\frac{2}{3}$

세 번째에 파란 공을 꺼낼 확률은 $\frac{4}{12}=\frac{1}{3}$이다.

따라서 구하는 확률은 $\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{4}{27}$

39

(1) 첫 번째에 흰 공을 뽑을 확률 : $\frac{4}{7}$

두 번째에 흰 공을 뽑을 확률 : $\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$

두 공 모두 흰 공을 뽑을 확률 : $\frac{4}{7}\times\frac{1}{2}=\frac{2}{7}$

(2) $\frac{3}{7}\times\frac{2}{6}=\frac{1}{7}$

(3) $\frac{2}{7}+\frac{1}{7}=\frac{3}{7}$

40

3개 모두 흰 공일 확률은 $\frac{5}{9}\times\frac{4}{8}\times\frac{3}{7}=\frac{5}{42}$

3개 모두 붉은 공일 확률은 $\frac{4}{9}\times\frac{3}{8}\times\frac{2}{7}=\frac{2}{42}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{5}{42}+\frac{2}{42}=\frac{7}{42}=\frac{1}{6}$

41

첫 번째에 노란 구슬을 꺼낼 확률은 $\frac{4}{9}$

두 번째에 노란 구슬을 꺼낼 확률은 $\frac{3}{8}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{4}{9}\times\frac{3}{8}=\frac{1}{6}$

42

(1) 3이 적힌 부분에 맞을 확률은 $\frac{1}{8}$

(2) 색칠한 부분에 맞을 확률은 $\frac{3}{8}$

(3) 소수는 2, 3, 5, 7이므로 구하는 확률은 $\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$

(4) 8의 약수는 1, 2, 4, 8이므로 구하는 확률은 $\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$

43

소수를 맞히는 경우는 2, 3, 5, 7의 4가지이므로

그 확률은 $\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$

홀수를 맞히는 경우는 1, 3, 5, 7의 4가지이므로

그 확률은 $\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$

44

가장 작은 원의 반지름의 길이를 1이라고 하면

가장 큰 원의 넓이는 9π, 중간 원의 넓이는 4π, 가장 작은 원의 넓이는 π

처음에 1점, 두 번째에 2점을 쏠 확률은 $\frac{\pi}{9\pi}\times\frac{3\pi}{9\pi}=\frac{1}{27}$

처음에 2점, 두 번째에 1점을 쏠 확률은 $\frac{3\pi}{9\pi}\times\frac{\pi}{9\pi}=\frac{1}{27}$

따라서 점수의 합이 3점이 될 확률은 $\frac{1}{27}+\frac{1}{27}=\frac{2}{27}$

45

인수가 명중하지 못할 확률은 $\frac{1}{4}$

정혜가 명중하지 못할 확률은 $\frac{1}{2}$

따라서 두 사람 모두 명중하지 못할 확률은

$\frac{1}{4}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{8}$이다.

46

A, B만 명중될 확률 $\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{24}$

A, C만 명중될 확률 $\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}\times\frac{3}{4}=\frac{1}{4}$

B, C만 명중될 확률 $\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\times\frac{3}{4}=\frac{1}{8}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{1}{24}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}=\frac{10}{24}=\frac{5}{12}$

47

혜영이가 4발 모두 맞힐 확률은

$\frac{2}{5}\times\frac{2}{5}\times\frac{2}{5}\times\frac{2}{5}=\frac{16}{625}$

따라서 3발 이하로 맞힐 확률은

$1-\frac{16}{625}=\frac{609}{625}$

48

첫 번째만 안타를 칠 확률 : $\frac{3}{10}\times\frac{7}{10}=\frac{21}{100}$

두 번째만 안타를 칠 확률 : $\frac{7}{10}\times\frac{3}{10}=\frac{21}{100}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{21}{100}+\frac{21}{100}=\frac{21}{50}$이다.

49

혜진이가 합격할 확률이 $\frac{4}{5}$이고,

하늘이가 합격할 확률이 $\frac{2}{3}$이므로

따라서 둘 다 합격할 확률은 $\frac{4}{5}\times\frac{2}{3}=\frac{8}{15}$이다.

50

한 문제를 풀 수 있는 확률이 $\frac{3}{5}$이므로 못 풀 확률은 $\frac{2}{5}$

A, B 두 문제 중 한 문제는 풀고 다른 문제는 못 풀 확률은

A를 풀고, B를 못 풀 확률은 $\frac{3}{5}\times\frac{2}{5}=\frac{6}{25}$

A를 못 풀고, B를 풀 확률은 $\frac{2}{5}\times\frac{3}{5}=\frac{6}{25}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{6}{25}+\frac{6}{25}=\frac{12}{25}$이다.

51

비가 온 다음 날 비가 오지 않을 확률은 $1-\frac{3}{5}=\frac{2}{5}$

비가 오지 않은 다음 날 비가 올 확률은 $\frac{1}{8}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{2}{5}\times\frac{1}{8}=\frac{1}{20}$

52

금요일, 토요일에 눈이 올 확률은 $\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{4}{9}$

금요일에 눈이 오지 않고 토요일에 눈이 올 확률은 $\frac{1}{3}\times\frac{1}{5}=\frac{1}{15}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{4}{9}+\frac{1}{15}=\frac{23}{45}$이다.

53

내일 비가 오고, 모레 비가 오지 않을 확률은

$\frac{70}{100}\times\left(1-\frac{30}{100}\right)=\frac{4900}{10000}=\frac{49}{100}$

내일 비가 오지 않고, 모레 비가 올 확률은

$\left(1-\frac{70}{100}\right)\times\frac{30}{100}=\frac{900}{10000}=\frac{9}{100}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{49}{100}+\frac{9}{100}=\frac{58}{100}=\frac{29}{50}$

54

미나가 공원에 나갈 확률은 $1-\frac{2}{9}=\frac{7}{9}$

재성이가 공원에 나갈 확률은 $1-\frac{3}{7}=\frac{4}{7}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{7}{9}\times\frac{4}{7}=\frac{4}{9}$

55

두 사람이 만날 확률은 $\frac{3}{4}\times\frac{7}{10}=\frac{21}{40}$

따라서 두 사람이 만나지 못할 확률은 $1-\frac{21}{40}=\frac{19}{40}$

56

두 사람이 만나려면 두 사람 모두 약속 장소에 나와야 하므로 두 사람이 약속 장소에서 만날 확률은 $\left(1-\frac{3}{8}\right)\times\frac{4}{5}=\frac{5}{8}\times\frac{4}{5}=\frac{1}{2}$

따라서 두 사람이 약속 장소에서 만나지 못할 확률은 $1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$

57

모든 경우의 수는 $3\times3=9$

(i) 두 사람이 가위바위보를 할 때 비기는 경우는 두 사람 모두 같은 것을 낼 때이다.
두 사람이 같은 것을 내는 경우의 수는 3가지이므로
확률은 $\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$

(ii) 성진이가 이기는 경우는 3가지이므로 확률은 $\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{9}$

58

순서쌍 (선우, 현정)으로 나타내면 비기는 경우의 수는
(가위, 가위), (바위, 바위), (보, 보)의 3가지이므로
그 확률은 $\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$
현정이가 이기는 경우의 수는
(가위, 바위), (바위, 보), (보, 가위)의 3가지이므로
그 확률은 $\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$
따라서 구하는 확률은 $\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{81}$

59

주사위를 한 번 던질 때 6의 약수의 눈이 나올 확률은 $\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$

6의 약수의 눈이 나오지 않을 확률은 $1-\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$

(i) 수정이가 2회 만에 이길 확률은 $\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{2}{9}$

(ii) 수정이가 4회 만에 이길 확률은 $\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{2}{81}$

따라서 4회 이내에 수정이가 이길 확률은 $\frac{2}{9}+\frac{2}{81}=\frac{20}{81}$

STEP 3 단원 마무리

:: 168쪽 ~ 169쪽

01 ③	02 ②	03 ④, ⑤	04 ③	
05 ④	06 $\frac{1649}{1650}$	07 ⑤	08 ③	09 $\frac{5}{9}$
10 $\frac{5}{8}$	11 $\frac{11}{20}$	12 ④		

01

4명이 일렬로 서는 경우의 수는 $4\times3\times2\times1=24$(가지)
또한, 키 순서대로 서는 경우는 키가 작은 순서대로 서는 경우와 키가 큰 순서대로 서는 경우로 2가지
따라서 구하는 확률은 $\frac{2}{24}=\frac{1}{12}$이다.

02

직선 $ax+by-4=0$이 점 $(1, 1)$을 지나므로
$a+b-4=0$에서 $a+b=4$
이를 만족하는 경우는 $(1, 3)$, $(2, 2)$, $(3, 1)$의 3가지
따라서 구하는 확률은 $\frac{3}{36}=\frac{1}{12}$

03

④ 10 이상의 수는 10으로 1개다.
따라서 10 이상의 수가 나올 확률은 $\frac{1}{10}$이다.

⑤ 5가 적힌 공은 1개이므로 5가 나올 확률은 $\frac{1}{10}$이다.

04

두 눈의 합이 5인 경우는
$(1, 4)$,$(2, 3)$, $(3, 2)$, $(4, 1)$의 4가지
두 눈의 곱이 6인 경우는
$(1, 6)$, $(2, 3)$, $(3, 2)$, $(6, 1)$의 4가지
두 눈의 합이 5이고 두 눈의 곱이 6인 경우는
$(2, 3)$, $(3, 2)$의 2가지
따라서 구하는 확률은 $\frac{8}{36}-\frac{2}{36}=\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$이다.

05

소수는 2, 3, 5의 3가지이므로
소수의 눈이 나올 확률은 $\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$
10의 약수는 1, 2, 5의 3가지이므로
10의 약수의 눈이 나올 확률은 $\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$
5의 배수는 5의 1가지이므로
5의 배수의 눈이 나올 확률은 $\frac{1}{6}$
따라서 구하는 확률은 $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{6}=\frac{1}{24}$

06

(i) 세 개 모두 불량품이 아닐 확률
$$\frac{98}{100}\times\frac{97}{99}\times\frac{96}{98}=\frac{97\times96}{100\times99}$$
(ii) 불량품이 한 개 나올 확률
$$\frac{98}{100}\times\frac{97}{99}\times\frac{2}{98}\times3=\frac{97\times6}{100\times99}$$
(i), (ii)에서 합격할 확률은
$$\frac{97\times96}{100\times99}+\frac{97\times6}{100\times99}=\frac{1649}{1650}$$

07

적어도 한 명만 10점에 명중할 확률은

1−(세 명 모두 명중시키지 못할 확률)이므로

$1-\left(\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{4}\right)=\frac{23}{24}$

08

뽑은 제비는 다시 넣으므로

가영이가 당첨되지 않을 확률은 $\frac{9}{12}=\frac{3}{4}$이고,

병수가 당첨될 확률은 $\frac{3}{12}=\frac{1}{4}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{3}{4}\times\frac{1}{4}=\frac{3}{16}$

09

(i) 첫 번째에 흰 구슬, 두 번째에 검은 구슬을 꺼낼 확률

$\frac{5}{9}\times\frac{4}{8}=\frac{20}{72}=\frac{5}{18}$

(ii) 첫 번째에 검은 구슬, 두 번째에 흰 구슬을 꺼낼 확률

$\frac{4}{9}\times\frac{5}{8}=\frac{20}{72}=\frac{5}{18}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{5}{18}+\frac{5}{18}=\frac{5}{9}$

10

가장 작은 원의 반지름의 길이를 1이라 하면

전체 과녁의 넓이는 16π

색칠된 부분의 넓이는 $(16\pi-9\pi)+(4\pi-1\pi)=10\pi$

따라서 색칠된 부분에 화살을 맞힐 확률 p는

$p=\frac{10\pi}{16\pi}=\frac{5}{8}$

11

동현이만 페널티킥을 성공할 확률

$\frac{2}{5}\times\left(1-\frac{3}{4}\right)=\frac{2}{5}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{10}$

현성이만 페널티킥을 성공할 확률

$\left(1-\frac{2}{5}\right)\times\frac{3}{4}=\frac{3}{5}\times\frac{3}{4}=\frac{9}{20}$

따라서 한 사람만 페널티킥을 넣을 확률은

$\frac{1}{10}+\frac{9}{20}=\frac{11}{20}$

12

비가 왔을 때 이길 확률은 $0.4\times0.5=0.2$

비가 오지 않았을 때 이길 확률은 $0.6\times0.7=0.42$

따라서 구하는 확률은 $0.2+0.42=0.62$

STEP 4 실전 대비하기

:: 170쪽 ~ 172쪽

01 ⑤	02 ②	03 15가지	04 ⑤	05 ④
06 20가지	07 ④	08 ⑤	09 ③	10 ②
11 6가지	12 ③	13 ②	14 ⑤	15 ⑤
16 ④	17 ③	18 $\frac{103}{243}$		

01

1에서 12까지의 수 중에서 8보다 큰 수가 나오는 경우는

9, 10, 11, 12이므로 4가지이다.

02

1000원 짜리 5장과 5000원 짜리 3장이 있을 때,

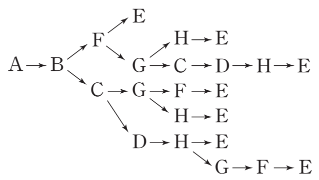
10000원을 지불하는 방법은 다음과 같다.

1000원 짜리 지폐 수	5000원 짜리 지폐 수
5	1
0	2

따라서 구하는 방법의 수는 2가지이다.

03

(i) A → B → ⋯ → E로 가는 방법의 수는



수형도를 그리면 다음과 같다.

그러므로 7가지

(ii) A → D → ⋯ E로 가는 경우는 도형의 대칭성에 의하여 위 (i)의 경우와 방법의 수가 같으므로 7가지

(iii) A → E로 가는 방법의 수는 1가지

따라서 A에서 E로 가는 방법의 수는

1+7+7=15(가지)

04

연필을 사는 경우와 볼펜을 사는 경우는 동시에 일어나지 않으므로 구하는 경우의 수는

5+7=12(가지)

05

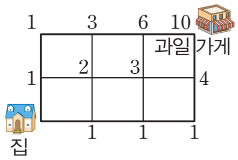
동전 2개가 서로 다른 면이 나오는 경우의 수는 2가지,

주사위 2개가 서로 같은 눈의 수가 나오는 경우의 수는 6가지

따라서 구하는 경우의 수는 $2\times6=12$(가지)

06

먼저, 집에서 과일가게에 가는 방법의 수는 그림에서 10가지이다.



그림의 각 경우에 대하여 과일가게에서 병원에 가는 방법의 수가 2가지이므로

전체 경우의 수는 $10\times2=20$(가지)

07

A, B, C 세 사람이 한 줄로 늘어서는 경우의 수는

$3\times2\times1=6$(가지)

그 중 A가 맨 앞에 서는 경우는 $2\times1=2$(가지)

따라서 $a-b=4$이다.

08

남학생 3명을 하나로 묶어

$\boxed{남\ 남\ 남}$, $\boxed{여}$, $\boxed{여}$, $\boxed{여}$

의 4조를 일렬로 세우는 방법은 $4\times3\times2\times1=24$(가지)

남자 3명이 일렬로 서는 방법은

$3\times2\times1=6$(가지)

따라서 구하는 경우의 수는 $24\times6=144$(가지)이다.

09

노란색이 A에 있을 경우는 $3\times2=6$(가지)

노란색이 B에 있을 경우는 $3\times2=6$(가지)

노란색이 C에 있을 경우는 $3\times2=6$(가지)

따라서 구하는 경우의 수는 18가지이다.

10

십의 자리에 올 수 있는 숫자는 0을 제외한 7개

일의 자리에 올 수 있는 숫자는 8개

구하는 자연수의 개수는 $7\times8=56$

11

4명의 학생 중에서 2명의 대표를 뽑는 경우의 수와 같은 방법으로 생각한다.

$\dfrac{4\times3}{2}=6$(가지)

12

8개의 점 중에서 순서를 생각하지 않고 3개의 점을 뽑는 경우의 수와 같으므로

$\dfrac{8\times7\times6}{3\times2\times1}=56$(개)

그런데 점 D, E, F, G, H에서 3개의 점을 뽑으면 삼각형을 만들 수 없으므로 5개의 점 중에서 3개의 점을 뽑는 경우의 수는

$\dfrac{5\times4\times3}{3\times2\times1}=10$(개)

따라서 3개의 점을 꼭짓점으로 하여 만들 수 있는 삼각형의 개수는

$56-10=46$(개)

13

5의 배수일 확률은 $\dfrac{3}{15}$

9의 배수일 확률은 $\dfrac{1}{15}$

5 또는 9의 배수일 확률은 $\dfrac{3}{15}+\dfrac{1}{15}=\dfrac{4}{15}$

따라서 5의 배수도 아니고 9의 배수도 아닐 확률은

$1-\dfrac{4}{15}=\dfrac{11}{15}$

14

윷놀이할 때 나올 수 있는 모든 경우의 수는

$2\times2\times2\times2=16$(가지)이고,

개가 나올 확률은 $\dfrac{6}{16}$

모가 나올 확률은 $\dfrac{1}{16}$

따라서 구하는 확률은 $\dfrac{6}{16}+\dfrac{1}{16}=\dfrac{7}{16}$이다.

15

동전 2개가 모두 뒷면이 나올 확률은 $\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{4}$

주사위는 3의 배수의 눈이 나올 확률은 $\dfrac{2}{6}=\dfrac{1}{3}$

따라서 구하는 확률은 $\dfrac{1}{4}\times\dfrac{1}{3}=\dfrac{1}{12}$

16

두 사람이 운전면허시험에서 합격하지 못할 확률은

각각 $\dfrac{1}{3}$, $\dfrac{1}{4}$이므로

적어도 한 명이 합격할 확률은 $1-\dfrac{1}{3}\times\dfrac{1}{4}=\dfrac{11}{12}$

17

적어도 한 번은 당첨될 확률은

$1-$(세 번 모두 당첨 제비가 아닐 확률)이므로

$1-\left(\dfrac{5}{8}\times\dfrac{4}{7}\times\dfrac{3}{6}\right)=1-\dfrac{5}{28}=\dfrac{23}{28}$

18

1회에 이길 확률은 $\dfrac{2}{6}=\dfrac{1}{3}$

3회에 이길 확률은 $\dfrac{4}{6}\times\dfrac{2}{6}\times\dfrac{2}{6}=\dfrac{2}{27}$

5회에 이길 확률은 $\dfrac{4}{6}\times\dfrac{2}{6}\times\dfrac{4}{6}\times\dfrac{2}{6}\times\dfrac{2}{6}=\dfrac{4}{243}$

따라서 구하는 확률은 $\dfrac{1}{3}+\dfrac{2}{27}+\dfrac{4}{243}=\dfrac{103}{243}$